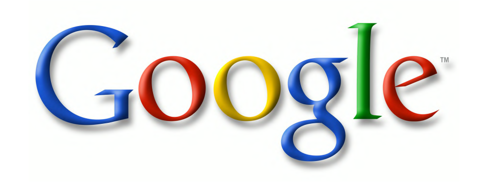
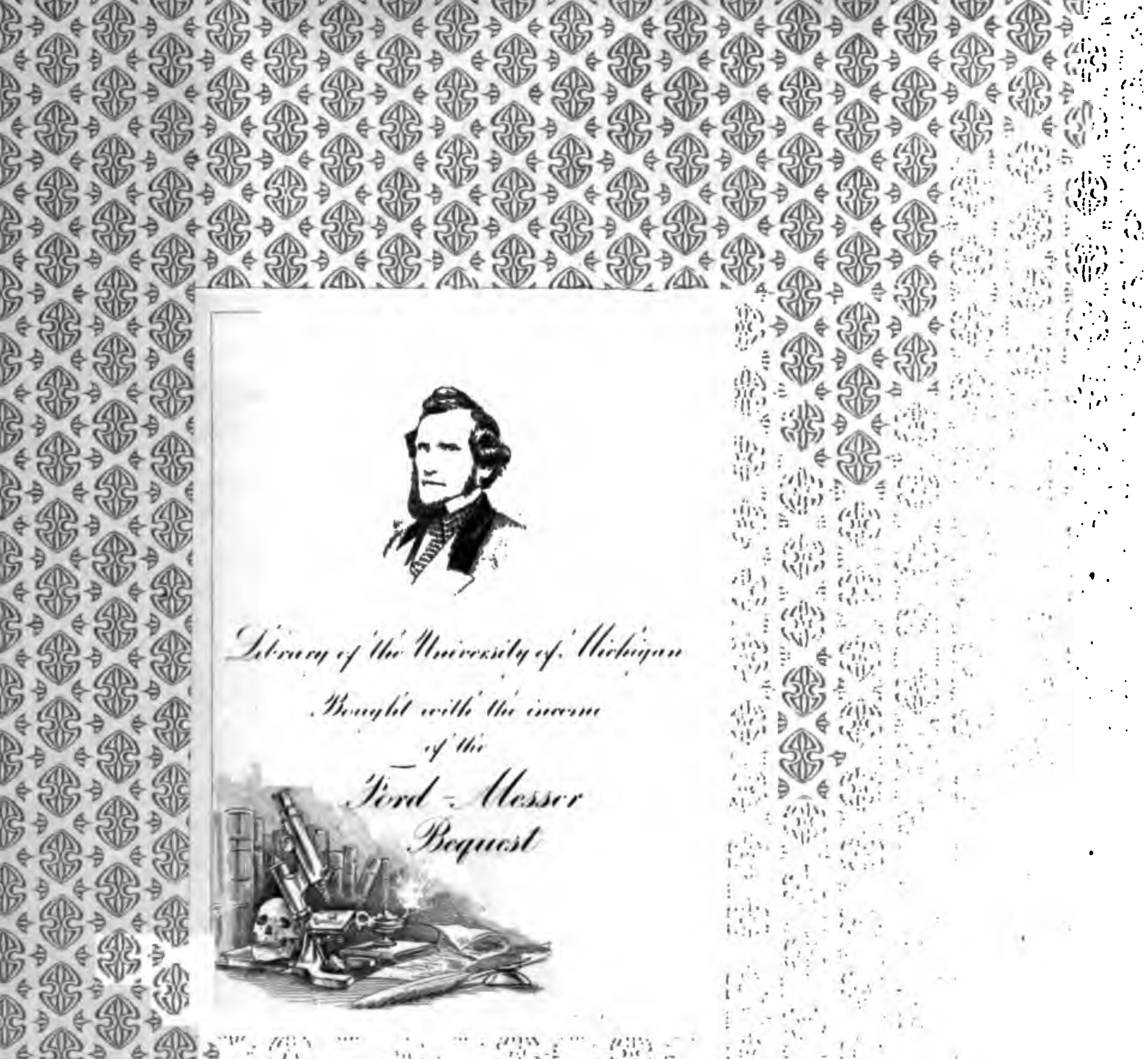
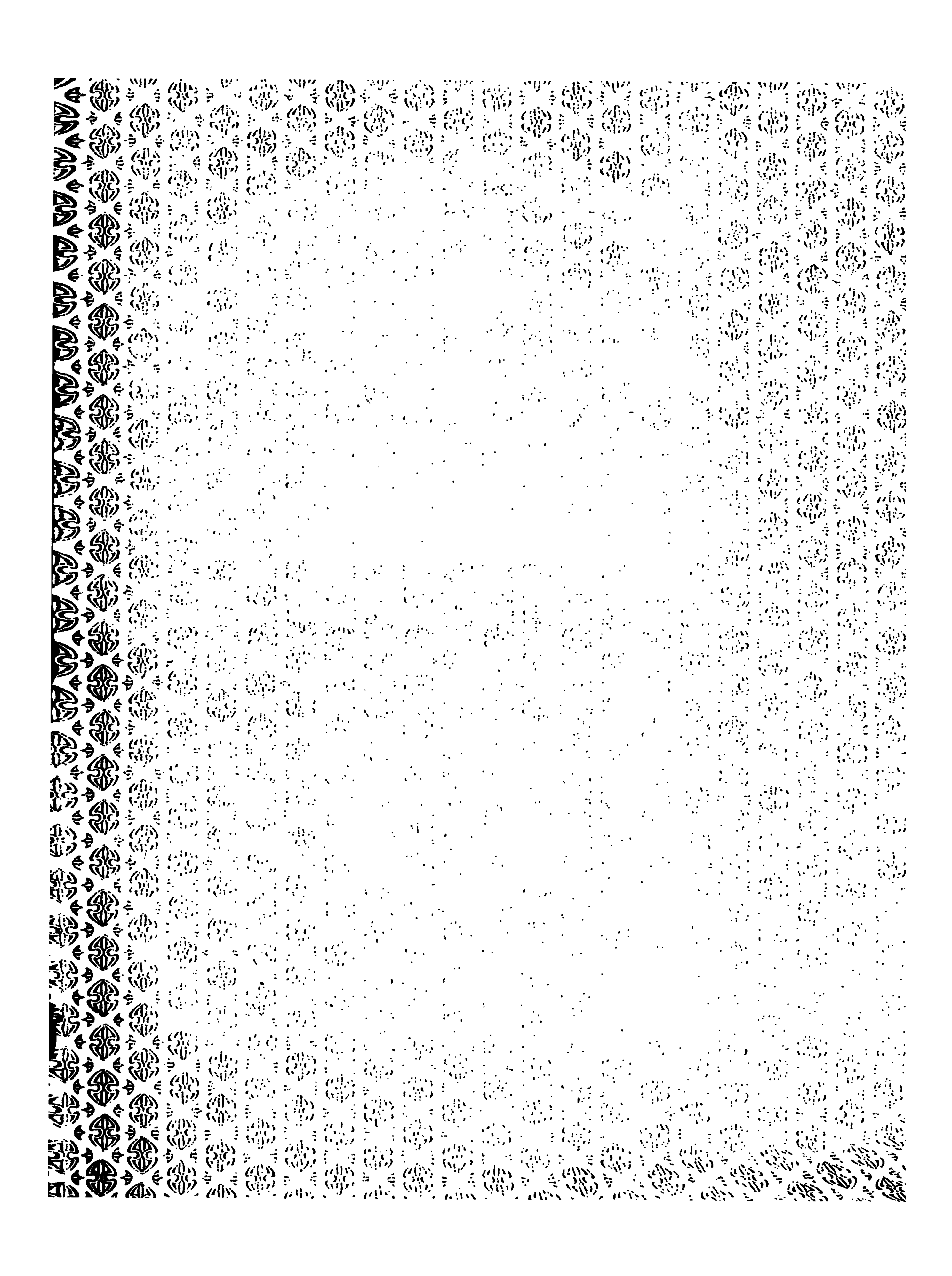





Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford - Messer
Bequest



MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES

Années MDCCLXXXIV—LXXXV.

PREMIERE PARTIE



L. Valperga del. et Sculp. Taurini

A TURIN

Chez JEAN-MICHEL BRIOLO
Imprimeur-Libraire de l'Académie
MDCCLXXXVI.

AU ROI

SIRE

Les volumes des Mémoires que Votre Académie publie, ne sont pas un don qu'elle puisse prier VOTRE MAJESTÉ *de vouloir bien agréer. Ils Vous appartiennent, ils sont Votre ouvrage ; & Votre Académie au moment*

qu'elle remplit le devoir de Vous les rendre, n'a qu'un vœu à faire, une grace à demander & c'est que VOTRE MAJESTÉ *les examinant avec une indulgence paternelle, n'y voie que des motifs de lui continuer Sa protection & Ses bontés. Elle tâchera toujours de les meriter par le zèle dont ses Membres sont animés.*

Ils ont l'honneur d'être avec le plus profond respect

SIRE

DE VOTRE MAJESTE

Les très-humbles, très-obéissans, & très-fidelles
Serviteurs & Sujets
Les Académiciens de l'Académie R. des Sciences

TABLE
DES MÉMOIRES CONTENUS DANS CETTE PREMIÈRE PARTIE

MÉMOIRE HISTORIQUE

AVANT-PROPOS

On dit que l'histoire, de quelque manière qu'elle soit écrite, a le privilège de se faire lire : du moins suffit-il qu' elle soit unique sur un sujet tant soit peu intéressant. Cependant avec aussi peu d'habileté, surtout en François, je serois fâché qu'on me supposât l'ambition ou la tâche d'Historien de l'Académie. Ce n'est qu'un simple compte que je dois rendre de sa part au Public, de ce qu'elle est, & de ce qu'elle fait pour lui.

Une Société qu'un Souverain éclairé, généreux, bienfaisant a établie pour l'avantage de son pays & du genre humain, est en devoir, autant qu'elle le peut, de mettre la nation & l'univers à portée de juger de son institution, de ses réglemens, de ses travaux, afin que tout le monde sache ce qu'on doit à son Auguste Fondateur. C'est aux grands Ecrivains qu'il appartient de consacrer à l'immortalité le nom d'un Prince qui en est digne. Mais afin qu'ils puissent transmettre à la postérité le souvenir de ses bienfaits, il est bon que ceux qui en ont la plus exacte connoissance, quoiqu'avec une plume moins heureuse, commencent par en instruire leurs contemporains.

On avouera aussi qu'un Corps dont les Membres ou travaillent pour la gloire, ou la méritent encore plus, s'élèvent jusqu'à n'envisager d'autre récompense que la satisfaction de se rendre utiles, doit être exact à faire honneur à chacun de

ce qui lui est propre. Il le fait en publiant avec les noms de leurs Auteurs les Mémoires approuvés dans ses Assemblées; & sans doute que c'est-là le principal. Ce sont les fruits que l'arbre porte, & d'après lesquels il en faut juger. Mais ces Mémoires n'embrassent point tout ce qu'une Académie fait & qui peut être le digne objet d'une louable curiosité. Je tâcherai de ne rien dire d'inutile, en commençant par le précis de ce qui a donné naissance à la Compagnie, & précédé les Lettres patentes de son établissement.

I.

DE LA SOCIÉTÉ ROYALE

Un goût décidé pour la Physique & les Mathématiques avoit lié trois personnes connues depuis très-avantageusement par leurs ouvrages, Mr. le Comte de Saluces, Mr. Louis de la Grange & Mr. Jean-François Cigna. Vers le milieu de l'an 1757 ils s'assembloient chez le premier à conférer & faire des expériences; Mr. Cigna tenoit la plume: & bientôt Mrs. Bertrandi, Gaber, Allioni, Richeri, de Foncenex & Plazza s'étant associés l'un après l'autre à leur travail, la petite Compagnie donna en 1759 un premier volume de Mélanges de Philosophie & de Mathématique sous les auspices de Victor-Amédée, qui alors Prince Héréditaire, tout comme à présent sur le Trône, a bien voulu toujours être le Protecteur d'une Société dévouée à des sciences qu'il avoit assez approfondies lui-même pour les goûter, les aimer, connoître, apprécier l'utilité dont elles sont maintenant, & apercevoir l'étendue immense de celle qu'on peut en espérer encore. L'accueil

que fit le Public à cette première production de la Compagnie, autorisa son Auguste Protecteur à lui obtenir du Roi son Père le titre de *Société Royale*. Pour assurer qu'elle n'étoit pas indigne de cet honneur il avoit deux garans qu'il suffit de nommer: Haller & Euler s'étoient joints à la Société. A peine en avoient-ils vu le premier volume qu'ils s'empressèrent d'envoyer de Berne & de Berlin de leurs Mémoires pour être insérés dans le suivant. Et à Turin la Compagnie avoit fait l'acquisition des deux personnes qui en fait de sciences devoient être les plus écoutées à la Cour; Mr. le Marquis de Fleury, & le P. Gerdil, dont le premier avoit présidé aux études du Prince qui règne aujourd'hui, l'autre, à présent Cardinal, étoit alors Précepteur de Monseigneur le Prince de Piémont.

Aux Associés de ce tems il faut ajouter Mr. Carena dont on a un mémoire dans le volume que la Société se hâta de publier pour les années 1760 & 1761. Le troisième volume pour les années 1762 - 1765 eut trois nouveaux Associés, MM. Macquer, Dana & D'Alembert, le quatrième pour les années 1766 - 1769, six, le P. Abbé Roffredi, MM. Monnet, Marini, le Marquis de Condorcet, le P. Gianella & Mr. de la Place.

On donnoit alors à Paris la *Collection Académique concernant l'Histoire naturelle, la Physique expérimentale, la Chimie, la Médecine, l'Anatomie &c.* Il étoit assez naturel qu'on n'y oubliât point nos Mélanges. Aussi trouve-t-on dans le XIIIme volume de la partie étrangère tout ce qu'il y a dans nos quatre premiers d'appartenant à la Physique, rédigé par Mr. François Paul. Mais ce qui a dû flatter la Compagnie, c'est

la manière dont il en est parlé dans la préface. Mr. Vidal qui en est l'auteur, y dit entr'autres choses pag. VIII que *parmi les nombreuses Académies dont l'Italie se vante, celle de Turin paroît surtout animée de cet esprit (Philosophique qui ne marche qu'avec le flambeau de l'expérience &c.)* & que *les Savans admirent dans les quatre volumes qu'elle a publiés en assez peu de tems, la sagacité la plus ingénieuse jointe à la plus sage circonspection & des découvertes utiles dans toutes les parties des Sciences naturelles.* Il ne parle que de la partie qui entroit dans son plan; mais sans doute qu'il n'auroit pas jugé moins avantageusement de l'autre, où l'on vit Mr. de la Grange débuter par des recherches qui tout au moins le mettoient de niveau avec les Eulers & les D'Alembert. Car si l'on peut soupçonner de la satire dans l'aveu de Daniel Bernoulli (Mém. de Berlin pour l'an. 1753 pag. 148) que les Mémoires de D'Alembert & d'Euler sur les cordes vibrantes offroient *les calculs les plus épineux & les plus abstraits dont l'esprit analytique se fût encore avisé*, on ne peut douter ni que la question ne fût assez difficile pour que trois aussi grands Géomètres ne s'entendissent pas toujours assez l'un l'autre en s'évertuant à l'envi pour l'éclaircir, ni que les recherches de Mr. de la Grange sur la nature & la propagation du son n'ayent résolu cette même question des cordes vibrantes avec bien d'autres, par une analyse plus générale, plus complète, plus ingénieuse, plus nouvelle, plus exacte & qui va plus loin. Et cependant je ne sais si avec moins de difficulté il n'y a pas plus de mérite encore dans sa méthode des variations, ou *de maximis & minimis* des formules intégrales indéfinies, donnée dans ces mêmes volumes.

Mais ces premiers essors du génie de Mr. de la Grange n'ont

que trop tôt pour nous été admirés des étrangers; & je ne puis les rappeler à mes Concitoyens sans renouveler nos regrets. Je dois plutôt remarquer que les autres Mémoires de Mathématique de nos Mélanges tiennent tous assez bien leur place à côté de ceux de ce sublime Géomètre. Je pourrois citer plusieurs passages de D'Alembert, où l'on voit le cas qu'il faisoit de Mr. le Chev. de Foncenex, quoiqu'il dût le regarder comme un nouvel adversaire, ou tout au moins un entremetteur peu favorable dans la question qu'il avoit avec Euler sur la réalité des logarithmes des quantités négatives. Nous avons des lettres qui témoignent que le même D'Alembert & Mr. le Marquis de Condorcet ont fort approuvé le Mémoire du P. Gianella. Les autres sont de MM. Euler, D'Alembert, de Condorcet & de la Place. En faut-il de plus pour nous assurer que la partie Mathématique de nos Mélanges n'est point inférieure à la Physique? J'ajouterai seulement que le cinquième volume, dont Mr. Vidal n'a pu parler, n'a pas eu des Savans un accueil moins favorable. Il contient les Mémoires de 1770 en 1773, & l'on y en trouve de deux nouveaux Associés Mr. le Comte Morozzo & Mr. Monge.

Mais pour achever de rendre compte de ces cinq volumes, je dois noter encore que conformément à leur titre de Mélanges de Philosophie & de Mathématique, la Métaphysique y a trouvé sa place. On sait combien Mr. le Cardinal Gerdil s'est distingué en ce genre par l'érudition & la facilité qu'il a jointes à la subtilité propre à cette science, & par cet esprit de sagesse qui voit tout du bon côté pour la Religion & le bien de l'ordre public. Dans nos Mélanges il a porté la lumière de sa Métaphysique à éclairer des spéculations où l'évidence

des Mathématiques va se perdre dans l'infini, & il nous a expliqué l'ordre & le beau. Mr. Richeri y a donné un essai d'un grand projet. Il tâche d'y réduire moyennant de nouveaux signes le langage & les raisonnemens de la Philosophie spéculative à la précision des formules algébriques. Mais je ne prétendrai pas que sur le mérite de cette partie on soit également d'accord. Malebranche, Leibnitz, Locke font chacun l'admiration d'un grand nombre de sectateurs, tandis que pour bien d'autres Locke est un raisonneur téméraire, Leibnitz un rêveur sublime, Malebranche à force d'esprit a perdu le sens commun: & c'est surtout en Métaphysique qu'un homme sensé peut être tenté de s'écrier avec Montagne, *que sais-je?* La Compagnie ne s'en occupe plus, comme nous le verrons en son lieu.

Ici je terminerai ce qu'on pourroit appeler ses anciens fastes, par l'honneur que lui a fait la nouvelle Société de Philadelphie de l'inviter de l'autre hémisphère à une espèce d'association & de correspondance en lui envoyant le premier volume de ses Transactions aussitôt qu'elle l'eut publié. Une avance qui lui étoit faite de si loin, & par une Compagnie qui avoit à sa tête Mr. Franklin, a dû par là sans doute flatter beaucoup notre Société Royale. Mais ce qui a dû la charmer encore plus, c'est le mérite de l'ouvrage même, où éclatent le zèle, l'habileté, les talens des Savans qui le lui envoyoient. Ce n'étoit pas seulement une de ces collections utiles, ou même nécessaires pour le tems où elles paroissent, mais qui cependant ne peuvent espérer qu'une vie éphémère parce qu'elles tiennent tout leur prix de la nouveauté qu'on y cherche plus souvent encore qu'on ne l'y trouve. Le premier volume

des Transactions Américaines en sa plus grande partie est un dépôt précieux d'observations qui aussi rares que propres à nous donner la mesure des orbites de tous les astres dont le soleil tient le foyer, rendront ce régistre de leur détail & de leurs calculs intéressant pour nos arrière-neveux à peu près autant qu'il l'est pour nous. Mais je m'arrête peut-être trop sur ce que je rapporte avec plaisir.

Passons aux événemens malheureux. Le plus commun, dont cependant je ne puis me dispenser de parler, c'est la mort, qui s'est hâtée de nous enlever plusieurs Confrères, en commençant par le coup le plus cruel.

Mr. Ambroise-Bertrandi étoit un vrai Génie: il ne seroit pas bien vieux encore; il n'avoit que 42 ans quand il termina ses jours le 6 décembre 1765. Ses ouvrages & deux éloges que lui ont faits Mr. Louis, Secrétaire de l'Académie de Chirurgie de Paris, & avec plus de soin & de détail Mr. le Comte Bava de S. Paul, pourront satisfaire ceux qui voudront juger de la justice de notre admiration & de nos regrets *. Il naquit à Turin le 17 octobre 1723; son enfance eut de quoi étonner par les talens qu'il montra pour la peinture, pour la poésie, pour les Belles-Lettres; une maturité d'esprit précoce en fit un philosophe, pendant que déterminé par ses circonstances à une profession plus lucrative, il se rendit bientôt un

* Quand j'écrivois ceci en 1785 j'ignorois encore que deux de nos Confrères Mrs. Penchienati & Brugnoni travailloient à nous donner une édition complète des oeuvres de Mr. Bertrandi avec des notes & des supplémens moyennant lesquels ces oeuvres pourront tenir lieu d'un cours complet de Chirurgie. Les deux premiers volumes ont paru à l'heure qu'il est. Ils commencent par un discours qui est à présent ce que nous avons de plus exact sur la vie de Mr. Bertrandi.

des plus habiles & des plus savans Chirurgiens de ce siècle: à tout cela il joignit les qualités du cœur; sa piété filiale peut être citée pour un illustre exemple.

La seconde perte que fit la Compagnie, fut assez grande pour lui être sensible quoique non prématurée. D. Louis-François-Joseph de Wilcardel Marquis de Fleury & de Beaufort &c. &c. Ministre d'Etat, Chevalier Grand-Croix de l'Ordre des Ss. Maurice & Lazare &c., étoit âgé d'environ 78 ans quand il mourut en janvier 1769. Né à Turin en 1691 d'une très-illustre famille originaire du Hainaut, attachée à notre Cour dès le 1616 & éteinte en lui, il en relevoit l'éclat par toutes les qualités qu'on doit préférer à la naissance, par la vertu, les manières, l'esprit & le savoir. Avec un air grave il étoit fort aimable en compagnie, & à voir comme il s'y plaisoit on ne l'auroit pas soupçonné de se plaire encore plus dans son cabinet à calculer avec Moivre les probabilités & les hazards. Dans sa jeunesse ayant suivi le Marquis de Trivié son père, Ambassadeur Extraordinaire de Victor-Amédée II auprès de la Reine Anne, il eut le bonheur de connoître assez particulièrement plusieurs des plus grands Génies de l'Angleterre, Pope, Addison, Bolingbroke & l'immortel Newton. Mon plan ne me permet pas de le suivre dans ses voyages & de parler de ses liaisons avec grand nombre d'autres Savans. J'ai déjà dit, ce qui doit le plus nous faire chérir sa mémoire, qu'il a eu l'honneur de diriger les études du Prince par qui nous avons le bonheur d'être gouvernés. Car si en admirant sur le Trône tant de lumières puisées dans les sciences nous devons remercier Dieu qui a bien voulu donner à notre Auguste Souverain autant de capacité que de bonté; nous en devons aussi

quelque reconnoissance à l'habile mortel qui en a si heureusement cultivé les talens dans cet âge tendre, où les plus grands Génies ne sont que les esprits les plus susceptibles d'une instruction nécessaire. A ce service que le Marquis de Fleury rendit à son Maître & à son pays, qu'il me soit permis d'en ajouter un autre dont le souvenir dans le moment où j'écris, nous est rendu touchant par un regret trop juste pour qu'on ne me pardonne pas deux lignes qui d'ailleurs n'entreroient point dans mon plan. Dans ces jours fortunés, où il plut au Seigneur de nous faire le présent de cet exemple des épouses, des méres, des Princesses, de cette Reine irréprochable dont la piété ne s'est jamais démentie jusqu'aux dernières souffrances dans lesquelles elle vient de montrer à sa Famille éplorée, à ses serviteurs pénétrés, à toute la Nation attendrie comment la Religion sait triompher de la mort, quand le Ciel, qui nous la ravit trop tôt, voulut en orner notre Cour, ce fut le Marquis de Fleury, long-tems son Chevalier d'honneur, qui chargé particulièrement de cette commission, nous l'amena des Pirénées.

Mais revenons à mon sujet. La même année funeste à la Compagnie par la perte d'un appui aussi respectable que l'étoit Mr. le Marquis de Fleury, lui fut plus cruelle encore en lui enlevant un jeune Membre sur lequel elle sembloit pouvoir compter pour bien long-tems, que ce seroit un de ceux qui lui fourniroit le plus par son zèle, ses talens & un travail infatigable. Mr. Ange Paul Carena étoit né le 6 de mars 1740, à Carmagnole, d'un Médecin qui malgré le goût décidé de son fils pour les sciences exactes, voulut en faire un Jurisconsulte. Le fils qui avoit commencé par étudier avec

transport la Physique & les Mathématiques & surtout l'Optique, obligé de laisser les lentilles & les miroirs des microscopes & des télescopes qu'il travailloit avec Mr. le Comte Morozzo, aujourd'hui notre Vice-Président, pour s'occuper du Droit civil & canon, y prit ses degrés avec réputation; mais dans cette nouvelle carrière toujours entraîné par son goût pour les connoissances exactes, il se tourna principalement aux recherches critiques de la Diplomatique, de l'Histoire & de la Géographie, surtout de ces siècles dont les ténèbres jettent tant d'obscurité & de doutes sur bien des questions très-délicates de notre jurisprudence. Son opiniatreté à un travail trop assidu abrégea si fort ses jours qu'il n'eut le tems de donner au Public qu'une bien petite partie des fruits de ses recherches. Mais cet échantillon que l'on peut voir dans le second volume de nos Mélanges, nous montre assez combien nous avons perdu par sa mort qui a été le 16 octobre 1769.

Je ne dirai rien du grand Haller mort en 1777. Ce nom célèbre auroit décoré notre liste, comme il a fait honneur à nos anciens Mélanges. Mais mon objet n'étant de parler ici que des malheurs qui nous ont pu donner lieu de craindre que la Compagnie ne languît bientôt malgré le zèle du petit nombre de Membres qui lui restoit à Turin, je ne dois compter de morts que ceux dont elle avoit dû se promettre qui l'auroient soutenue par leur présence. C'est pourquoi il ne me reste qu'un mot à dire de Mr. Jean Baptiste Gaber Médecin, fils de Médecin, né à Saorge le 16 juillet 1730, mort le 17 juillet 1781. Ayant pris ses degrés & fait sa pratique à Turin, il s'y distingua dans sa profession de manière que tout

jeune encore il eut une place entre les Médecins de la Cour. Il suivit en cette qualité S. A. R. Monseigneur le Duc de Chablais dans le voyage qu'il fit en Savoie en 1771, & il étoit destiné au même honneur en 1775, quand une maladie qui lui affoiblit le cerveau, finit sa carrière avant ses jours. Comme avec beaucoup d'esprit & de savoir il ne bornoit pas son attention & ses recherches à la partie de la Physique qui tient de plus près à la pratique de l'art salutaire, ce fut une vraie perte pour la Société dont il avoit été un des premiers Membres. Elle dut y être d'autant plus sensible que leur nombre dans cette Ville ne suffisoit plus à des Assemblées qui pussent mériter ce nom. Mr. de la Grange dès le 1766 étoit à Berlin, appelé par ce Héros Savant qui lui a fait l'honneur de lui confier la direction de la classe de Mathématique de son Académie. Mr. le Chevalier de Foncenex étoit retenu le plus souvent à Villefranche par le service du Roi qui ne pouvoit faire un meilleur choix pour sa marine, dont il lui a donné après quelques années le commandement. La nouvelle Université que Charles Emanuel III venoit d'ériger à Cagliari nous avoit privé de Mr. Plazza qu'elle retient encore à présent sur la chaire de Chirurgie. Le P. Abbé Roffredo faisoit sa résidence ordinaire à son Abbaye de Casanova. Il ne restoit plus d'espoir au zèle de Mr. le Comte de Saluces pour soutenir la Compagnie que dans la protection du Roi. Cet espoir ne fut point trompeur.

I I.

ÉTABLISSEMENT DE L'ACADÉMIE

Le Roi sentit l'importance de relever la Compagnie par un établissement plus solemnel, qui réveillât l'émulation de ses sujets, leur fournît les moyens d'employer leurs talens, & les rassurât sur la crainte de voir bien tôt la Société tombée & déchu tout espoir qu'on eût pu fonder sur elle. Il me seroit difficile de retracer ici tout ce qu'il a fait dans ce dessein, les mémoires qu'il a agréé qu'on lui présentât, les projets qu'il a bien voulu prendre en considération, particulièrement depuis octobre 1781 jusqu'en juillet & août 1783, qu'il a effectué l'institution de l'Académie, & lui a fait une assignation généreuse pour son entretien, pour les dépenses que des recherches utiles exigent souvent, & pour les médailles, les secours, les récompenses qui doivent encourager ceux qui lui adressent leur travail. Mais si nous n'entrons pas dans un plus grand détail sur tout ce qui s'est passé à l'occasion que la Compagnie a reçu ainsi du Roi une nouvelle existence plus autorisée & plus solide, nous ne pourrions sans ingratitude laisser ignorer au Public qu'après le Roi, elle a les plus grandes obligations à ses deux Ministres & Secrétaires d'État Mr. le Comte de Perron qui s'est beaucoup intéressé & employé pour son nouvel établissement, & Mr. le Comte Corte qui est le canal ordinaire par lequel elle reçoit ses ordres & ses bienfaits. Dans notre juste reconnoissance nous ne pouvons que souhaiter de répondre assez bien à l'attente & aux vues patriotiques & salutaires de ces Ministres éclairés, pour que leur zèle puisse voir avec complaisance le souvenir de leurs

soins régistré ici avec celui des bontés du Roi & de ses déterminations. Elles parurent le 25 juillet 1783 par ses Lettres patentes que je crois devoir rapporter dans leur langue originale, rien n'étant moins facile qu'une traduction fidelle.

VITTORIO AMEDEO

PER GRAZIA DI DIO RE DI SARDEGNA, DI CIPRO, E DI GERUSALEMME, DUCA DI SAVOJA, DI MONFERRATO E PRINCIPE DI PIEMONTE EC.

La Reale Società delle Scienze, che da più lustri con pubblico applauso fiorisce nella Nostra Metropoli meritamente aspettavasi ne' propizi e benefici periodi del Nostro Regno il suo solenne stabilimento. Già fin dal primo nascere di questa illustre Adunanza un inclito Personaggio prescelto alla cura de' Nostri studj ne aveva nel disegnato piano delineate le giuste idee annunziatrici degli avventurosi progressi; e un cenno solo della Nostra propensione bastò in quel punto ad incoraggirne e promuoverne l' avanzamento. Quindi d' allora in poi, mercè l' unione di elevati ingegni, e di chiarissima fama, mirabilmente s' accrebbe, e si sostenne colla propria virtù; tale essendo l' insito pregio delle scienze indagatrici del vero, il propagarsi naturalmente da se medesime, insino che per colmo di onorificenza sottentri l' onorevole sostegno delle Sovrane sanzioni, che le proteggano e le difendano. Non mancarono in vero nelle Nostre Regioni Uomini insigni che nell' età trapassate si distinsero ne' studj delle cose naturali e nelle matematiche discipline, ma era riserbata a questi tempi la bella sorte di portare queste sublimi scienze al suo natio

splendore, ed a quel grado, in cui trovansi, di perfezione. Appena in fatti la virtuosa Società Torinese comunicò al Pubblico i primi elaborati saggi delle sue esercitazioni, che sparse per ogni dove la celebrità del suo nome, e vide in breve illustrati i suoi fasti da più Letterati d'Europa che a distinto onore recaronsi di essere ascritti ad un ceto così benemerito, il quale ha per unico oggetto delle studiose sue cure la gloria di giovare alla Patria, ed allo Stato; ora sebbene i prosperi e rapidi progressi di sì ragguardevole ed acclamata Società bastar potessero da se soli senza l'apparato delle consuete formalità a palesarne la sua stabile e ferma esistenza, si è non pertanto ne' socj emulatori del vero onore eccitata di quando in quando la commendevole ardente brama, che da un pubblico contrassegno della Sovrana Nostra autorità ne venisse assicurata ne' Posteri la perennità dello stabilimento, siccome quello che sotto i Nostri auspizi ebbe il suo primo essere, e che si ripromette ne' tempi avvenire i più luminosi incrementi d'estimazione e decoro. Noi pertanto mentre con singolar compiacenza abbiamo sempre riguardata questa illustre Società sino dal primo istante della sua instituzione, e siamo altronde pienamente persuasi de' vantaggi segnalatissimi, che seco apportano le sublimi scienze per la loro influenza sull' arti, e sul genio della Nazione, per cui eziandio a misura delle cognizioni, le menti s' innalzano e si riempiono d'ammirazione e rispetto verso il Supremo Autore dell' Universo, Ci siamo ben volentieri disposti ad accondiscendere a' comuni voti della stessa Società, acciò non venga più oltre ritardato il solenne di lei rinnovellamento, onde vieppiù se ne accresca il lustro, e la rinomanza, e si accenda ad un tempo negli animi generosi il

nobile spirito emulatore di sapienza, e di gloria. Perciò in vigore delle presenti di Nostra certa scienza ed autorità Regia, avuto il parere del Nostro Consiglio, erigiamo, e stabiliamo nella Nostra Metropoli la mentovata Società, che d' ora innanzi sarà distinta col nuovo titolo di Accademia Reale delle Scienze, e quella riceviamo sotto l' immediata e speciale Nostra protezione, assicurandoci che animata da questo grazioso tratto della Reale Nostra propensione, e munificenza si farà semprepiù un lodevole inalterabile impegno di consecrare i suoi studj e fatiche a beneficio del Pubblico, ed a perpetuo onorevole ornamento della Nazione: E siccome Ci sono stati rassegnati alcuni particolari Regolamenti compilatisi pel buon governo, e direzione di quest' Accademia, Ci siamo degnati di quelli approvare insieme coll' Elenco degli Uffiziali, e de' Socj Accademici in piè d' essi descritti costituenti attualmente l' intiero corpo dell' Accademia, volendo che i Regolamenti ed Elenco suddetti vengano uniti alle presenti e visati dal Nostro Ministro e Primo Segretaro di Stato per gli affari interni, affinchè si rendano ad ognuno palesi e sortiscano in ogni tempo il loro pieno vigore ed osservanza. Mandiamo a chiunque spetta, ed appartiene di osservare le presenti e spedirsi le medesime senza pagamento di emolumento od altro dritto e registrarsi insieme cogli anzidetti Regolamenti dal Senato del Piemonte, e Camera de' Conti senza costo di spesa alcuna, che tale è Nostra mente. Dat. in Moncalieri li venticinque del mese di luglio l' anno del Signore mille settecento ottantatre e del Regno Nostro l' undecimo.

VITTORIO AMEDEO

CORTE

A ces Lettres patentes sont annexées les deux pièces qu'elles annoncent, c'est-à-dire le Réglement & la liste de tous les Membres dont le Roi a bien voulu que sa nouvelle Académie fût composée. Comme ces pièces ne sont ici que pour satisfaire la curiosité des Lecteurs, nous avons jugé, en faveur de ceux qui ne savent pas notre langue, pouvoir les donner en François.

RÉGLEMENT

Pour l'Académie Royale des Sciences.

ARTICLE I

„ L'Académie Royale des Sciences sera composée de quarante Académiciens Nationaux, dont vingt au moins seront „ domiciliés à Turin, & de vingt Etrangers.

2

„ Elle aura cinq Officiers, un Président, un Vice-Président, „ un Secrétaire, un Trésorier, & un Directeur de l'impres- „ sion des ouvrages Académiques, & des correspondances „ qu'elle entretiendra.

3

„ L'objet de ses recherches sera de cultiver les Mathéma- „ tiques, & toutes les parties de la Physique prises dans leur „ plus grande étendue, à l'exception de ces discussions, qui „ n'étant que de pure spéculation, ne tendent point à procu- „ rer de nouvelles connoissances utiles, ou quelqu'avantage „ réel à la Société.

4

„ Les assemblées de l'Académie se tiendront une fois par „ mois, depuis le 30 de novembre jusqu'au 31 de mai inclu-

„ sivement: la première & la dernière seront publiques & so-
„ lemnelles, les autres seront particulières & se tiendront le
„ jour qui sera fixé par le Président. En cas de besoin on pour-
„ ra convoquer des assemblées extraordinaires sur l'avis qu'en
„ donnera le Président.

5

„ Au commencement de chaque année on déterminera les
„ sujets & les ouvrages scientifiques auxquels l'Académie
„ devra s'appliquer. Pour cela il sera permis à chacun de ses
„ Membres de mettre son sentiment par écrit, & de le con-
„ fier au Président, qui après l'examen qu'on pourra aussi en
„ ordonner, si on le juge nécessaire, déterminera les matiè-
„ res qui devront se traiter par l'Académie pendant cette année.

6

„ On lira cette détermination dans une des premières as-
„ semblées afin que chaque Académicien puisse choisir le point
„ qu'il lui plait: chacun pourtant devra remettre son choix par
„ écrit au Secrétaire qui sera chargé de faire une note des ar-
„ ticles qui auront été distribués & que l'on aura choisis, pour
„ savoir à l'occasion le nom de ceux de qui on attend des
„ mémoires.

7

„ Il ne sera fixé aucun terme aux Académiciens pour pré-
„ senter leurs mémoires à l'Académie; il sera aussi libre à
„ chacun d'eux de lui fournir tous ouvrages auxquels il lui
„ aura plu de travailler, pourvu qu'ils ne s'éloignent pas de
„ l'objet principal de l'institution de l'Académie.

8

„ Ce sera par ordre d'ancienneté que les Académiciens li-

„ ront leurs mémoires dans les assemblées ordinaires, & ils
„ en remettront après la lecture une copie d'une écriture lisible
„ au Secrétaire qui leur en donnera un *récépissé.* On réservera
„ aux deux assemblées publiques la lecture des mémoires qui
„ pourront plus particulièrement intéresser le Public.

9

„ Le Président de concert avec les autres Officiers pourra
„ former dans les occurrences une députation particulière,
„ composée d'un nombre choisi d'Académiciens pour exami-
„ ner secrétement tous les mémoires & objets qui pourront
„ intéresser l'Académie, & selon les instances qui lui en seront
„ faites. Le sentiment de cette députation sera remis au Se-
„ crétaire pour être communiqué au Corps entier.

10

„ Aucun des Académiciens ne pourra refuser de remplir les
„ commissions dont il aura été chargé par l'Académie à teneur
„ de l'article précédent, sans des raisons dont elle connoisse
„ la validité.

11

„ Après la lecture de l'avis de la susdite députation, l'Aca-
„ démie procédera au scrutin des mémoires & travaux scienti-
„ fiques qui auront été lus dans les assemblées, ou qui auront
„ été présentés, & prononcera ensuite sur leur mérite; pour la
„ validité de ces délibérations seront requis les quatre quints
„ des voix des Académiciens.

12

„ Pour encourager les talens & les productions ingénieuses
„ l'Académie fera distribuer chaque année dans les deux assem-
„ blées publiques des prix & des gratifications aux Sujets non

„ Académiciens, qui pendant l'année auront présenté quel-
„ qu'ouvrage ou pièce qu'on aura jugée ingénieuse & de nou-
„ velle invention. Ces prix & gratifications seront déterminées
„ par la susdite députation particulière.

13

„ Dans les assemblées de l'Académie chacun observera les
„ égards qu'on doit à la religion, à la décence, à la politesse
„ & à la prudence.

14

„ Il sera défendu à tous les Académiciens de divulguer
„ quoique ce soit de ce qui se passe dans l'Académie, avant
„ qu'elle ait déclaré ses résolutions ; & il ne sera jamais
„ permis de manifester les sentimens particuliers des Aca-
„ démiciens sur les sujets qu'on aura traités dans les séances.

15

„Aucun des Académiciens ne pourra prendre ce titre dans les
„ ouvrages qu'il fera imprimer sans l'agrément de l'Académie.

16

„ Pour remplir les places vacantes soit des Nationaux soit
„ des Etrangers on n'élira que des Sujets de bonnes mœurs
„ & d'une probité reconnue, & qui se soient déjà acquis une
„ réputation distinguée par quelques ouvrages imprimés, ou
„ par quelque mémoire scientifique présenté à l'Académie.

17

„ L'élection se fera à la pluralité des voix, & aucun ne sera
„ censé élu sans avoir les quatre cinquièmes des suffrages.

18

„ La même règle s'observera dans les élections qu'il s'agira
„ de faire, vacation avenant de quelqu'une des Charges ci-de-

„ vant créées. On ne devra admettre pour les remplir que des
„ Académiciens domiciliés à Turin, & ce choix aussi-bien
„ que celui des nouveaux Académiciens devra être proposé à
„ S. M., pour en obtenir l'agrément.

19

„ L'élection des Académiciens de même que celle des Offi-
„ ciers sera déclarée par le Président à la première assemblée
„ publique, & les nouveaux élus en recevront l'avis par une
„ lettre signée du Secrétaire.

20

„ L'Académie entretiendra correspondance avec les divers
„ Savans soit nationaux soit étrangers. Le nombre de ces Cor-
„ respondans ne sera point déterminé, & leur admission se
„ fera également par votation.

21

„ Les travaux de ces Correspondans seront lus dans les as-
„ semblées, après avoir été néanmoins examinés par la dépu-
„ tation particulière, & en avoir emporté le suffrage: on les in-
„ sérera ensuite à la fin des volumes de l'Académie en forme
„ d'addition, ou en entier ou par extrait, ou même on les fera
„ paroître dans des volumes à part, suivant le sentiment de la
„ Compagnie.

22

„ Lorsque quelqu'un de ces correspondans se trouvera à
„ Turin, il sera admis aux assemblées, prenant place après
„ les Académiciens, sans avoir pourtant voix délibérative.

23

„ Ce sera le Président qui occupera la première place dans
„ les assemblées: les autres Officiers se rangeront ensuite selon

„ l'ordre indiqué dans la liste qui est à la suite de ce Régle-
„ ment.

24

„ Les autres Académiciens prendront place selon l'ordre
„ susdit,& le cas avenant que quelqu'un arrive lorsque la séan-
„ ce sera commencée, on ne se dérangera pas pour lui rendre
„ sa place.

25

„ Si les personnes qui seront admises aux assemblées pu-
„ bliques ou même particulières, sont distinguées par de grands
„ emplois, elles prendront place aux deux côtés du Trône:
„ toutes autres personnes occuperont celle qui leur sera dé-
„ signée, de manière cependant à ne causer aucun embarras.

26

„ Le Président sera perpétuel; il veillera principalement à
„ maintenir le bon ordre dans chaque assemblée, & aura soin
„ que le Réglement de l'Académie soit exactement observé:
„ il fera délibérer sur toutes les matières qu'il jugera à propos,
„ il prononcera les résolutions de l'Académie à la pluralité des
„ voix, & déclarera les pièces qui auront remporté les prix
„ ou gratifications proposées par l'Académie.

27

„ Le Président signera tous les mémoires que l'Académie
„ voudra faire imprimer; mais avant de les signer & de les
„ mettre sous presse, il devra les présenter au Grand Chan-
„ celier, & à son défaut au Ministre & premier Secrétaire
„ d'État au département des affaires internes.

28

„ Il appartiendra encore au Président de faire les invitations

„ aux assemblées de l'Académie : il aura aussi la charge ho-
„ norable de présenter à S. M. au nom du Corps les Aca-
„ démiciens ou Correspondans étrangers qui passeront par
„ cette Capitale, après pourtant la participation & l'agré-
„ ment du Ministre & premier Secrétaire d'État au départe-
„ ment des affaires étrangères.

29

„ Le Vice-Président sera triennal: en l'absence du Prési-
„ dent il sera revêtu de la même autorité, & devra en faire
„ les fonctions. Il sera cependant tenu de lui prêter toute
„ son assistance dans les commissions dont il sera chargé.

30

„ Le Secrétaire sera perpétuel: outre les obbligations dont
„ il est parlé dans les articles précédens, il devra tenir exac-
„ tement compte de tout ce que les Académiciens auront pro-
„ posé de nouveau & d'intéressant, de même que de toutes
„ les réflexions importantes que chacun d'eux exposera lors-
„ qu'on examinera les différentes matières dans les assem-
„ blées. Il fera rapporter le tout en détail dans un régistre
„ particulier, destiné pour cela, & insérer dans un autre sé-
„ paré les déterminations du Corps & les mémoires que l'on
„ aura lus dans les assemblées & dont il sera tenu de faire
„ l'extrait qu'il lira à la séance suivante.

31

„ Il devra signer tous les actes de l'Académie, & en pourra
„ expédier des copies ou des extraits aux Académiciens &
„ à toutes personnes qui auront intérêt d'en avoir.

32

„ Il entretiendra correspondance avec les autres Académies

„ des Sciences & avec les Savans les plus célèbres. Il sera le
„ Garde des régistres, titres, & papiers concernants l'Acadé-
„ mie, qu'on devra par conséquent lui confier, après en avoir
„ dressé l'inventaire signé par le Président, lequel devra être
„ renouvelé chaque année à la dernière assemblée ; il aura
„ enfin la direction de la bibliothèque & des machines.

33

„ Le Trésorier sera aussi perpétuel : ce sera à lui qu'il ap-
„ partiendra de retirer toutes les rentes de l'Académie de quel-
„ que nature qu'elles puissent être, de distribuer les prix à ceux
„ qui les auront remportés, de passer les quittances, de payer
„ les appointemens & autres sommes qui seront dues par l'A-
„ cadémie, & cela sur les ordres du Président, ou de l'Acadé-
„ mie elle-même lorsqu'il s'agira de fortes dépenses & ex-
„ traordinaires qui auront été déterminées par le Corps entier.

34

„ Il devra rendre chaque année ses comptes à un Comité
„ composé du Président, du Vice-Président, du Secrétaire,
„ & de deux ou trois des plus anciens Académiciens, & in-
„ sérer dans le régistre de ses comptes les ordres & les quit-
„ tances des payemens qu'il aura faits.

35

„ Le Directeur de l'impression des ouvrages Académiques
„ & des correspondances sera également perpétuel. Il sera
„ chargé du soin qu'on n'altère point les manuscrits remis à
„ l'Imprimeur par ordre de l'Académie, & de donner cours
„ aux dépêches relatives à ses correspondances soit pour le
„ Pays soit pour l'Étranger.

36

„ L'Académie aura un nombre suffisant d'Employés subal-
„ ternes. Leur nomination appartiendra aux Officiers de l'Aca-
„ démie sur la proposition qu'en fera le Secrétaire.

37

„ A l'ouverture annuelle de l'Académie le Secrétaire lira
„ le présent Réglement & les autres qu'on pourroit établir
„ dans la suite avec l'approbation de S. M. pour plus grand
„ lustre & honneur de l'Académie.

LISTE

DES OFFICIERS ET AUTRES SUJETS

Qui composent l'Académie Royale des Sciences.

PRÉSIDENT

M. Le Comte Saluces de Menusiglio, Gentilhomme de la Chambre du Roi, Membre de la Société Royale de Londres, de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Caen, de la Société Italienne des Sciences & des Arts de Verone & de la Société Patriotique de Milan.

VICE-PRÉSIDENT

M. le Comte Morozzo, Capitaine-Major du Régiment aux Gardes, Membre de la Société Italienne des Sciences & des Arts de Verone.

SECRÉTAIRE

* M le Docteur Cigna, Professeur d'Anatomie dans l'Université Royale de Turin, de la Société Royale de Londres.

TRÉSORIER

M. le Docteur Allioni, Professeur Émérite de Botanique dans la même Université, Directeur en chef du Cabinet d'Histoire Naturelle & du jardin de Botanique, Membre des Académies de Bologne, de Lyon, de Madrid, des Sociétés de Bâle, des Curieux de la Nature de Berlin, de Botanique de Florence, de Gottingen, de Londres, de Lunden, de la Patriotique de Milan, de Montpellier, de la Géorgique de Padoue & de la Société Royale de Médecine de Paris.

DIRECTEUR DE L'IMPRESSION
des ouvrages Académiques & des correspondances.

M. l'Avocat Boccardi, Directeur Général en second des Postes Royales, & Membre des Académies de la Crusca, de Rome, d'Alexandrie, & Honoraire de l'Académie de peinture & de sculpture de Turin.

ACADÉMICIENS NATIONAUX.

M. La Grange, Président Honoraire de cette Académie Royale, Directeur de la classe de Mathématique de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Berlin, Associé Étranger de celle des Sciences de Paris.

S. Em. Monseig. le Cardinal Gerdil, de la Société Royale de Londres, de celle de la Crusca & de l'Institut de Bologne.

M. Le Chevalier Daviet de Foncenex, Lieutenant-Colonel d'Infanterie & Capitaine Commandant de la Frégate Royale la St. Victor.

M. Le Docteur Dana, Professeur en Botanique, Directeur du Cabinet d'Histoire Naturelle du Roi, de l'Académie de Botanique de Florence & de la Société Royale de Naples.

Le Père ROFFREDI, Abbé de Casanova de l'Ordre des Cîteaux.

M. l'Abbé GIANELLA, Professeur de Géometrie dans l'Université Impériale & Royale de Pavie.

M. RICHERI, Docteur en Droit.

M. MARINI, Docteur en Médecine.

M. PLAZZA, Professeur de Chirurgie dans l'Université Royale de Cagliari.

* M. MARALDI, Pensionnaire Émérite & Astronome de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

M. le Commandeur D'ANTONJ, Major-Général d'Infanterie, Chef du Corps Royal & Directeur Général de l'École Royale de l'Artillerie.

M. le Marquis de BREZÉ, Colonel de Cavalerie, Adjudant Général du département de la Cavalerie & Dragons.

M. le Comte SCARNAFIX, Gentilhomme de la Chambre & Ambassadeur du Roi à la Cour de France.

M. le Marquis GRISELLA DE ROSIGNAN, Gentilhomme de la Chambre du Roi.

M. le Commandeur de ST. GERMAIN, Chevalier & Commandeur de l'Ordre de Malte, Grand-Maître en second de la Garderobe, & des premiers Écuyers de S. A. R. Monseig. le Prince de Piémont, Honoraire de l'Académie Royale de peinture & sculpture de Turin.

M. le Chevalier de ROBILANT, ancien Inspecteur Général des minières du Roi.

M. l'Abbé VAZELLI, ancien Professeur de Géométrie, Conseiller & Bibliothécaire du Roi.

* M. l'Abbé VALPERGA DE CALUSO, Chevalier de l'Ordre de Malte, Membre Honoraire de l'Académie Royale de peinture & sculpture de Turin.

M. le Chevalier DEBUTET, Capitaine d'Infanterie, Inspecteur Général des salines de S. M., Directeur des machines de l'Artillerie, & des machines hydrauliques affectées aux Bâtimens du Roi.

* M. MICHELOTTI, Professeur de Mathématique dans l'Université Royale de Turin, Membre du Corps des Édiles & Honoraire de l'Académie de Sienne.

M. le Docteur SOMIS, Médecin du Roi, Professeur de Médecine pratique dans l'Université Royale, Chef du *Proto-médicat* & Membre de l'Institut de Bologne, des Académies des Sciences de Naples & de Roveredo, de la Société Royale de Gottingue & des Arcades de Rome.

M. le Chevalier LOVERA, Capitaine dans le Corps Royal des Ingénieurs.

M. l'Abbé CANONICA, Professeur de Physique en l'Université de Turin.

M. GIOANETTI, Docteur en Médecine, Pensionnaire du Roi.

M. PENCHIENATI, Professeur en Chirurgie dans la même Université & Membre du Collège de Chirurgie.

* M. l'Abbé ROVERO DE PIEA.

M. BONVOISIN, Docteur en Médecine & Membre du Collège de cette Faculté.

M. BRUGNONI, Professeur extraordinaire & Membre du Collège de Chirurgie, Directeur de l'École vétérinaire.

M. PERENOTTI, Chirurgien Major du Régiment aux Gardes.

M. le Chevalier NAPION, Lieutenant dans le Corps Royal d'Artillerie.

Le Père SAORGIO Théatin, Professeur de Mathématique à Nice.

M. le Comte CORTE DE BONVOISIN, Substitut Procureur Général du Roi.

M. le Comte BALBE, Docteur en Droit & Membre du Collège de Jurisprudence.

M. SARTORIS, Docteur en Médecine.

M. FONTANA, Maître en Pharmacie.

ACADÉMICIENS ÉTRANGERS

* M. MACQUER, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris, Professeur de Chimie au Jardin du Roi, Censeur Royal, de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de celle de Stockolm, de la Société Philosophique de Philadelphie, de l'Académie de Médecine de Madrid, de la Société Royale de Médecine de Paris.

* M. D'ALEMBERT, Secrétaire perpétuel de l'Académie Françoise, de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de la Société Royale de Londres, de celles de Berlin, de St. Pétersbourg, de Lisbonne, de Naples & de Padoue, de l'Institut de Bologne, de la Société Royale de Norwege & de la Société Littéraire de Cassel.

* M. EULER (Léonard), de l'Académie Impériale de Saint-Pétersbourg, de celles de Paris & de Berlin, de la Société Royale de Londres.

M. le Marquis de CONDORCET, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de l'Académie

Françoise, des Académies de Bologne, de Philadelphie, de Pétersbourg & de Padoue.

M. MONET, Inspecteur Général des minières de France, de l'Académie Royale des Sciences de Stockolm, de celle de Rouen, & de la Société Littéraire d'Auvergne.

M. De la PLACE, Professeur de Mathématique de l'École Royale Militaire, & de l'Académie Royale des Sciences de Paris

M. MONGE, Professeur Royal en Physique expérimentale à l'École du Genie, Professeur Royal d'Hydrographie, & de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

M. le Chevalier LORGNA, Colonel des Ingénieurs au service de la République de Venise, Professeur de Mathématique & Directeur de l'École Militaire de Verone, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris, Membre de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Berlin, de la Société Italienne des Sciences & des Arts de Verone.

* M. MULLER, Professeur de Botanique à Copenhague.

M. l'Abbé BOSSUT, Honoraire-Associé-libre de l'Académie Royale d'Architecture de Paris, de l'Académie Royale des Sciences de Paris, de l'Institut de Bologne, de l'Académie Impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg, Examinateur des Élèves du Corps Royal du Génie, Inspecteur Général des Machines & Ouvrages Hydrauliques des Bâtimens du Roi, Professeur Royal d'Hydrodynamique.

M. FRANKLIN, Ministre Plénipotentiaire des États-Unis de l'Amérique Septentrionale à la Cour de France, des Sociétés de Londres, & de Philadelphie, de l'Académie

Royale des Sciences & de la Société Royale de Médecine de Paris.

* M. Bergman, Chevalier de l'Ordre Royal de Wasa, Professeur de Chimie à Upsal, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, de l'Académie Royale des Sciences & de la Société Royale de Médecine de Paris, de celles de Montpellier, Dijon, Upsal, Stockolm, Londres, Gottingue, Berlin.

M. Spalanzani, Professeur d'Histoire Naturelle dans l'Université Impériale de Pavie, Membre des Académies de Berlin, de Londres, des Curieux de la Nature, de Stockolm, de Gottingue, de Bologne & de Sienne.

* M. Spielmann, Docteur en Philosophie & en Médecine, Professeur de Chimie, de Botanique & de Matière médicale à Strasbourg, & Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

M. Priestley, Docteur en Droit, & Membre de la Société Royale de Londres.

M. l'Abbé Boscovich, ci-devant Professeur Royal d'Astronomie & d'Optique aux Écoles Palatines de Milan, Membre de la Société Royale de Londres, & Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

M. le Chevalier Landriani, premier Professeur en Physique aux Écoles Impériales Palatines, premier Directeur de la Société Patriotique de Milan, Membre de la Société Italienne de Verone.

M. Portal, Lecteur & Professeur de Médecine au Collège Royal de France, Médecin des Facultés de Paris & de Montpellier, de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

M. De Morveau, Avocat Général au Parlement de Bourgogne, Associé Honoraire de l'Académie des Sciences, Arts, & Belles-Lettres de Dijon, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

M. Achard, Directeur de la Classe de Philosophie expérimentale de l'Académie Royale des Sciences de Berlin, Associé de celle des Curieux de la Nature & de l'Académie Électorale d'Erfort.

Afin que cette liste puisse également servir pour cette année 1786 nous y avons marqué d'une petite étoile les articles où il s'est fait des changemens que nous noterons ici dans l'ordre de leur date.

Le 20 novembre 1783. Mrs.

Jean-André Lexell, de l'Académie Impériale de Pétersbourg,

Jean-Antoine Scopoli, Professeur en Chimie & Botanique à Pavie,

Le Chevalier de Lamanon de Salon en Provence, Correspondant de l'Académie Royale des sciences de Paris, ont été nommés pour remplir trois places d'Académiciens Étrangers, rendues vacantes par le décès de Mrs.

Euler mort le 7 septembre,

Spielmann mort le 9 septembre,

D'Alembert mort le 29 octobre.

Le 21 décembre Mr. le Docteur Cigna, surchargé d'autres occupations, au grand regret de la Compagnie, s'étant démis du Secrétariat, a été remplacé par Mr. l'Abbé de Caluso élu Secrétaire perpétuel le 28 du même mois.

Le 29 de février 1784 l'Académie autorisée par l'agrément du Roi, a déclaré *Émérites* Mrs. Maraldi, Michelotti, & l'Abbé de Piea, & nommé Mr. Joseph-Thérèse Michelotti, fils du précédent, à remplir une des trois places de Membre ordinaire que cette déclaration rendoit vacantes.

Le 17 mars Mr. Joseph Reyneri, Chirurgien du Roi, ancien Professeur à l' Université, a été élu à remplir la seconde de ces trois places.

Le 28 avril Mr. Charles-Guillaume Schéele, de l'Académie Royale de Suède, a été nommé à la place de Mr. Macquer dont on venoit d'apprendre le décès.

Le 28 novembre Mr. le Comte de St. Martin de la Motte a eu la dernière des trois places rendues vacantes par la déclaration du 29 février.

Le 9 janvier 1785 le Père Grégoire Fontana, Professeur en Géomètrie sublime à Pavie, a remplacé Mr. Bergman, mort le 8 juillet 1784.

Le 30 janvier Mr. Ferber, Directeur Général des minières Impériales de Russie, a eut la place vacante par la mort prématurée de Mr. Lexell.

Le 28 mars Mr. Sebastien Canterzani, Secrétaire perpétuel de l'Institut de Bologne, a été nommé à remplacer le feu Mr. Muller.

Reprenons maintenant l'histoire de l'établissement de l'Académie. En lisant le Réglement on aura pu remarquer que par l'article 4. le commencement de notre année académique est fixé au 30 de novembre, jour auquel l'Académie doit se rassembler pour reprendre ses exercices & tenir ses séances ordinaires, une au moins chaque mois, jusqu'au 31 de

mai, sans cependant qu'elle soit bornée à ces six mois & à ce petit nombre d'assemblées. Un témoignage des bontés du Roi, aussi authentique que ses Lettres patentes du 25 juillet 1783, avoit inspiré trop d'empressement & de reconnoissance pour qu'on dût cette première année attendre le 30 de novembre. La nouvelle Académie s'assembla pour la première fois le 30 octobre, & dans cette première séance elle statua qu'on s'assembleroit d'ordinaire tous les dimanches depuis l'ouverture jusqu'aux vacances. On continua avec la même ardeur dans les assemblées suivantes à régler tout ce qui restoit à faire. On nomma des Correspondans de la Province & de l'Étranger; on choisit pour devise la Vérité qui tend la main à l'Utilité, on décida du sceau & de la médaille. Le sceau a les armoiries du Roi avec la légende *Regiae Scientiarum Taurinensis Academiae*. J'épargnerai la description de la médaille, dessinée fidellement dans la vignette du frontispice de ce volume. Je me hâte d'arriver au jour que l'Académie parut enfin avec éclat, mais après que j'aurai remarqué ici que pour achever son établissement il lui falloit encore un logement indépendant de toute autre volonté que de celle du Roi son Maître & son Protecteur ; & le 30 août 1784 le Roi daigna lui en assigner un très-convenable, au Collège Royal des Nobles, & par ce nouveau bienfait consommer son ouvrage.

III.

SÉANCES MÉMORABLES

Cependant les assemblées, les exercices Académiques étoient si bien acheminés à leur vrai but, au progrès des connoissances utiles, les séances si bien remplies, que même les plus zélés oublioient le souci de voir les mois s'écouler sans qu'il y eût apparence que la nouvelle Académie pût de long-tems se montrer en public. La vanité est un puissant ressort que le vrai Philosophe ne fait jouer qu'à regret pour porter les gens au bien. Mais sans cet appui il est si rare que la vertu se soutienne contre l'attrait du plaisir, l'ennui du travail, l'aspect du danger; qu'à peine le Sage ose-t-il sur cette illusion avantageuse achever de se désabuser entièrement lui-même: & tandis qu'il affiche hautement son mépris pour tout ce qu'a d'éblouissant une grandeur destituée de mérite, il célèbre avec complaisance les moindres distinctions dont il voit honorer les talens, les qualités, les actions, les travaux utiles. C'est dans cet esprit qu'on peut prendre intérêt à une visite faite à une Académie par un Monarque. Le Roi de Suède dans le court séjour qu'il fit à Turin sous le nom de Comte de Haga a daigné, a su trouver une heure pour honorer notre Compagnie le 25 mai 1784. Elle étoit assemblée pour le recevoir dans une belle & grande salle qu'un de ses Membres Mr. le Marquis de Brezé fut charmé de pouvoir lui offrir dans son palais pour cette séance. Les Personnes les plus distinguées de la Cour & de la Ville, Mr. l'Ambassadeur de France & les Ministres des autres Cours nous firent l'honneur d'y venir. S. A. S. Madame Josephine de Lorraine Princesse de Carignan voulut bien, en y assistant aussi, donner

ce témoignage public du cas qu'elle fait des Sciences Physico-Mathématiques, dont Elle a senti, goûté l'attrait dans l'éclat d'un sort, & les charmes d'un âge, où l'étude ne peut plaire, qu'autant que l'on trouve dans son esprit de la facilité & de la force pour entendre & saisir tout d'abord ce qu'on souhaite apprendre. Entre les autres spectateurs nous nous rappelons avec reconnoissance Messieurs de l'Université & de l'Académie Royale de peinture & de sculpture.

D'abord notre Président Mr. le Comte de Saluces présenta à Mr. le Comte de Haga la médaille de l'Académie en or & en argent & une copie des cinq volumes de nos anciens Mélanges de Philosophie & de Mathématiques à laquelle on avoit ajouté au-devant du frontispice l'inscription suivante.

GVSTAVO · III
REGI · SVECIAE
FELICI · FORTI · SAPIENTI · HVMANISSIMO
QVOD · SCIENTIAM · RERVM · NATVRAE
AC · MATHEMATICAS · DISCIPLINAS
PVBLICE · AD · VITAE · COMMVNIS · PRAESIDIA
ET · REGNI · GLORIAM
PRIVATIM · AD · HONESTAM · VOLVPTATEM
IN · PAVCIS · COMPLECTITVR · COLIT · FOVET
REGIA · SCIENTIARVM · TAVRINENSIS · ACADEMIA
SVSPICIENS · AVDENS
DONAT · CONSECRAT ·

Il présenta aussi une médaille à Madame la Princesse de Carignan, & ouvrit ensuite la séance par un discours qui doit trouver place ici, d'autant plus qu'il est propre à faire con-

noître l'esprit d'après lequel l'Académie dirige ses différentes occupations.

Discours lu à l'Assemblée extraordinaire du 25 mai 1784 en présence de M. le COMTE DE HAGA, par M. le COMTE DE SALUCES, *Gentilhomme de la Chambre du Roi & Président de l'Académie.*

„ Le plus sûr moyen de rendre les hommes meilleurs & „ plus heureux est celui de les éclairer *.

„ Cette vérité que vous avez sentie dès les premiers instans „ de votre existence **, Monsieur le Comte, & que vous avez „ eu la supériorité d'annoncer à l'Univers d'une manière si phi- „ losophique, sera non seulement un monument de gloire „ pour le digne Successeur des Grands Gustaves & de l'im-

* Passage extrait de la lettre suivante du Roi de Suède à MM. de l'Académie des Sciences de Paris.

„ A Eckholmsund le 26 juillet 1768.

„ Messieurs

„ L'approbation d'un corps aussi cé- „ lèbre & aussi utile au genre humain „ que l'est votre Académie, n'a pu que „ me flatter infiniment: l'action qui me „ l'a attirée est de celles qui honorent les „ Princes, je le sais, Messieurs, & je vous „ avoue même qu'en m'y déterminant, „ j'ai été animé du désir d'être compté „ au nombre de ceux qui en ont fait de „ pareilles, non cependant par aucun „ motif de vanité, je vous prie d'en être „ persuadés, mais parce que je crois que „ le plus sûr moyen de rendre les hom- „ mes meilleurs & plus heureux est de „ les éclairer & qu'ainsi le premier de- „ voir des Princes est d'honorer les let- „ tres & ceux qui les cultivent: c'est par „ ces sentimens que je me flatte de méri- „ ter toujours vos suffrages & de vous „ convaincre de la sincérité avec laquel- „ le je suis.

Messieurs.

Votre très-affectionné
GUSTAVE

** Ce Monarque étoit alors dans sa vingtième année.

„ mortelle Christine, mais en même tems qu'elle réveille
„ les hommages d'une éternelle reconnoissance dans le cœur
„ des Philosophes & des Gens de lettres, elle assure aux
„ Sciences les succès les plus brillans par une seconde véri-
„ té, dont il vous étoit de même réservé d'être l'organe.
„ Le premier devoir des Princes, dites-vous, Monsieur le
„ Comte, est d'honorer les lettres & ceux qui les cultivent *.

„ Que de Philosophie! que de sagesse ne renferme pas
„ ce peu de mots dictés par les sentimens d'humanité, &
„ par la plus respectable modestie dont les Minos, les Ly-
„ curgues, les Antonins, les Marc-Aurèles auroient raison
„ d'être jaloux!

„ Ces sentimens sont si justes que vous n'avez pas à re-
„ douter les séduisantes amorces de l'amour propre dans la
„ permission que vouz voudrez m'accorder de vous les rap-
„ peler de la part d'un Corps dont j'ai l'honneur d'être au-
„ jourd'hui l'interprète, & qui n'a d'autre esprit qui l'anime
„ que celui de la vérité.

„ Recevez donc, Monsieur le Comte, les hommages d'une
„ Compagnie que vous avez voulu honorer de votre présence.

„ Ils ne peuvent vous être suspects, puisqu'ils sont libres
„ & qu'ils ne sont que la sincère expression d'une éternelle
„ & très-respectueuse reconnoissance pour l'honneur que
„ vous daignez nous accorder.

„ Ce nouveau témoignage d'une faveur spéciale pour les
„ Sciences renouvelle à l'Univers le spectacle le plus intéres-
„ sant pour les fastes de la Philosophie; celui de pouvoir

* Voyez la lettre déjà citée.

„ consigner dans les archives de ce sanctuaire de la vérité
„ l'honneur suprême que vous vous êtes autrefois empres-
„ sé d'accorder aux plus célèbres Académies de Paris, de
„ Berlin, & de Pétersbourg; celui de réveiller par votre
„ Auguste présence l'ardeur des Savans de toutes les Na-
„ tions, d'y exciter même ce mouvement d'enthousiasme
„ qui seul peut fournir de grands hommes à la société dont
„ la réputation & la célébrité contribuent si fort à la féli-
„ cité & à la renommée des États qui les possèdent.

„ C'est à une protection si décidée & si honorable des
„ Arbitres de la terre que nous devons rapporter les solides
„ progrès que font de nos jours les sciences expérimen-
„ tales & d'observation par le concours des énergiques ef-
„ forts des Savans de toutes les Nations.

„ En effet la Chimie qui paroissoit devoir se contenter
„ d'une existence aussi énigmatique que l'étoit autrefois son
„ langage, est portée aujourd'hui à un si grand point d'exac-
„ titude & de sublimité, & a si fort étendu ses limites,
„ que pendant qu'on est en droit de la regarder comme la
„ base la plus sûre de l'Histoire naturelle, le complément
„ de la Physique, elle offre le champ le plus vaste aux spé-
„ culations du Géomètre.

„ Devenue ainsi le centre de réunion des soins auxquels
„ se dévouent les plus sublimes Génies, nous avons tout à
„ espérer que l'étude de la Nature ne cessera de nous en-
„ richir de lumières utiles; & pendant qu'on fait à Upsal,
„ à Stockolm, à Pétersbourg, à Berlin les plus profondes
„ recherches & de très-importantes découvertes, les Savans
„ d'Allemagne, d'Italie, de France & d'Angleterre consa-

„ crent leurs veilles avec le plus grand succès à un but aussi
„ intéressant pour l'humanité.

„ C'est sur des exemples aussi respectables que l'Acadé-
„ mie de Turin trouve dans ses Membres la plus grande
„ activité pour répondre aux vues supérieures de son Auguste
„ Fondateur, & c'est pour remplir les devoirs de son insti-
„ tution qu'elle a embrassé en grand les objets les plus
„ intéressans pour l'État, sans négliger tous ceux qui peuvent
„ contribuer au bien général de la société.

„ Dans cette vue la description exacte des richesses que
„ la nature a prodiguées dans ce climat si industrieusement
„ varié, lui a paru un sujet digne de ses plus grands soins;
„ non seulement l'Histoire naturelle, la Physique & la Chi-
„ mie trouveront des objets capables de l'intéresser, mais
„ l'Hydrographie, la Topographie, la Météorologie, l'Agri-
„ culture & le Commerce même éprouveront les effets sa-
„ lutaires d'une telle occupation.

„ L'exactitude des instrumens de Physique & de Météo-
„ rologie, celle des mesures & des poids, la connois-
„ sance exacte de leurs rapports avec ceux qui sont en usa-
„ ge dans l'étranger, a encore fixé l'attention de l'Académie.

„ Une des premières sources de la richesse du Piémont
„ étant les soies dont la supériorité est généralement re-
„ connue, il ne reste à l'Académie, dans le projet qu'elle
„ a fait de s'en occuper, que de faciliter les moyens à l'in-
„ dustrie nationale de se conserver le précieux avantage
„ d'une préférence si légitime sur les efforts que pourroient
„ faire les autres Nations pour entrer en concurrence avec
„ nous sur cet objet.

„ Toutes ces occupations auxquelles la Compagnie s'est „ dévouée en se distribuant par Comité dont les travaux „ reçoivent en dernier ressort la sanction générale, ne sau- „ roient prendre sur celles des individus ni sur les objets „ particuliers qu'on lui offre à discuter & à examiner, de „ sorte que tous les Académiciens s'empressent de con- „ courir aux succès des travaux communs, & par des tributs „ particuliers au progrès des Sciences & à l'utilité publique, „ malgré les obligations qui sont attachées à leur état.

„ Telle est l'esquisse de l'économie de ce Corps, Monsieur „ le Comte, & la plus juste & la plus respectueuse re- „ connoissance envers son généreux Bienfaiteur & Maître. „ L'esprit de patriotisme, le dévouement & l'amour le plus „ sincère de la vérité sont les ressorts qui animent la cons- „ tance, le désintéressement & le zèle des Sujets de VICTOR „ AMÉDÉE III.

„ Il eût été difficile d'ajouter à des motifs si nobles & „ si puissans; & il n'étoit encore réservé qu'au Restaurateur „ du temple de St. Olof, à l'Hôte Auguste du sublime Pré- „ curseur de l'immortel Newton * de donner de l'énergie „ aux sentimens d'une Compagnie qui va consacrer dans „ ses fastes l'époque glorieuse d'un jour si solennel.

Ce discours fut suivi de la lecture d'un mémoire du Secrétaire *sur la mesure de la hauteur des montagnes par le baromètre*. Il y en avoit plusieurs autres tous prêts à être lus

* L'Église de St. Olof de Stockolm dans laquelle le célèbre Descartes avoit été enterré, étant dans le cas d'être rebâtie, S. M. Suédoise alors Prince R. de Suède avoit ordonné qu'on construisît à ses fraix dans la nouvelle Église un monument magnifique au Philosophe François. *Hist. de l'Acad. de Paris.* 1768.

au choix du Roi de Suède à qui on avoit à cette fin présenté d'avance la note des Auteurs & des sujets. Mais S. M. qui sans choisir s'étoit bornée à nous témoigner du regret de ce qu'il ne pouvoit s'arrêter que peu, à la fin du premier mémoire se leva & fut reconduit à son carosse par tout le Corps qui revint continuer la séance; & Madame la Princesse de Carignan voulut bien prêter encore son attention à un second mémoire, & voir, examiner, se faire expliquer par Mr. le Marquis de Brezé un Gazomètre & un Eudiomètre inventés par cet Académicien qui vers ce même tems en a publié la description avec celle d'une machine aérostatique aussi de son invention, le tout avec l'approbation & sous le privilège de l'Académie.

Ainsi finit cette séance intéressante pour ceux qui savent combien il est avantageux que les Princes honorent les Sciences. Ce que je dois dire d'une autre assemblée mémorable quoique sans éclat, va fournir un exemple de l'influence de leur protection.

Une colonie de l'Arcadie de Rome, établie à Fossan, sembloit bornée par son institution à se contenter de joindre aux fleurs des belles-lettres les fruits de cette Philosophie générale qui ne sauroit jamais être trop commune. Mais le même zèle pour le progrès des connoissances utiles plus particulières que le Roi par ses Lettres patentes a inspiré à son Académie, se répandant bientôt dans toute la Nation, a engagé la Société de Fossan à s'en occuper aussi, & à nous en faire part en nous envoyant un beau Mémoire sur les moyens de diriger le mouvement horizontal des ballons aérostatiques, lu dans une de ses assemblées par Mr. Cos-

tamagna, Professeur de Rhétorique à Querasque. Notre Compagnie se crut en devoir d'encourager celle de Fossan dans sa résolution en lui adressant des lettres de correspondance. Pour nous témoigner les sentimens avec lesquels elle l'embrassoit, l'Académie de Fossan nomma une députation de six de ses Membres très-respectables. Elle fut reçue en une assemblée ordinaire le 12 décembre 1784. Mr. le Comte Bava de St. Paul, Gentilhomme de la Chambre de S. M., qui portoit la parole, releva le compliment qu'il étoit chargé de faire, par des réflexions convenables, lumineuses & très-bien tournées. Le Secrétaire lui répondit au nom de notre Compagnie. Ces Messieurs prirent possession du droit annexé à la correspondance des deux Corps, en assistant à cette séance, & nous avons eu très-souvent depuis des Députés de l'Académie de Fossan, témoins éclairés de nos occupations scientifiques, dont il est tems que nous parlions enfin.

I V.

OBJETS DONT LA COMPAGNIE S'EST OCCUPÉE EN 1784 *ET* 1785.

Après avoir rapporté le Réglement ordonné par S. M., où l'on peut voir (art. 3.) que l'Académie ne doit se proposer d'autre but que le progrès des connoissances utiles de Mathématique & de Physique, je n'aurois rien à dire ici de l'objet de nos travaux en général, si je ne croyois devoir avertir le Public que quoique l'art salutaire soit sans doute la première & la plus intéressante de toutes les applications de la Physique; cependant les Mémoires de Médecine & de

Chirurgie pratique ne sont pas admis par l'Académie. Dès le commencement, à la séance du 14 décembre 1783, elle s'est décidée à ne pas s'en occuper, pour suivre plus encore l'esprit, que la lettre du Réglement. Elle a déclaré qu'outre la Physique générale, les Sciences Physico-mathématiques, la Géographie &c. non seulement elle embrassoit la Physiologie, la Chimie, l'Anatomie, la Botanique, l'Histoire Naturelle &c. mais l'Agriculture & les Arts en tant qu'ils sont une application de la Physique ou des Mathématiques. Mais pour la pratique de la Médecine & de la Chirurgie, elle n'a pas vu de raisons pour s'en mêler dans une Ville, où il y a un Protomédicat, un Collège de Médecins & un de Chirurgiens, composés d'excellens Sujets, dont plusieurs sont Membres de l'Académie, & en constitueroient la classe à laquelle il lui faudroit remettre les questions relatives à leur Faculté; ou tout au moins elle a cru que le grand but de son institution étant d'encourager ces recherches utiles qui sans elle seroient les plus négligées, elle devoit pour se ménager plus de tems à remplir cet objet, ne pas en donner à une Faculté, qui par là même qu'elle est fort cultivée, lui en auroit pris beaucoup.

Cependant ce n'est pas sans quelque regret qu'elle a dû en conséquence de cette résolution refuser plusieurs Mémoires qui d'ailleurs avoient beaucoup de mérite dans leur genre. Aussi n'a-t-elle pas manqué de faire exception en faveur de ceux, où, quoique le premier objet fût le traitement de quelque maladie ou blessure, elle trouvoit cependant assez de recherches & de nouveautés intéressantes Physiologiques ou Anatomiques pour justifier l'exception. Mais c'est pourquoi

je ne serois pas étonné que quelqu'un de ceux dont les Mémoires n'ont pas été admis, ne jugeât qu'on lui a fait tort, puisque dans le sien il y avoit bien aussi de la Physiologie ou de l'Anatomie. Il est difficile d'apprécier au juste le mérite de certaines remarques, ou prétendues découvertes, surtout dans la comparaison des nôtres à celles d'autrui. Quant à l'Académie, sans prétendre qu'un Corps qui dans ses séances ne se trouve pas composé entièrement toujours des mêmes Membres, ne puisse être plus indulgent une fois qu'une autre, je me bornerai à assurer qu'elle est toujours très-éloignée de vouloir donner le moindre sujet d'un juste mécontentement à personne. Au surplus elle ne peut que souhaiter qu'on ne lui adresse pas des Mémoires qui ne soient point de son ressort; ce qui sera facile après cette explication. L'étendue des matières qu'elle embrasse est assez grande.

Dans ces deux années, dont elle publie à présent les Mémoires, outre les articles dont il est question dans ces Mémoires, elle en a examiné grand nombre d'autres soit par comités & députations, soit en corps. Nous nous bornerons à ceux qu'elle a jugé ne devoir pas laisser ignorer au Public.

Le plus grand travail dont toute la Compagnie se soit occupée, a été sur la conservation des grains. Un objet aussi important ayant attiré plus particulièrement l'attention du Roi à l'occasion qu'on proposoit l'usage des étuves pour les bleds de conservation, S. M. daigna penser qu'il pourroit n'être pas inutile de consulter son Académie. S. E. Mr. le Comte Corte écrivit en conséquence le 1.er novembre 1784 à Mr.

le Comte de Saluces qui d'abord invita chaque individu à coucher par écrit son sentiment raisonné. Plusieurs firent des expériences, les Mémoires furent en grand nombre & prirent beaucoup de séances jusqu'à la fin de février 1785 que les différens avis ayant été assez discutés, l'Académie put envoyer sa réponse au Secrétaire d'État pour être présenté au Roi avec une copie de tout ce qui avoit été lu aux assemblées sur ce sujet.

Nous ne rapporterons pas de plus petites occasions où S. M. a honoré l'Académie de ses ordres, & moins encore nous répéterons ce qu'on aura lu ci-devant dans le Discours de Mr. le Comte de Saluces au Roi de Suède sur les occupations de l'Académie. Mais la plus ordinaire étant d'examiner ce qu'on lui présente, & son devoir d'encourager au travail ceux qui ont des talens en les honorant, je dois parler ici des personnes à qui elle a donné quelque témoignage de son approbation.

Le premier a été Mr. Ciumino, Major d'Infanterie, cidevant dans le Régiment de Turin, qui a établi une fabrique de vitriol martial, que Mr. le Comte Petiti, Président du Commerce, a souhaité que l'Académie examinât. La bonne qualité de ce vitriol, & des vües patriotiques de mettre à profit les produits du Pays, ont engagé l'Académie à décerner à Mr. Ciumino une médaille en or de dix louis.

Les mêmes vues patriotiques l'ont déterminée à ne pas se contenter de publier dans ses volumes un Mémoire de Mr. Tingry sur les schistes de Sallenche, mais à décerner pareillement à l'Auteur une médaille en or.

Elle a décerné une médaille & six louis au Sr. Villa

qui a soumis à son jugement une horloge solaire de son invention. Les heures & les minutes y sont indiquées par deux aiguilles sur un quadrant de montre de poche. On arrange la petite machine convenablement à l'horizon, la latitude du lieu, la déclinaison du soleil, moyennant un fil à plomb & des divisions marquées : après quoi, les pieds restants immobiles, on fait tourner la partie supérieure par un mouvement qu'elle a autour de l'axe de l'horizon, & qui moyennant un petit rouage fait tourner les aiguilles du quadrant en même tems qu'elle donne la facilité de parvenir à faire que le rayon du soleil, passant par un petit trou, tombe sur un point marqué. Alors les aiguilles se trouvent sur l'heure & la minute qu'il est, & la machine placée rapport au méridien de manière que le mouvement par lequel on peut continuer à tenir le rayon du soleil sur le point marqué, est la rotation d'un cercle horaire sur l'axe de l'Equateur.

Mr. l'Abbé Lirelli, maintenant Géographe du Roi & de l'Académie, ayant présenté une carte Mss. de l'Italie, où il a rectifié un grand nombre de points, l'Académie en l'acceptant a gratifié l'Auteur d'une médaille & de vingt cinq louis.

Elle a décerné une médaille en argent au Sr. Fontanelle qui a proposé pour les filatures une machine & de petites reformes que l'Académie a été requise d'examiner.

Enfin elle a pareillement honoré d'une médaille en argent Mr. Bruno, Docteur en Médecine, qui lui a présenté un essai sur les vers-à-soye, un dessein de fourneau pour l'extraire de la coque & une nouvelle méthode pour apprêter ce que nous appelons la *moresca*.

A ces Messieurs il faut ajouter Mr. l'Abbé Colletti & Mr. Malacarne dont l'Académie a statué qu'il fût fait ici mention honorable.

Le premier a donné un Mémoire sur les rapports de la différentielle de la somme de la double ordonnée avec l'abscisse prise du sommet, à la différentielle de la courbe soustendue par la double ordonnée dans les sections coniques. Il trouve que le *maximum* de ces rapports est $\frac{\sqrt{5}}{2}$. Ces différentielles, en commençant avec l'abscisse par le rapport d'égalité atteignent dans le cercle le *maximum* de l'inégalité & sont comme $\sqrt{5}$ à 2, quand le sinus verse avec la corde égalent un rayon ; d'où le rapport décroissant revient à l'égalité quand la flêche avec la corde égalent deux rayons, & n'est plus que $\frac{1}{2}$, quand la flêche & la corde en égalent trois, c'est-à-dire quand la corde devient un diamètre.

Mr. Malacarne a présenté des Observations d'Angiotomie, où entr'autres choses on a jugé intéressantes les remarques qu'il a faites sur la distribution alternative des anneaux des couches différentes qui composent la seconde tunique des artères, lesquels sont disposés de façon que les anneaux supérieurs répondent aux intervalles des inférieurs, & les intervalles des inférieurs aux anneaux supérieurs. Ce qu'il a fait voir dans une aorte qu'il a présentée à l'Académie. Il y a aussi montré les extrémités des cornes ou échancrures de chaque segment cartilagineux, auquel est attaché le bord des valvules semi-lunaires du cœur ; que ces extrémités, qu'il appelle en italien *arpioni* (*crochets*) sont terminées par une pointe quelquefois aigue, quelquefois obtuse & grosse, recourbée en bas vers les ventricules du cœur ; ce qui n'avoit

pas échappé à Vidius & Valsalva, & qu'Haller a touché aussi, mais qui n'en étoit pas moins communément ignoré par les Anatomistes.

J'ajouterai à ces Messieurs ceux qui ont présenté quelque nouveauté dont l'Académie a porté un jugement favorable. Le Sr. Blaise Gastald a imaginé un instrument pour la formation des briques, lequel à la vérité ne diffère pas assez de celui qui est connu sous le nom de *la plane*, pour avoir tout le mérite de la nouveauté, mais ne laisse pas d'avoir ses avantages particuliers.

Mr. Reyneri, Chirurgien de Fossan, a présenté des préparations anatomiques qu'il fait avec une espèce de papier maché coloré, avec lequel il représente au naturel toutes les parties différentes du corps humain soit pour les couleurs, soit pour les formes, avec l'avantage qu'elles ont précisément ce qu'il faut de solidité & de flexibilité pour qu'on puisse les manier, les séparer, les développer sans les casser ou endommager. On a jugé que de telles préparations seroient surtout utiles pour donner l'instruction nécessaire de l'Anatomie aux écoles de dessein & de peinture, & généralement à tous ceux qui n'ont pas le même besoin que les Chirurgiens & les Anatomistes de cette connoissance parfaite qu'il faut absolument puiser dans la dissection du cadavre.

Mr. le Marquis de Breme, alors Envoyé Extraordinaire à la Cour de Naples, à présent à celle de Vienne, nous a envoyé de Naples du pastel de la façon du Sr. Joseph Morina. Ce bleu tiré de la fécule de guède a été trouvé

supérieur à celui qu'on en tire de la manière dont on a coûtume de le préparer.

Par ce régistre des articles approuvés on peut juger de la variété des objets dont la Compagnie s'est occupée; mais on pourroit se tromper sur les conséquences que l'on doit tirer de cette approbation. Les Académies & les Sociétés de Philosophes sont toutes assez sages de nos jours pour n'avoir point d'opinion comme Corps, & ne pas garantir tout ce qu'elles publient. Rien ne seroit plus propre à retarder les progrès des Sciences, que si les Compagnies qui les cultivent, croyoient leur honneur intéressé à soutenir ce qu'elles ont jugé digne ou de quelque louange, ou de paroître dans leurs volumes. Cela commenceroit par les rendre trop difficiles & plus disposées à supprimer les lumières qu'à les répandre, crainte de s'engager mal à propos, & finiroit par les entraîner à employer toutes les ressources que l'esprit & le savoir peuvent fournir à l'opiniatreté, dès que par un malheur qu'on ne peut éviter long-tems, elles se seroient une fois trompées. Nous aimons trop la vérité pour vouloir courir ce risque; ainsi il est bon de prévenir ici ceux qui pourroient l'ignorer, que l'Académie ne prétend aucunement que ce qu'elle approuve soit parfait; il suffit, si c'est des inventions & machines, qu'elle y voye de l'utilité ou du génie; si c'est des Mémoires, qu'ils puissent intéresser les Savans ou par les choses ou par la manière dont elles sont traitées, & que le sujet en soit de son ressort. Au surplus, si on trouve à redire, c'est aux Auteurs à voir, s'ils doivent se défendre, ou se détromper, ou mépriser une critique qui ne mérite point de réponse.

1784	*DONATEURS*	
Avril 25	M. le Marquis DE CONDORCET	Rapport fait à l'Académie Royale des Sciences de Paris sur la Machine Aréostatique de MM. De Mongolfier.
Mai 9	M. le Chev. NICOLAS CODRONCHI	Saggio filosofico su i contratti, e giochi d'azzardo. Firenze 1783. in 8°.
Juin 20	L'ACADÉMIE ROYALE DE BERLIN	Nouveaux Mémoires de l'Académie R. des Sciences & Belles-Lettres de Berlin, depuis 1770 jusqu'à 1780 inclusivement. XI. vol. in 4°.
26	M. le Docteur GARDINI	De influxu electricitatis atmosphaericae in vegetantia Dissertatio. Augustae Taurinorum 1784 in 8°.
Juil. 18	M. DE LA PLACE	Théorie du mouvement & de la figure elliptique des Planètes. Paris 1784 in4°
18	M. MARC LEMORT De Metigni	Tentamen Physico-Somatico Hiatricon.

1784	DONATEURS	
Nov. 28	M. l'Abbé FONTAINE	Nouveau plan de Mathématiques. Annecy 1779 in 8°
Déc. 5	M. MAGELLAN de la part des Commissaires des longitudes.	Tables for correcting the apparent distance of the Moon &c. Cambridge 1772 grand in 4°.
		Tables of the products and powers of numbers &c. London 1781 in fol.
		Tables requisite to be used with the nautical ephemeris for finding the latitude and longitude at sea. London 1781 grand in 8.°
		A Sexcentenary Table &c. London 1779. in 4.°
		A Sexagesimal Table &c. London 1780. in 4°.
		The Nautical Almanac and Astronomical ephemeris, for the year 1787—90 4 vol. in 8°. London 1783.
19	M. le Docteur LOUIS ANGELI	Delle acque medicate di Riolo. In Vicenza 1783 in 8°.

1785	DONATEURS	
Janv. 23	M. PIERRE FERRONI	Magnitudinum exponentialium logarithmorum & trigonometriae sublimis Theoria nova methodo pertractata. Florentiae 1781. in 4°.
Fév. 13	M. DE MORVEAU	Description de l'aérostate l'Académie de Dijon par MM. De Morveau, Chaussier & Bertrand. Dijon 1784 in 8°.
27	M. le Comte RAZOUMOWSKI	Voyages minéralogiques de Bruxelles à Lausanne, dans le Vallais & dans le Gouvernement d'Aigle, en 2 volumes.
Mars 13	M. l'Avocat JOSEPH GAETAN CARA DI CANONICO	Dizionario del filugello, o sia baco da seta. Nuovo trattato d'ingrassare il terreno. Torino 1781. (en un seul vol. in 8.°)
Mai 22	M. SENEBIER	Expériences pour servir à l'histoire de la génération des animaux & des

		plantes par Mr. Spallanzani; traduites de l'Italien. Genève 1785 in 8°.
Juin 29	M. DE MORVEAU	Opuscules chimiques & physiques de M. T. Bergman, traduits par M. De Morveau. Tom. second. Dijon 1785 in 8°.
29	M. le Docteur JEMINA	De febri Epidemica. Monteregali 1785 in 8°.
Août 7	M. le Docteur ALLIONI	Flora Pedemontana. Trois vol. in folio. Augustae Taurinorum 1785.
Nov. 30	M. le Comte RAZOUMOWSKI	Essai d'un système des transitions de la nature dans le règne minéral. Lausanne 1785 in 12°.
	M. AMOUREUX le fils	Traité de l'olivier.
	M. LATOURETTE	Chloris Lugdunensis. 1785 in 4.°

1785	*DONATEURS*	
	Le CONSEIL de la Ville de Carouge	Analyse des eaux minérales de Drise près de Carouge en Savoie par Mr. Tingry. Genève 1785 in 8°
	M. JEAN GRATOGNINI	Saggio analitico sopra una svista comune nel problema per la valutazione delle annualità, e sull'uso del calcolo differenziale ed integrale nel sommare le serie armoniche relativamente a tale problema. Pavia 1782 in 8°.
	M. l'Abbé CAVALLI	Lettere Meteorologiche Romane. Roma 1785. in 8°.
Déc. 11	M. l'Abbé BELTRAMI	Deux dissertations Physico-chimiques en un volume, l'une; De vini conservatione, l'autre De aëre fixo & vini permutatione. Eporediae 1784. in 8°.

MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE.
TIRÉS DES RÉGISTRES
DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

Années 1784 *et* 1785

DE L'ACTION DES ACIDES

SUR DIFFÉRENTES SUBSTANCES MÉTALLIQUES ET SALINO-TERREUSES DE NATURE VITRIOLIQUE

PAR M.r LE COMTE DE SALUCES

La combinaison des acides avec les substances terreuses & avec les métalliques, dont il résulte des produits sous forme concrete, n'a pas besoin d'être ici rappelée, aucun Chimiste ne l'ignore, & je me propose de présenter aux savans des observations qui en partant des connoissances communes, s'étendent assez loin, pour présenter des phénomènes qui me paroissent mériter leur attention, & peut-être une place entre les matériaux utiles de l'édifice de cette partie si importante de la Physique.

Je ne dissimulerai pas que les questions qui se sont élevées sur la possibilité de surcharger d'acides différentes substances salines, ne m'ayent engagé aux expériences dont je vais rendre compte : les sentimens d'estime cependant, dont j'étois pénétré pour les savans qui ont traité de ces matières, ne me permettoient pas de reprendre l'examen de celles qui avoient servi de fondement à leurs opinions, & j'ai préféré de m'occuper de celui des substances salines qui résultent de la combinaison des acides avec des bases fossiles & métalliques; l'union qu'elles contractent étant beaucoup moins forte que celle des mêmes acides avec les alkalis fixes, me faisoit espérer de rencontrer des faits nouveaux & intéressants : c'est aux savans à en juger; & je me borne à les présenter tels que je les ai observés dans le tems où j'ai pu m'en occuper *.

PREMIERE EXPÉRIENCE

1. onc. 4. gros & ½ d'huile de vitriol avec 2. onc. de vitriol vert cristallisé.

1.° L'huile de vitriol que j'ai employée dans ces expériences, étoit noire, & il falloit le double de son poids de sel de tartre pour sa saturation : l'esprit de vitriol dont je me suis aussi servi, étoit limpide, & sur chaque gros de sel de tartre il falloit 5 gros de cet esprit pour la saturation complète.

* Ce travail avoit fixé mon attention dès l'année 1761., & il en a été fait mention par M. le Comte Morozzo dans un mémoire lu à la Société Royale en 1770., & imprimé dans le 5. volume des *Miscellanea Taurinensia* pag. 19. 50. 51.; mais des circonstances particulières ne m'ont pas permis de le continuer. Le vitriol, que j'ai employé, étoit celui qui nous vient d'Angleterre, & que j'avois fait *recristalliser* pour être plus sûr de sa pureté.

Le vitriol vert étoit choisi en beaux cristaux sans la moindre marque de rouille; je les réduisois en petits fragmens, pour augmenter le nombre des surfaces, en me servant d'un mortier & d'un pilon de verre, & j'en déterminois le poids après cette opération.

J'employois des bouteilles de verre blanc, ou tout autre récipient à gouleau resserré, que j'avois soin de tenir ensuite bien bouché, pour empêcher l'humidité de l'air de se combiner à cet acide; ce qui auroit produit de très-grandes différences dans les phénomènes & dans les résultats.

2. J'ai reconnu que l'huile de vitriol agit avec d'autant plus de force sur le sel martial vitriolique, qu'elle est plus concentrée; il s'excite un degré de chaleur assez considérable dans le tems du mélange, & il se fait un dépôt de couleur très-brune: cette couleur passe successivement par différens degrés jusqu'à une parfaite blancheur, en raison du tems de la combinaison & de la pureté du vitriol.

3. Après trois jours j'ai cru à propos de faire passer ce mélange dans un verre d'essai, en ajoutant 2 gros d'esprit de vitriol pour rincer la bouteille.

4. Le cinquième jour voyant encore un reste du dépôt brun qui ne changeoit pas par l'agitation, je crus devoir ajouter 1 onc. 6 gros d'huile de vitriol, ce qui reproduisit un nouveau degré de chaleur assez considérable.

5. Le sixième jour ce mélange étoit divisé en deux parties; la plus considérable étoit un dépôt blanc, sur lequel nageoit une autre partie qui formoit une petite zone, dont la couleur étoit jaune-dorée: j'ai décanté la liqueur, qui cependant entraîna un peu de dépôt; & pendant que je remis 1 onc. de

nouvelle huile de vitriol sur le reste du dépôt, je mis du vitriol vert dans la liqueur que je venois de séparer.

6. Le lendemain le premier dépôt étoit d'une blancheur éclatante, & le vitriol vert que j'avois mis dans l'huile de vitriol qui avoit servi à la calcination du premier dépôt, étoit aussi devenu assez blanc.

7. Je gardai ces deux mélanges encore deux jours: & m'étant avisé de mettre une petite partie de ce dépôt sur un triple filtre couvert d'un petit linge, (dans l'espérance que la causticité de l'acide seroit assez diminuée, pour que la liqueur pût passer sans inconvénient à travers les filtres, & y déposer la chaux blanche du fer, dont l'aspect étoit plutôt celui d'une terre, que d'une substance saline) le filtre fut rongé; un phénomène cependant assez singulier que me procura cet accident, fut une très-belle cristallisation en très-petits cristaux, dont la base un peu opaque tenoit aux bords du papier gris, & se prolongeoit en petits filamens rangés en bouquets & très-pointus *.

8. Je recueillis avec soin ces cristaux, sans pourtant toucher à la substance du papier, je les remis avec le reste du dépôt, & je divisai le tout en quatre parties.

La première fut dissoute dans l'eau distillée,

La seconde dans l'esprit de vin,

La troisième fut placée dans un évaporatoire sur un bain de sable,

* J'ai eu occasion par la suite de m'assurer que ces cristallisations sont caractéristiques, & qu'elles annoncent toujours la présence de l'acide vitriolique surabondant, du fer, & de quelque autre substance.

La quatrième qui contenoit encore considérablement d'huile de vitriol, fut mise dans une retorte de verre sur un bain de sable, & la retorte étoit garnie d'un ballon tubulé, & mastiquée avec du lut de feu Mr. Roux.

9. La dissolution de la chaux de fer dans l'eau distillée étoit chargée de couleur, & développoit à l'œil & à l'odeur, la présence d'une matière ferrugineuse, la saveur en étoit salée, acerbe & austère.

10. La liqueur qui passa par le filtre, étoit claire & transparente comme de l'eau, & ce qui restoit dessus devenoit toujours plus noir, à mesure qu'on l'édulcoroit; ce qui paroîtroit fournir un préjugé favorable aux personnes qui admettent du phlogistique dans l'eau *: d'ailleurs cette matière étoit attirable à l'aimant.

11. J'ai fait évaporer la liqueur, & il fut très-difficile de la réduire à siccité, j'y ai enfin réussi, & elle avoit acquis alors une couleur cendrée; sa saveur étoit acide, austère, & laissoit un arrière-gout métallique douceâtre qui n'étoit pas désagréable.

12. J'ai dissous 2 gros de cette substance qui exigea 6 livres d'eau; la couleur étoit jaune-rougeâtre, il se fit aussitôt un précipité brun qui paroissoit tirer sur le vert, & quelque part sur le gris, j'en mis dans une capsule à part; & je mis du

* Ne pourroit-on pas soupçonner que cette couleur fût l'ouvrage de la restitution du principe aqueux à une petite portion de phlogistique qui fût contenue dans cette terre, & dont la nature eût été puissamment alterée par la causticité de l'acide, dans l'enlévement excessif qu'il lui auroit fait de ce principe, au point de cesser d'être phlogistique & de passer à un état de plus grande exaltation?

sel de tartre dans le flacon qui contenoit le reste de la dissolution; la liqueur se troubla considérablement, & prit une couleur de safran assez foncée; après être reposée, on voyoit un dépôt brun entouré d'un cercle de matière colorée en rouge sanguin qui confinoit avec un dépôt très-considérable de safran, tel qu'il parut dans la liqueur, au tems de la décomposition: je n'ai point cherché à rendre cette décomposition complète, de crainte d'excéder le point de saturation, & de redissoudre du fer par l'alkali; car il ne se fait point d'effervescence assez sensible pour être sûr d'avoir atteint le point de saturation.

13. La partie qui n'avoit été dissoute que dans l'eau, devint plus rouge par le repos, & je la décantai en remettant de nouvelle eau sur ce dépôt; la liqueur étoit alors teinte en jaune-sale, & le précipité étoit brun parsemé de points blancs; je la décantai encore en remettant de nouvelle eau qui prit une teinte plus pâle; le dépôt tourna au vert, & la texture de ses parties paroissoit avoir essuyé une altération considérable.

14. La dissolution avec l'esprit de vin présenta des phénomènes tout-à-fait différens; elle étoit chargée d'une couleur très-rouge, & ressembloit assez à du vin.

15. Par la filtration la liqueur qui passoit, étoit d'une très-belle couleur rouge, & la matière qui demeuroit sur le filtre, étoit très-blanche.

16. Ceci paroît nous fournir l'explication de l'observation rapportée par Mr. Baumé aux pages 135 & 237 touchant une matière blanchâtre précipitée de l'huile de vitriol dans la décomposition, qu'on fait de l'éther: & ce qui me paroît compléter la démonstration que ce précipité n'est point une terre,

mais la chaux du fer très-attenuée par la violente action de l'acide vitriolique & précipitée au moment, où cet acide attaque la partie phlogistique des esprits ardens, ce sont les preuves du savant Mr. Baumé sur l'existence du fer dans l'huile de vitriol, & celles de Mr. Hellot de la constante précipitation de cette substance de l'huile de vitriol, la mieux rectifiée, par l'ésprit de vin.

17. Les édulcorations répétées en très-grand nombre avec l'esprit de vin me fournissoient de nouvelles teintures en rouge dont l'intensité cependant alloit toujours en diminuant: le goût de ces liqueurs étoit distinctement acide, spiritueux, salé & acerbe.

18. A mesure que je faisois de nouvelles additions d'esprit de vin, sur la chaux qui restoit sur le filtre, je remarquois une dégradation sensible du blanc, & ce résidu paroissoit tourner au gris.

19. Malgré la très-grande quantité d'esprit de vin dont je cherchai à édulcorer la chaux en question je ne pus cependant y parvenir: car quoique j'aie employé au moins 15 livres de très-bon esprit de vin, entre la première dissolution & les édulcorations, sur moins de 2 onces de cette chaux, la dernière portion n'étoit pas néanmoins exempte de couleur.

20. Le résidu de la chaux étoit pour lors d'une couleur cendrée; il paroissoit un peu écailleux, & n'étoit plus sous la forme d'une poussière très-fine comme auparavant.

21. J'ai mis toutes les teintures dont je viens de parler dans deux cornues, & j'en ai fait la distillation.

22. Comme j'étois persuadé que la plus grande partie seroit de l'esprit ardent, je n'ai pas cru devoir changer de

récipient, & je n'ai retiré en effet qu'à peu près l'esprit de vin que j'avois employé. Le résidu de l'une & de l'autre distillation qui ne pouvoit plus monter qu'à une chaleur beaucoup plus forte, pouvoit être évalué environ à 14. onces, que j'ai mis dans une plus petite retorte à un feu beaucoup plus vif.

23. Les produits que j'en ai retirés ont été un acide assez phlegmatique, un acide très-sulfureux de la force à peu près de l'esprit de vitriol qu'on vend communément dans le commerce, une liqueur jaune et considérablement épaisse qui n'étoit dans le fond qu'une huile de vitriol concentrée, respirant une forte odeur sulfureuse: enfin au feu le plus violent, jusqu'à la fusion de la cornue, il ne passa plus de liqueur, mais il se sublima à la voute une matière qui, à la lumière des bougies, paroissoit couleur de rose, & que je reconnus le lendemain pour du soufre.

24. La troisième partie que j'avois mis à évaporer quoique rapprochée à la consistance d'un magma, ne put cependant pas se dessécher entièrement; ce qui me fit abandonner l'entreprise; et je me suis contenté de la dissoudre dans l'eau tiéde, où elle me parut prendre une teinte vert-claire, l'ayant filtrée, il se forma dans la nuit des cristaux vert-clairs très-réguliers.

25. La quatrième et dernière partie, au bain de sable, et à une chaleur graduée fournit une liqueur sulfureuse légérement acide, et lorsqu'il ne montoit plus rien, je changeai de récipient, et je retirai un acide sulfureux plus fort; il me fallut 116. grains du premier produit pour la saturation de 36. grains de sel de tartre; et le mélange prit une couleur verdâtre; le précipité qui s'en fit, étoit d'un vert-foncé; il ne fallut que 1. gros du second produit pour la saturation de 36.

grains de sel de tartre : le troisième produit étoit un acide sulfureux, dont 47. grains exigeoient 174. grains de sel de tartre pour l'entière saturation : le quatrième enfin étoit une huile de vitriol très-pesante d'une couleur jaune dont je ne pus pas mesurer la force, à cause de la petite quantité que j'en obtins ; il restoit une matière rouge, ayant l'apparence d'un foie de soufre en fusion ; elle étoit en effet du soufre sublimé à la voute & à l'entrée de la cornue dont le fond a été fondu. Je dois remarquer que le soufre concret ainsi sublimé étoit aussi jaune que les fleurs de soufre ; quoique dans le tems de l'opération il parût d'une belle couleur de rose.

II.me EXPÉRIENCE

4. gros & ½ d'esprit de soufre avec 4. gros & ½ de vitriol vert.

26. Le vitriol vert dans l'esprit de soufre forme un dépôt cendré qui par la suite donne, par la seule évaporation à l'air libre, de petits cristaux de vitriol très-bien figurés & entièrement blancs.

III.me EXPÉRIENCE

1. onc. 4. gros & ½ d'esprit de vitriol avec 4. gros & ½ de vitriol vert.

27. J'ai mis du vitriol vert dans de l'esprit de vitriol, & la dissolution qui s'en est faite étoit très-blanche ; mais, comme il restoit du vitriol sans se dissoudre malgré l'agitation de la liqueur, je l'ai fait digérer à un bain de sable assez échauffé ; lorsque la liqueur fut assez chaude, le vitriol se précipita sous la forme d'une poudre très-blanche ; j'en pro-

curai le refroidissement très-lent, & la liqueur prit une belle couleur vert-tendre: dans la nuit il se fit un dépôt extrêmement blanc.

IV.me EXPÉRIENCE

2. onc. 2. gros & ½ d'huile de vitriol avec 2. onc. de vitriol de cuivre.

28. Le vitriol de cuivre dont je me suis servi, étoit choisi & réduit en fragmens, & a produit une chaleur assez considérable dans son mélange avec l'huile de vitriol.

29. Le dépôt qui s'en fit, étoit d'abord de couleur cendrée, & ne fit qu'augmenter pendant les trois premiers jours.

30. Le quatrième jour le dépôt avoit l'apparence d'un magma très-blanc, & l'huile de vitriol excédente le surnageoit.

31. Dans la suite il se reproduisit de nouveaux cristaux bleus assez larges.

V.me EXPÉRIENCE

4. gros d'esprit de soufre avec 4. gros de vitriol bleu.

32. La dissolution de ce même vitriol dans l'esprit de soufre étoit absolument bleue, sans qu'il parût jamais rien de blanc, & elle s'est ensuite cristallisée en très-petits cristaux bleus foncés.

VI.me EXPÉRIENCE

4. gros d'esprit de vitriol avec 4. gros de vitriol bleu.

33. La dissolution du vitriol bleu dans l'esprit de vitriol étoit d'une couleur bleue beaucoup plus belle que la précédente, & elle étoit très-limpide.

VII.me EXPÉRIENCE

2. onc. 2. gros & ½ d'huile de vitriol avec 2. onc. de vitriol de zinc.

34. Il se produisit beaucoup de chaleur dans le mélange du vitriol de zinc avec l'huile de vitriol, la dissolution fut très-vive, & le dépôt étoit cendré.

35. Ce dépôt augmenta pendant trois jours, & le quatrième ce n'étoit plus qu'un magma blanc, tel à peu près que celui des vitriols vert & bleu; avec un excédent d'huile de vitriol qui le surnageoit.

VIII.me EXPÉRIENCE

4. gros d'esprit de soufre avec 4. gros de vitriol de zinc.

36. La dissolution du zinc dans l'esprit de soufre étoit de couleur jaune-sale, & ne présenta rien d'intéressant.

IX.me EXPÉRIENCE

4. gros d'esprit de vitriol avec 4. gros de vitriol de zinc.

37. La couleur de la dissolution du zinc dans l'esprit de vitriol fut également jaune, quoiqu'un peu moins foncée que la précédente, elle n'offrit encore rien de remarquable.

X.me EXPÉRIENCE

2. onc. 2. gros & ½ d'huile de vitriol avec 2. onc. d'alun.

38. Quoiqu'il ne s'excitât pas de chaleur sensible en combinant l'alun avec l'huile de vitriol, on voyoit cependant

quelque léger mouvement dans la liqueur: il n'y a point eu de dissolution, & jamais il ne parut de dépôt: l'huile de vitriol seulement sembloit avoir pris une consistance moins fluide & poisseuse.

39. Au quatrième jour les cristaux qui étoient de niveau à la surface de la liqueur, sans en être couverts, montroient des pointes en forme de végétation cristalline assez élégante; le mélange d'ailleurs avoit acquis une ténacité considérable, & dans le changement de récipient j'ai observé qu'il avoit la consistance d'un magma gris assez épais. J'ai ajouté 1. onc. d'huile de vitriol, & me suis servi d'un tuyau de verre, pour bien détremper le mélange, lequel étant ainsi agité donna une chaleur assez forte; l'alun avoit pris alors une couleur presque noire, & la conserva.

40. Ce mélange observé pendant plus d'un mois n'offrit rien de remarquable; l'alun s'étoit entièrement affaissé; il avoit puissamment attiré l'humidité de l'air; j'en décantai l'huile de vitriol & j'édulcorai par plusieurs lotions le résidu; l'eau que j'en décantai étoit toujours chargée d'une quantité de cette substance saline, laquelle se dissolvoit à chaque affusion de nouvelle eau: lorsqu'il ne restoit plus qu'à peu près la moitié de l'alun, je le laissai dans un évaporatoire avec autant d'eau qu'il falloit, pour en couvrir légérement la surface, & je mis tout ce que j'avois décanté, dans un autre évaporatoire, sur le feu au bain de sable; j'espérois que tant de lotions auroient suffi pour enlever l'acide surabondant, & que l'alun qui restoit auroit pu se cristalliser à mesure que l'eau se seroit évaporée; mais c'est ce qui n'a pas eu lieu. L'alun garda le fond de la capsule, & loin d'obtenir de cri-

stallisation par l'évaporation, à laquelle je m'attendois, je trouvai que cet alun attiroit encore puissamment l'humidité; ce qui m'engagea à en procurer l'évaporation au bain de sable.

XI.me EXPÉRIENCE

Acide nitreux fumant avec le vitriol vert.

41. Personne n'ignore que l'acide nitreux avec le fer ne forme qu'un sel déliquescent qui se décompose en partie de lui-même par la séparation de la terre métallique.

42. J'ai décomposé du vitriol vert avec de l'esprit de nitre très-concentré; son action a été des plus vives, & il s'est fait un magma jaune tirant un peu sur le vert, assez ténace; après l'avoir laissé plusieurs mois sans y toucher, je l'ai trouvé adhérent aux parois du verre de manière à ne pouvoir s'en détacher: ce qui m'engagea à y jeter de l'esprit de vin qui en a dissous une partie, en prenant une très-belle couleur de chair; cette matière gluante étoit également dissoluble dans l'eau, & donnoit une teinture en tout semblable à celle que j'avois retirée par l'esprit de vin. Je fis évaporer ces deux dissolutions au bain de sable; celle qui étoit faite dans l'eau, augmenta l'intensité de sa couleur rouge, à mesure qu'elle s'échauffoit, & au contraire celle qui étoit dans l'esprit de vin se changea en jaune très-pâle.

43. Cette ressemblance dans la couleur des dissolutions du même vitriol faites par l'esprit de vin, ou par l'eau ensuite de l'action de deux acides si différents le vitriolique & le nitreux, me paroît trop intéressante pour ne pas la faire remarquer aux physiciens; elle semble insinuer des rapports entre ces deux acides par leur rapprochement avec le végé-

tal; & le principe inflammable annonce encore ici combien il peut contribuer aux métamorphoses des substances.

44. La dissolution dans l'eau concentrée à un certain point forma une pellicule si tenace, qu'on a eu bien de la peine à la rompre, pour en faire sortir la liqueur qui restoit encore au dessous; l'ayant remise à évaporer, elle se boursoufla: lorsqu'elle fut prête à être réduite à parfaite siccité, la matière prit une couleur jaune luisante au dessous, & un peu rougeâtre par dessus; son tissu étoit d'un grain assez serré, elle n'avoit point de goût, mais elle conservoit un peu l'odeur de l'eau forte.

45. J'en ai mis 53. grains dans un creuset graissé avec 50. grains de charbon en poudre, & 83. grains sans aucune addition dans un autre creuset; après deux heures de feu très-vif, les ayant retirés, il s'en élevoit une vive odeur de pyrophore, principalement dans la combinaison à laquelle j'avois ajouté du charbon; leurs couleurs avoient entièrement changé & étoient passées du jaune au rouge dont la nuance que j'avois mêlée avec le charbon étoit plus foncée.

46. Cette couleur augmenta dans toutes les deux par un coup de feu; je les remis pour la troisième fois, & je n'y reconnus de changement qu'en ce que celle, où entroit le charbon, annonçoit un peu d'odeur de phosphore, mais jamais il ne parut de métallisation.

47. Je pris le parti d'y jeter du salpêtre qui, malgré qu'une partie de la matière fût encore rouge & qu'il parût des vestiges de charbon, ne s'enflamma pas; ce qui m'engagea à y plonger un charbon en feu pour le faire fuser; le creuset étoit couvert à la vérité, mais l'activité de la défla-

gration en fit néanmoins sortir, par les interstices qui restoient entre le creuset & le couvercle, des étincelles rutilantes telles qu'on obtient avec le fer.

48. Ce flux ne suffit pas encore, je pris le parti de combiner 33 grains de sel de tartre, qui étoit alors le poids de ma chaux, avec 33 grains aussi de verre pilé, & il m'en résulta, à un feu très-vif, une matière ayant quelques scories à la surface, & très-compacte dans la partie qui étoit au dessous; je fus forcé de briser le creuset, pour en retirer cette matière qui annonçoit un verre noir très-compacte, & très-luisant dans sa cassure.

49. J'en séparai néanmoins, par l'aimant, 17 grains des 60 que pesoit toute la matière, sans comprendre les scories, dont 33 étoient de la chaux en question.

50. J'en mis 30 grains dans une capsule avec de l'huile de vitriol, & les 30 autres grains avec de l'acide nitreux.

51. Celle qui étoit avec l'huile de vitriol fit une très-foible effervescence, tant qu'elle fut concentrée, mais cette effervescence augmenta considérablement, en y ajoutant de l'eau; j'y jetai un fragment des scories que l'aimant n'attiroit que foiblement; & elle fit une effervescence considérable.

52. Ce mélange abandonné à l'évaporation spontanée à l'air libre, se dessécha en une substance très-singulière, & divisée en deux parties totalement différentes l'une de l'autre; celle qui tenoit le fond du verre étoit bleu-foncée, & ressembloit à du bleu de Prusse, dont quelques fragmens étoient encore assez durs pour être reconnus pour du fer sous forme métallique. Celle qui étoit au dessus étoit blanc-mat, mollasse, fendue par une crevasse qui s'étendoit en spirale du

centre vers les bords & ressemblante à de la colle de poisson, ou à une gelée, & assez bien à de l'amidon un peu jaune. *

53. J'ai lavé la première dans beaucoup d'eau, & lorsqu'il ne parut plus que très-peu de cette substance gélatineuse, je la fis sécher, & j'en eus une chaux grise mêlée de points blancs: elle étoit attirable à l'aimant.

* Cette substance gélatineuse m'a paru d'autant plus singulière, que je n'ai rencontré jusqu'ici nulle part, qu'on en ait obtenu d'une matière martiale; pendant que tous les chimistes savent avec quelle facilité on peut, par exemple, s'en procurer par le traitement d'autres substances métalliques & terreuses; rien n'étant si aisé que d'en obtenir par le moyen de l'acide nitreux & des substances calcaires, même avec la chaux & la pierre à cautère; mais il n'y a rien de calcaire ici, sauf la partie que pourroient contenir les 33 grains de sel de tartre qui, avec le verre pilé, ont servi de fondant à la chaux martiale, pour passer à la vitrification: ce qui dans le fond ne fait qu'un flux contenant les mêmes principes qui constituent le verre de caillou: or quoiqu'on n'ait en effet qu'à combiner du verre de caillou pilé avec de l'esprit de sel ammoniac bien caustique pour obtenir une très-belle gelée, où prendrions-nous l'esprit volatil caustique? seroit-il le résultat de la décomposition de l'acide nitreux dans ses principes constituants? c'est ce que je n'oserois affirmer, mais qui me paroît tout aussi probable que de supposer que cette gelée puisse être le produit de l'acide nitreux avec la partie calcaire caustique que peut probablement contenir le sel de tartre, suivant les principes de M.r Baumé, étayés des expériences de l'illustre chimiste M.r De Morveau sur les cendres: mais la quantité de ces matières n'auroit jamais pu donner une aussi grande quantité de gelée que celle que j'ai obtenue, & sa décomposition §. 54 a d'ailleurs démontré l'existence du fer: donc on ne peut pas revoquer en doute que ce ne soit une modification particulière de cette substance, à laquelle les autres auront cependant pu contribuer, & peut-être même quelques-unes des parties semi-métalliques qui se trouvent dans le fer, & qui sont très-disposées à l'état gélatineux; quoiqu'il en soit cette matière gélatineuse me paroît pouvoir être bien intéressante, malgré qu'on ne puisse pas la regarder comme une destruction du principe martial.

54. La seconde ne s'est point dissoute dans l'eau; ce qui arriva cependant, en y ajoutant du sel de tartre, & la dissolution se fit avec effervescence: elle est devenue rouge en y ajoutant de nouvelle eau; la liqueur prit la couleur de safran & forma la teinture alkaline de Stahl.

55. Celle que j'ai mise dans l'acide nitreux fumant ne dégageoit que des bulles, en répandant des fumées rouges de l'acide; mais lorsque je l'affoiblis par de l'eau, la matière fut attaquée avec activité, présenta une couleur de vert-clair qui se changea en gris-sale un peu plus clair que celui que fournissoit l'acide vitriolique; ce mélange s'est desséché à l'air libre sous la forme d'une chaux écailleuse, où le jaune dominoit, & étoit parsemé de petits cristaux: j'en ai mis dans beaucoup d'eau, & elle s'est précipitée en une poudre gris-sale; j'y ai mis du sel de tartre, le mélange se troubla dans l'instant, & prit une couleur verte très-foncée: sur les charbons elle développa une forte odeur de soufre.

56. L'autre chaux dont le poids étoit de 82 grains & que j'avois toujours traitée sans addition, n'étoit point attaquée ni par l'acide vitriolique, ni par l'acide nitreux; j'en mis 31 grains avec autant de sel de tartre au même feu, où je mis l'autre creuset; la matière avoit pris une couleur tirant sur le vert d'olive, & étoit entièrement attirable à l'aimant.

57. Voici une revivification opérée par le sel de tartre, comme Mr. Gellert a fait avec la lune cornée, & qui ne m'a pas tant coûté de manoeuvre que la précédente.

58. Mr. Pott a de même revivifié la chaux de plomb avec la terre calcaire, & Mr. Gellert est porté à penser que

pour la métallisation des chaux, il n'est question que d'employer des intermèdes capables d'enlever l'acide qui leur est adhérent.

59. Les chaux ne seroient-elles donc que des substances salines résultantes de la combinaison des bases métalliques avec des acides? Nous laisserons pour le présent ce point à discuter.

SUR L'EXPRESSION ANALYTIQUE

DE LA GÉNÉRATION DES SURFACES COURBES

PAR M.r MONGE

Une équation en trois variables x, y, z, rapportée à trois plans donnés de position, appartient toujours à une surface courbe déterminée, puisque des trois coordonnées, deux étant données, la troisième s'ensuit nécessairement. Ainsi, par exemple, en supposant les trois plans rectangulaires, l'équation

$$x^2+y^2+z^2=a^2$$

n'appartient qu'à la surface de la sphère, dont le centre est à l'origine & dont le rayon est $=a$. Une équation aux différences ordinaires à trois variables appartient à une infinité de surfaces courbes qui ne diffèrent les unes des autres que par le paramètre qui a disparu dans la différentiation. Si l'on différentie, par exemple, l'équation précédente, l'équation

$$x\,dx+y\,dy+z\,dz=0$$

qui en résulte, énonce simplement que la surface est sphérique, & que son centre est à l'origine, sans rien statuer sur la grandeur de son rayon. Mais une équation aux différences partielles à trois variables exprime la manière dont la surface est engendrée indépendamment des courbes génératrices. Je vais en citer plusieurs exemples actuellement connus des géomètres.

1. L'équation $\quad y\frac{dz}{dx}-x\frac{dz}{dy}=0$

dont l'intégrale est $\quad z=\varphi(x^2+y^2)$

exprime que la surface est de révolution autour de l'axe des

z, sans rien énoncer de la nature de la courbe génératrice, qui peut être même discontinue.

2. L'équation $\left(\frac{dz}{dy}\right)^2 \frac{ddz}{dx^2} - 2\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}\frac{ddz}{dx\,dy} + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 \frac{ddz}{dy^2} = 0$
dont l'intégrale est $z + y\varphi z + x\psi z = 0$
énonce que la surface est engendrée par le mouvement d'une droite toujours parallèle au plan des x, y, & ne statue rien sur la nature des courbes qui déterminent le mouvement de cette droite.

3. L'équation

$$\left(\frac{ddz}{dy^2}\right)^3 \frac{d^3z}{dx^3} - 3K\left(\frac{ddz}{dy^2}\right)^2 \frac{d^3z}{dx^2dy} + 3K^2\left(\frac{ddz}{dy^2}\right)\frac{d^3z}{dxdy^2} - K^3\frac{d^3z}{dy^3} = 0$$

dans la quelle K est $= \frac{ddz}{dx\,dy} - \sqrt{\left(\frac{ddz}{dxdy}\right)^2 - \frac{ddz}{dx^2}\frac{ddz}{dy^2}}$
& dont l'intégrale finie est comportée par le système des deux équations suivantes

$$y = x\,z' + \varphi\,z'$$
$$z = x\,\psi\,z' + \pi\,z'$$

exprime que la surface est engendrée par le mouvement d'une droite, quelques puissent être d'ailleurs les trois courbes qui ont dirigé son mouvement dans l'espace.

4. Enfin l'équation $\left(\frac{ddz}{dx\,dy}\right)^2 = \frac{ddz}{dx^2}\frac{ddz}{dy^2}$
dont l'intégrale est comprise dans les deux suivantes

$$v + x\,\varphi\,v + y\,\psi\,v = z$$
$$1 + x\,\varphi'\,v + y\,\psi'\,v = 0$$

énonce que la surface est développable, c'est-à-dire qu'elle est engendrée par une droite qui se meut sans cesser d'être tangente à une même courbe à double courbure, & ne dit rien d'ailleurs de la nature de cette courbe qui peut être telle qu'on voudra.

Je me propose dans ce mémoire d'exprimer qu'une sur-

face courbe est engendrée par une courbe quelconque, constante de forme & variable de position dans l'espace, indépendamment de la nature de la courbe génératrice & de la loi de son mouvement; mais comme cette question est un peu compliquée, je vais la faire précéder par d'autres plus simples & du même genre.

PROBLÈME I.

Exprimer qu'une surface courbe est engendrée par la circonférence d'un cercle qui se meut de manière que son plan soit toujours perpendiculaire à la courbe parcourue par le centre.

Tout étant rapporté à trois axes rectangulaires, soient x, y, z, les trois coordonnées d'un point quelconque de la surface, & x', y', z' celles du centre du cercle générateur, lorsque le plan de ce cercle passe par le point de la surface que l'on considère. Soient

$$x = \psi z \qquad \& \qquad y = \varphi z$$

les équations des projections de la courbe parcourue par le centre, il est évident que l'on aura

$$x' = \psi z' \qquad \& \qquad y' = \varphi z'$$

Cela posé, la distance du point de la surface au centre du cercle étant égale au rayon que je représente par a, on a d'abord cette première équation

$$\text{(A)} \qquad (z - z')^2 + (y - \varphi z')^2 + (x - \psi z')^2 = a^2$$

actuellement il faut énoncer que les deux points sont dans un même plan normal à sa courbe. Or l'équation du plan normal mené par le centre du cercle générateur est

$$\text{(B)} \qquad z - z' + (y - \varphi z')\,\varphi' z' + (x - \psi z')\,\psi' z' = 0$$

les fonctions φ' & ψ' étant les coëfficiens de dz' dans les différentielles de $\varphi z'$ & de $\psi z'$. Cette seconde équation convient donc aussi au point de la surface; donc les deux équations (A) & (B) contiennent la solution de la question. Ainsi lorsque la courbe à double courbure parcourue par le centre du cercle générateur sera connue, c'est-à-dire que les formes des fonctions φ & ψ seront données, on éliminera z' de ces deux équations, & l'équation résultante sera en x, y, z, celle de la surface engendrée. Mais si l'on veut énoncer simplement la génération de la surface sans avoir égard à la nature de la courbe parcourue par le centre, il faut regarder les fonctions φ & ψ comme arbitraires, & les éliminer par la différentiation.

Avant que d'aller plus loin, je remarque 1.° que la première équation est celle de la sphère dont le rayon est $= a$, & dont le centre est au point de la courbe dont l'ordonnée est $= z'$; & qu'ainsi en regardant z' comme un paramètre variable, cette équation appartient à toutes les sphères de même rayon, & dont les centres seroient sur cette courbe. 2.° que l'équation (B) est la différentielle de la première prise en ne faisant varier que z'; & comme elle doit avoir lieu en même tems que la première, elle signifie qu'il ne faut considérer de toutes ces surfaces sphériques que les points dont les coordonnées x, y, z, ne varient point lorsque le centre varie; c'est-à-dire, que la surface cherchée est l'enveloppe commune à toutes les sphères, ou enfin qu'à la manière de Mr. De la Grange son équation est l'intégrale particulière de l'équation différentielle qui appartient à toutes les sphères.

Passons maintenant à la différentiation. L'équation (B) étant la différentielle de la première en ne faisant varier que z'

elle exprime que le premier membre de l'équation (A) ne varie pas par rapport à cette variable; il ne peut donc varier que par rapport aux deux quantités x & y dont z est fonction. Or ces deux quantités x & y sont indépendantes, il faut donc différencier ce premier membre, d'abord en ne faisant varier que x, puis en ne faisant varier que y, ce qui donne les deux équations

$$\text{(D)} \qquad (z-z')\frac{dz}{dx}+x-\psi z'=0$$

$$\text{(E)} \qquad (z-z')\frac{dz}{dy}+y-\varphi z'=0$$

& l'équation (B) est employée.

Substituant dans (A) les valeurs de $x-\psi z'$ & de $y-\varphi z'$ que fournissent ces deux équations, on a

$$(z-z')^2\left\{1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2+\left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right\}=a^2$$

ou faisant pour abréger $1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2+\left(\frac{dz}{dy}\right)^2=k^2$

$$z-z'=\frac{a}{k}$$

mettant cette valeur de $z-z'$ dans les deux équations (D) & (E) elles deviennent

$$\frac{a}{k}\frac{dz}{dx}+x=\psi z'$$

$$\frac{a}{k}\frac{dz}{dy}+y=\varphi z'$$

d'où l'on tire

$$\frac{a}{k}\frac{dz}{dx}+x=\text{fonction}\left\{\frac{a}{k}\frac{dz}{dy}+y\right\}$$

Cette équation contient encore une fonction arbitraire qu'on fera disparoître à la manière ordinaire en différentiant par rapport à x, puis par rapport à y, & l'on aura pour équation demandée

$$k^4+ak\left\{\left(1+\left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right)\frac{ddz}{dx^2}-2\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}\frac{ddz}{dx\,dy}+\left(1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right)\frac{ddz}{dy^2}\right\}$$

$$+a^2\left\{\frac{ddz}{dx^2}\frac{ddz}{dy^2}-\left(\frac{ddz}{dx\,dy}\right)^2\right\}=0$$

Il suit delà que par cela seul qu'une surface courbe est engendrée par la circonférence d'un cercle dont le plan est constamment normal à la courbe que décrit son centre, quelque puisse être d'ailleurs cette courbe, la surface satisfait à l'équation que l'on vient de trouver.

On peut obtenir la même équation sans employer les intégrales par la considération suivante. Il est évident en effet que la surface dont il s'agit a un de ses deux rayons de courbure constant & égal au rayon du cercle générateur; donc en égalant à une constante l'expression du rayon de courbure d'une surface courbe, on doit avoir l'équation demandée; or en faisant pour abréger

$$\left\{1+\left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right\}\frac{ddz}{dx^2}-2\frac{dz}{dx}\frac{dz}{dy}\frac{ddz}{dxdy}+\left\{1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right\}\frac{ddz}{dy^2}=M$$

$$\frac{ddz}{dx^2}\frac{ddz}{dy^2}-\left(\frac{ddz}{dxdy}\right)^2=N$$

Mr. Euler a fait voir que cette expression est

$$\frac{-2k^3}{M+\sqrt{M^2-4Nk^2}}$$

(Voyez les mémoires de l'Académie de Berlin, année 1760) donc l'équation de la surface est

$$\frac{-2k^3}{M+\sqrt{M^2-4Nk^2}}=a$$

qui en faisant disparoître le radical coïncide avec celle que nous avons trouvée plus haut.

PROBLÈME II.

Exprimer qu'une surface courbe est engendrée par le mouvement d'un cercle qui se meut d'une manière quelconque.

Soient comme dans le problème précédent $y=\varphi z$ & $x=\psi z$

les équations des projections de la courbe que parcourt le centre du cercle générateur, z' l'ordonnée du centre lorsque la circonférence passe par le point de la surface dont les coordonnées sont x, y, z, & par conséquent $\varphi z'$ & $\psi z'$ les autres coordonnées de ce centre; il est d'abord évident que la distance du point de la surface au centre du cercle étant égale au rayon de ce cercle, on doit avoir comme précédemment

$$(A) \qquad (z-z')^2+(y-\varphi z')^2+(x-\psi z')^2=a^2$$

Mais le même point de la surface doit encore se trouver dans le plan du cercle générateur: & l'équation de ce plan, en tant qu'il passe par le centre ne peut être que de la forme

$$z-z'+A(y-\varphi z')+B(x-\psi z')=0$$

dans laquelle les coëfficiens A & B sont constans pour le même plan, & varient d'un plan à l'autre, c'est-à-dire que les coëfficiens sont constans quand z' est constante & qu'ils varient quand z' est variable, qu'enfin ils sont fonctions de z'. On aura donc encore

$$(B) \qquad z-z'+\pi z'(y-\varphi z')+\varpi z'(x-\psi z')=0$$

Les deux équations (A) & (B) renferment la solution de la question. En effet s'il s'agit de trouver l'équation d'une surface particulière engendrée par le mouvement d'un cercle, il faudra déterminer les formes des fonctions π & ϖ d'après la loi du mouvement du plan du cercle, éliminer z' des deux équations, & l'équation résultante sera en x, y, z celle de la surface demandée. Mais s'il faut simplement énoncer que la surface est engendrée par le mouvement d'un cercle, qui se meut d'une manière quelconque, on regardera les fonctions π & ϖ comme arbitraires, de même que les deux autres φ & ψ, on les fera disparoître par la différentiation à la manière ordi-

naire, & l'équation aux différences partielles du quatrième ordre à laquelle on sera conduit par cette opération, exprimera la génération de cette surface, indépendamment de la loi du mouvement. Je ne transcris pas ici cette équation à cause de sa longueur.

Si le rayon du cercle générateur étoit variable, a ne seroit plus une constante, mais une certaine fonction de z', les deux équations (A) & (B) contiendroient alors cinq fonctions de z', & l'équation aux différences partielles qui exprimeroit la génération de la surface seroit du cinquième ordre.

PROBLÈME III.

Exprimer qu'une surface courbe est engendrée par le mouvement d'une courbe quelconque, constante de forme, & qui se meut d'une manière quelconque dans l'espace.

Je suppose tout l'espace rapporté à trois plans fixes & rectangulaires par les coordonnées x, y, z, & qu'à l'origine du mouvement de la courbe, ou, ce qui revient au même, que pour un certain instant quelconque de son mouvement la position de cette courbe par rapport à ces trois plans soit connue, en sorte qu'à cette époque on ait les équations des projections de la courbe, & qu'elles soient

$$x = \psi z \quad \& \quad y = \varphi z$$

Je suppose ensuite que trois autres plans rectangulaires, d'abord confondus avec les trois plans fixes soient entraînés par la courbe dans son mouvement, de manière que cette courbe ne change jamais de position par rapport à eux, & que dans le cours du mouvement, quelque part qu'on la considère, les projections de cette courbe sur les plans mobiles

soient toujours les mêmes, & ce qu'elles étoient sur les plans fixes au commencement du mouvement; il est évident que si on appelle u, v, w, les coordonnées qui à l'origine du mouvement étoient respectivement x, y, z, les équations des projections de la courbe sur les plans mobiles dans un instant quelconque seront

$$u = \psi w \quad \& \quad v = \phi w$$

dans lesquelles les quantités u, v, w, sont des fonctions de x, y, z & d'une indéterminée qui exprimera la distance à l'origine du mouvement: en sorte que si l'on connoît la manière dont se meuvent les plans mobiles, & qu'on soit par conséquent en état, pour un instant quelconque du mouvement, de trouver leurs équations rapportées aux trois plans fixes, on trouvera les quantités u, v, w, & éliminant l'indéterminée des deux équations précédentes, on aura en x, y, z celle de la surface demandée.

Posons pour un instant que l'on connoisse la courbe que décrit le point d'intersection commun aux trois plans mobiles, & que les projections de cette courbe sur les plans fixes ayent pour équations

$$x = \pi z \quad \& \quad y \varpi z$$

Considérons ensuite la courbe génératrice dans un instant quelconque de son mouvement, & soit z' l'ordonnée parallèle aux z qui correspond à son origine mobile, c'est-à-dire à l'intersection des trois plans mobiles, les autres ordonnées de cette origine seront

$\pi z'$ dans le sens des x

& $\varpi z'$ dans le sens des y

Cela posé, les équations des trois plans mobiles, lorsque l'ordonnée de leur point d'intersection est z' seront de la forme

$$\text{(A)}\quad a'\,(z-z')+b'\,(y-\pi z')+c'\,(x-\pi z')=0$$
$$\text{(B)}\quad a''\,(z-z')+b''\,(y-\pi z')+c''\,(x-\pi z')=0$$
$$\text{(C)}\quad a'''(z-z')+b'''(y-\pi z')+c'''(x-\pi z')=0$$

dans lesquelles les coëfficiens a', b', c', a'', b'', c'', a''', b''', c''' dépendent de la loi du mouvement des plans & sont certaines fonctions de z', dont les formes doivent être determinées d'après cette loi.

Or de ces 9 coëfficiens, il n'y en a que 6 qui soient nécessaires pour la détermination de ces plans, nous pourrons donc supposer qu'ils ayent entr'eux les trois rélations suivantes qui simplifient le calcul,

$$a'^2+b'^2+c'^2=1$$
$$a''^2+b''^2+c''^2=1$$
$$a'''^2+b'''^2+c'''^2=1$$

De plus, puisque les trois plans doivent toujours être rectangulaires, on aura toujours entre les 9 coëfficiens les trois équations suivantes

$$a'\,a''+b'\,b''+c'\,c''=0$$
$$a'''a'+b'''b'+c'''c'=0$$
$$a''\,a'''+b''\,b'''+c''\,c'''=0$$

Par le moyen de ces 6 équations, 6 des coëfficiens pourront être exprimés en fonctions des trois autres, & ces trois seront les seuls dont les valeurs dépendront immédiatement de la loi du mouvement.

Supposons que ces trois coëfficiens soient a', b'', c''' (nous faisons ce choix pour obtenir de la symétrie dans le calcul) on trouvera que les valeurs des 6 autres, en faisant pour abréger

$$1 + a' + b'' + c''' = M$$
$$1 + a' - b'' - c''' = N$$
$$1 - a' + b'' - c''' = P$$
$$1 - a' - b'' + c''' = Q$$

sont

$$b' = \tfrac{1}{2} \left\{ \sqrt{NP} + \sqrt{MQ} \right\}$$
$$a'' = \tfrac{1}{2} \left\{ \sqrt{NP} - \sqrt{MQ} \right\}$$
$$a''' = \tfrac{1}{2} \left\{ \sqrt{NQ} + \sqrt{MP} \right\}$$
$$c' = \tfrac{1}{2} \left\{ \sqrt{NQ} - \sqrt{MP} \right\}$$
$$c'' = \tfrac{1}{2} \left\{ \sqrt{PQ} + \sqrt{MN} \right\}$$
$$b''' = \tfrac{1}{2} \left\{ \sqrt{PQ} - \sqrt{MN} \right\}$$

actuellement si du point de la surface engendrée dont les coordonnées sont x, y, z, & que nous supposons sur la courbe génératrice dans la position où nous venons de la considérer, on abaisse trois perpendiculaires sur les trois plans mobiles, elles seront les coordonnées que nous avons appelées ci-dessus u, v, w, & leurs valeurs d'après les équations (A), (B), (C) seront

$$-\left\{ a' \,(z - z') + b' \,(y - \varpi z') + c' \,(x - \pi z') \right\} = w$$
$$-\left\{ a'' \,(z - z') + b'' \,(y - \varpi z') + c'' \,(x - \pi z') \right\} = v$$
$$-\left\{ a''' \,(z - z') + b''' \,(y - \varpi z') + c''' \,(x - \pi z') \right\} = u$$

les quantités a', b'', c''' devant être déterminées par le mouvement des plans mobiles, elles seront certaines fonctions de z' que nous pouvons représenter respectivement par $\alpha z'$, $\beta z'$, $\gamma z'$;

Si l'on substitue ces expressions dans les quantités M, N, P, Q, & en observant qu'on doit toujours avoir $u = \psi w$ & $v = \varphi w$, on aura les trois équations suivantes qui renfermeront la solution de la question.

$$\alpha z'(z-z') + \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{NP}+\sqrt{MQ}\right\}(y-\varpi z') + \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{NQ}-\sqrt{MP}\right\}(x-\pi z') = -w$$

$$\tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{NP}-\sqrt{MQ}\right\}(z-z') + \beta z'(y-\varpi z') + \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{PQ}+\sqrt{MN}\right\}(x-\pi z') = \varphi(-w$$

$$\tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{NQ}+\sqrt{MP}\right\}(z-z') + \tfrac{1}{2}\left\{\sqrt{PQ}-\sqrt{MN}\right\}(y-\varpi z') + \gamma z'(x-\pi z') = \psi(-w$$

En sorte que 1.° si l'on connoît la nature de la courbe à double courbure génératrice pour le commencement du mouvement, ce qui donne les formes des fonctions φ & ψ, 2.° si l'on connoît la courbe parcourue par l'origine mobile de cette courbe, ce qui donne les formes des fonctions ϖ & π, 3.° si l'on connoît la loi suivant laquelle se meuvent les plans, & d'après laquelle il sera possible d'obtenir leurs équations, ce qui donnera les formes des trois fonctions α, β, γ, il n'y aura qu'à éliminer des trois équations précédentes les deux indéterminées z' & w, & l'équation qu'on obtiendra sera en x, y, z, celle de la surface demandée. Mais s'il s'agit simplement d'exprimer la génération de la surface, il faudra regarder les 7 fonctions α, β, γ, π, ϖ, φ, ψ comme arbitraires, les faire disparoître à la manière ordinaire par la différentiation, & l'équation aux différences partielles du septième ordre, à laquelle on sera conduit par cette opération, exprimera que la surface est engendrée par une courbe constante de forme & variable de position, indépendamment de la nature de cette courbe, & de la loi de son mouvement.

SUR L'INTÉGRATION DE L'ÉQUATION

AUX DIFFÉRENCES PARTIELLES

$$L\frac{ddz}{dx^2} + M\frac{ddz}{dx\,dy} + N\frac{ddz}{dy^2} = 0$$

Dans laquelle les coëfficiens L, M, N *sont quelconques.*

PAR M.r MONGE

Soit fait pour abréger $dz = pdx + qdy$

$$ddz = rdx^2 + 2s\,dxdy + t\,dy^2$$

& la proposée devient $Lr + Ms + Nt = 0$

Cela posé, si l'on différentie par rapport à x, puis par rapport à y l'équation $pdx = dz - qdy$, on a

$$rdx^2 = dp\,dx - s\,dx\,dy$$
$$s\,dx\,dy = dq\,dy - t\,dy^2$$

& si l'on substitue ces valeurs de r & de s dans la proposée, elle devient

$$L\,dp + \left\{M - L\frac{dy}{dx}\right\}dq + \frac{t}{dx}\left\{L\,dy^2 - M\,dxdy + N\,dx^2\right\} = 0$$

actuellement soit α le facteur qui rendroit différentielle compléte la quantité $L\,dp + \left\{M - L\frac{dy}{dx}\right\}dq$, & V son intégrale; soit pareillement β le facteur qui rendroit différentielle compléte la racine de la quantité $L\,dy^2 - M\,dxdy + N\,dx^2$, & U son intégrale, l'équation précédente prendra cette forme

$$dV + \frac{\alpha t G}{\beta\,dx}\,dU = 0$$

dans laquelle G est l'autre racine du trinome en dx & dy, & qui ne peut rien donner de réel, à moins que l'on n'ait $V = \varphi U$ qui est l'intégrale première de la proposée.

Or ce que nous venons de faire est la même chose que si nous eussions posé les deux équations

$$L\,dp + \left\{M - L\frac{dy}{dx}\right\} dq = 0$$

$$L\,dy^2 - M\,dx\,dy + N\,dx^2 = 0$$

& qu'après avoir trouvé pour intégrale de la première $V = 0$, & pour celle de la seconde $U = 0$, nous eussions fait $V = \varphi U$. De plus comme ces deux équations doivent avoir lieu en même tems, on peut éliminer $\frac{dy}{dx}$ de la première par le moyen de la seconde, & alors elle devient

$$L\,dp^2 + M\,dp\,dq + N\,dq^2 = 0;$$

donc pour intégrer l'équation

$$L\,r + M\,s + N\,t = 0,$$

il faut intégrer les deux équations suivantes aux différences ordinaires

$$L\,dp^2 + M\,dp\,dq + N\,dq^2 = 0$$
$$L\,dy^2 - M\,dx\,dy + N\,dx^2 = 0$$

& si les intégrales de ces deux équations sont $V = 0$, $U = 0$, celle de la proposée sera $V = \varphi U$.

Il est facile de trouver des formules analogues pour les équations d'ordres supérieurs. Appliquons ce résultat à un cas connu. Soit proposé d'intégrer

$$q^2 r - 2pqs + p^2 t = 0$$

les équations aux différences ordinaires seront

$$q^2 dp^2 - 2pq\,dp\,dq + p^2 dq^2 = 0$$
$$q^2 dy^2 + 2pq\,dx\,dy + p^2 dx^2 = 0$$

ou

$$q\,dp - p\,dq = 0$$
$$q\,dy + p\,dx = 0$$

dont les intégrales sont $\frac{p}{q}=$ const. & $z=$ const. Donc l'intégrale première de la proposée est $z=\varphi\left(\frac{p}{q}\right)$, ce que l'on savoit déjà.

Par ce moyen on peut intégrer une première fois l'équation des surfaces dont l'aire est un minimum. Cette équation trouvée par Mr. le Chevalier de Borda est

$$(1+q^2)r-2pqs+(1+p^2)t=0$$

les deux équations aux différences ordinaires seront

$$(1+q^2)dp^2-2pq\,dpdq+(1+p^2)\,dq^2=0$$
$$(1+q^2)dy^2+2pq\,dxdy+(1+p^2)\,dx^2=0$$

L'intégrale de la première est $\frac{pq+\sqrt{-1-p^2-q^2}}{p\sqrt{-1}+q\sqrt{1+p^2+q^2}}=$ const.

La seconde se réduit à $dx^2+dy^2+dz^2=0$, donc l'intégrale première de la proposée est

$$\frac{pq+\sqrt{-1-p^2-q^2}}{p\sqrt{-1}+q\sqrt{1+p^2+q^2}}=\varphi\left(\int\sqrt{dx^2+dy^2+dz^2}\right)$$

RECHERCHES PHYSIQUES

SUR LA NATURE ET SUR LES CAUSES

D'UNE ÉPIZOOTIE

QUI SE MANIFESTA À FOSSAN PARMI LES CHEVAUX DES DRAGONS DU ROI

PENDANT LE MOIS DE MARS DE L'ANNÉE 1783.

PAR M.R BRUGNONE

Depuis que les Médecins & les Sociétés littéraires n'ont plus dédaigné de s'occuper des soins que les animaux domestiques exigent pour leur conservation, & de s'appliquer à la connoissance & au traitement de leurs maladies, l'art vétérinaire a fait des progrès rapides; & c'est ainsi que l'on a appris à dompter ces terribles *épizooties*, qui autrefois en dépeuploient assez souvent des provinces & même des royaumes entiers; ou, si l'on ne peut corriger les principes vénéneux & contagieux, qui pour l'ordinaire en sont la cause immédiate, ni par conséquent guérir les animaux malades, au moins n'hésite-t'on plus à les tuer à tems, pour circonscrire la contagion, la suffoquer dans l'endroit même qui l'a vue naître, & préserver ainsi le reste des bestiaux. Virgile qui étoit peut-être aussi versé dans l'art vétérinaire *, que grand Poëte, a dès son tems inculqué cette maxime;

* Je ne m'en rapporte pas à cet égard à la vie, qu'en a laissée le Grammairien Donatus, mais à Virgile même, c'est-à-dire à la doctrine vétérinaire répandue dans ses inimitables Géorgiques.

Continuo culpam ferro compesce, priusquam
Dira per incautum serpant contagia vulgus. *

Cette même maxime a été suivie avec succès, il y a quelques années, en Hollande, en France, en Suisse, & dans les Pays-Bas Autrichiens. Lancisi ** la proposa dans une assemblée de Cardinaux pour arrêter l'*épizootie* des bêtes à corne, qui ravagea toute l'Italie en 1711., 1712., 1713. & 1714. Son avis fut rejeté, & l'on ne connut que trop tard combien il auroit été sage & prudent de s'y conformer.

Il n'y a pas encore un an que nous avons été obligés d'en venir à cet expédient, pour s'opposer aux progrès d'une *fièvre maligne, pestilentielle & contagieuse*, qui s'étoit déclarée, vers la moitié du mois de mars, parmi les chevaux des quatre compagnies du régiment des Dragons du Roi, qui étoient de quartier à Fossan. Cette maladie commença parmi les chevaux de la Compagnie Lucerne, & il en mourut 25 sur 28 en moins de 48 heures; trois jours après elle se manifesta parmi ceux de la Compagnie Fresia, & en peu de jours elle en emporta 13 sur 27. L'*épizootie* s'appaisa pour lors; on étoit même fondé à la croire finie; puisqu'outre qu'il n'étoit plus mort pendant 12. jours consécutifs aucun cheval parmi ceux des deux Compagnies attaquées, & que les malades paroissoient guéris, les deux autres Compagnies avoient été jusques alors à l'abri de ce malheur. Mais, vingt jours après que la maladie se fut manifestée dans la Compagnie Lucerne, elle se déclara aussi, lorsqu'on s'y attendoit le moins, avec une telle fureur parmi les chevaux de

---

* *Georg.* lib. 3. v. 470

** *De bovilla peste* part. 1. cap. 3. pag. 5.

la Lieutenance, qu'en moins de 18. heures il en périt 14 sur 27. Ce fut à peu près dans le même tems, qu'elle se glissa parmi les chevaux de la Compagnie Isasque, quoiqu'avec moins de violence : elle attaqua ensuite ceux de Messieurs les Officiers, qui en furent presque tous la victime ; elle commençoit même à se répandre parmi les chevaux de la ville, dont trois étoient déjà morts, lorsque S. M. donna ordre de tuer tous ceux qui restoient des quatre Compagnies, ainsi que les autres qui avoient eu quelque communication avec les malades : l'ordre fût exécuté sur le champ, & l'*épizootie* fut éteinte sans retour.

Comme cette maladie présenta dans toute sa durée des singularités que l'on n'observe pas dans la marche ordinaire des autres *épizooties*, j'ai cru que l'Académie ne désapprouveroit pas le détail des recherches que j'ai faites, pour en découvrir la nature & les causes.

Elle se manifestoit d'abord par les symptômes suivants. L'animal, dès le commencement de la maladie, étoit triste, & avoit les yeux égarés, à demi clos, & le regard farouche ; il ne mangeoit plus à son ordinaire ; lorsqu'il marchoit l'on voyoit chanceler tout son corps & sur tout le train de derrière, & il se tenoit presque toujours couché ; quelques heures après il donnoit des signes non équivoques qu'il étoit tourmenté par des tranchées, en se couchant, & en se relevant à chaque instant, & tournant la tête vers ses flancs ; lors même qu'il étoit couché, & qu'il paroissoit tranquille, il ne détournoit plus la tête de l'un ou de l'autre flanc ; plusieurs montroient de la difficulté à uriner, & les urines qui au commencement de la maladie étoient claires, & comme l'on dit crues, vers la fin devenoient trou-

bles ou roussâtres. Les matières fécales étoient en général comme dans l'état de santé, les poils de tout le corps étoient ternes ou hérissés. Dans quelques-uns succédoient aux coliques des trémoussemens universels de la peau, dans d'autres de légers tremblemens dans les muscles des extrémités antérieures ou postérieures: ils avoient tous la bouche séche, l'haleine très-chaude, & quelquefois puante, la langue blanche, les oreilles & les extrémités alternativement froides, ou chaudes.

Dans ces premiers tems de la maladie à peine pouvoit-on s'appercevoir de quelque légère altération dans le mouvement des flancs; mais lorsque la mort approchoit, c'est-à-dire dix, douze, ou dix-huit heures après le commencement de la maladie (presqu'aucun n'alloit au de-là des 24), les flancs & le cœur battoient avec une vîtesse, & une force extrême; les naseaux étoient très-dilatés & en convulsion: l'animal, pour mieux respirer, allongeoit le col, élevoit la tête & montroit une si grande foiblesse qu'il n'osoit plus se coucher; en se remuant, tout son corps continuoit à chanceler, il tomboit enfin, & mouroit dans l'instant même, ou tranquille & sans faire le moindre mouvement extraordinaire, ou agité par de fortes convulsions.

La maladie étoit plus longue dans ceux qui tomboient malades, après avoir été quelque tems en pleine campagne; ils traînoient jusqu'au septième ou huitième jour, & deux ou trois jours avant la mort il leur enfloit ordinairement la tête, la gorge ou les parties de la génération; presque tous jetoient par les naseaux des matières jaunâtres, sanguinolentes & fétides, & une plus ou moins grande quantité de sang par l'anus.

C'étoit précisement par l'ancien ulcère que l'approche de la maladie s'annonçoit dans tous les animaux auxquels on avoit fait quelque cautère dans le dessein de les en préserver: cet ulcère, quoique cicatrisé, se rouvroit subitement par l'écoulement d'un sang noir & épais, & par le gonflement des parties voisines.

Le sang que l'on tiroit des veines, soit au commencement, soit au milieu, soit à la fin de la maladie, celui même que l'on trouvoit dans les cadavres, étoit très-noir, très-épais & visqueux: on n'y remarquoit pas la moindre sérosité, quoiqu'on le laissât reposer des journées entières dans quelque récipient.

Les cadavres ne répandoient aucune mauvaise odeur: à leur ouverture on voyoit au dessous du cuir dans le tissu cellulaire des taches noires plus ou moins grandes, ainsi qu'aux muscles, au ventricule, aux intestins, aux poumons, au cœur même, tant à sa surface extérieure, qu'à la face interne de ses oreillettes, & de ses ventricules. Dans les viscères membraneux le siége de ces taches étoit le tissu cellulaire, qui est entre la tunique nerveuse & la veloutée, en sorte qu'elles paroissoient seulement à leur face interne. La rate étoit d'une couleur plus noire qu'à l'ordinaire, & ses vaisseaux étoient très-dilatés: le foie & les reins se trouvoient sains, mais la vessie de l'urine étoit presque toujours enflammée, ainsi que la membrane pituitaire, & l'arrière-bouche. Les méninges & le cerveau se trouverent toujours dans l'état naturel, au contraire les poumons gangrénés dans toute leur épaisseur, & farcis d'un sang noir, & écumeux, ou du moins affectés de taches noires, ou livides.

Dans tous les cadavres les glandes mésentériques étoient engorgées, noires, & pour ainsi dire brûlées: tel étoit aussi l'état de la plupart des autres glandes lymphatiques, par exemple de celles qui accompagnent les troncs des vaisseaux émulgens, des spléniques, des gastro-épiploïques &c. des glandes ésophagiennes, des jugulaires, & même du thymus & des ovaires; le tissu cellulaire de toutes les parties voisines de ces glandes étoit farci d'une humeur jaunâtre & gélatineuse.

J'ai nommé cette maladie une *fièvre maligne*, *pestilentielle & contagieuse*. Sa *malignité* est assez constatée par la promptitude étonnante de la mort qui enlevoit le plus grand nombre des chevaux qui en étoient attaqués, ainsi que par les ravages observés sur les cadavres.

Ces mêmes ravages, & surtout la tuméfaction & la gangrène de presque toutes les glandes lymphatiques en décèlent le *caractère pestilentiel*. Les Auteurs qui ont écrit d'après l'expérience & les observations sur la peste, nous assurent que le virus *loïmique* affecte par préférence cette classe de glandes.

Dans la persuasion, où l'on étoit que la mauvaise nourriture en fût l'unique cause, on nia d'abord qu'elle fût *contagieuse*, comme si de mauvais fourrages n'étoient pas capables de produire des maladies contagieuses, ou que la peste elle-même ne vînt pas assez souvent à la suite de la famine. Cette persuasion fit que l'on ne prit pas au commencement & avant mon arrivée toutes les précautions nécessaires pour empêcher toute communication entre les animaux sains & les malades: c'est à quoi l'on peut attribuer la propagation de la maladie d'une Compagnie à l'autre. On ne fut pleinement convaincu de cette fâcheuse vérité que lorsqu'on vit attaqués les chevaux de

Messieurs les Officiers, dont la nourriture n'étoit certainement pas suspecte, & encore plus lorsqu'on vit la maladie répandue sur trois chevaux de la ville. Deux d'entr'eux la gagnèrent, parceque leur maître eut l'imprudence de suivre de près avec son cabriolet le chariot, qui conduisoit aux fosses les cadavres; & le troisième, parcequ'on avoit mis sous la fenêtre de son écurie le fumier que l'on tiroit d'une autre écurie infecte. Heureusement les maîtres de ces chevaux n'en avoient aucun autre, autrement qui sait jusqu'à quel point le mal auroit pu se répandre? Il ne faut pas dissimuler qu'un cheval que Messieurs de la Ville firent mettre parmi ceux de la troupe, & qui demeura constamment à côté des plus malades, se porta toujours bien; mais cet exemple seul ne prouve rien; on sait, qu'en tems de peste parmi les gens qui fréquentent les pestiférés, il y en a toujours quelqu'un de préservé.

Par la qualité du sang noir, épais & dépourvu de toute sérosité, observée dans tout le cours de la maladie, par l'affection constante des glandes conglobées, enfin par l'excessive prostration des forces, il me semble que l'on est en droit de conclure 1.° que l'épaississement de la lymphe étoit une des causes immédiates de cette *épizootie*: 2.° que le genre nerveux tomboit dans une espèce d'atonie.

C'est ensuite de l'épaississement de la lymphe & de l'atonie des nerfs, que le sang, ne pouvant circuler qu'avec peine, s'arrêtoit ou aux extrémités des vaisseaux capillaires, ou s'épanchoit dans le tissu cellulaire; de là les stases, les engorgemens & les taches que l'on trouvoit sur les différentes parties du corps. Mais l'épaississement de la lymphe & l'affection des nerfs étoient eux-mêmes l'effet d'un virus quelconque, ou, pour

mieux dire, d'une dépravation de toute la masse du sang d'une nature âcre & caustique, qui brûloit & privoit de vie dans l'instant même toutes les parties solides, où le sang ainsi vicié s'arrêtoit. Voilà la cause de l'excessive prostration des forces, de la gangrène, & du sphacèle des mêmes parties, & de la promptitude de la mort de l'animal.

Quelle a été la cause de cette dépravation du sang? c'est ce que nous ignorons, comme l'on ignore presque toujours la vraie cause des épidémies parmi les hommes. J'ai dit, qu'on l'a attribuée à la mauvaise nourriture, & surtout au seigle concassé, que l'on avoit permis à l'entrepreneur de distribuer, au lieu de l'avoine: on prétend qu'il y mêloit toutes les mauvaises graines que l'on sépare en criblant les blés. On trouva en effet dans le magasin une certaine quantité de ces graines; elles étoient composées du mélange suivant.

Avoine (*avena sativa* Linn. *species plant.* pag. 118.) en médiocre quantité:

Froment (*triticum hybernum* pag. 126.) en petite quantité:

Seigle (*secale cereale* pag. 124.) en petite quantité:

Ivroie (*Lolium temulentum* pag. 122.) en plus grande quantité que le seigle:

Cynosurus echinatus pag. 105. appelée en Lombardie *covetta*, en médiocre quantité; cette plante infeste particulièrement les seigles:

Bromus secalinus pag. 112. en assez grande quantité:

Coquelicot ou pavot rouge (*papaver rhaeas* pag. 726.) en petite quantité:

Bluette, ou casse-lunette (*centaurea cyanus* pag. 1289.) en plus grande quantité que toutes les autres:

Ail sauvage, que les paysans appellent *porracea* (*allium roseum* pag. 432.) en abondance, mais moindre que le *cyanus:*

Moutarde sauvage (*sisymbrium sylvestre* pag. 916.) en petite quantité:

Nielle des blés (*agrostemma githago* pag. 624.) en médiocre quantité*:*

Lithosperme des champs (*lithospermum arvense* pag. 190.)*:*

La petite campanule (*campanula speculum* pag. 238.)*:*

La vesse (*vicia sativa* pag. 1037.)

L'erve (*ervum tetraspermum* pag. 1039.)*;* les graines de ces quatre dernières plantes étoient en assez grande quantité.

De toutes ces graines il n'y a que celles de l'*ivroie* & du *pavot*, qui soient dangereuses par leur qualité narcotique*;* mais elles étoient en trop petite quantité pour produire un effet sensible*;* il n'est pas d'ailleurs bien certain que l'*ivroie* produise dans les animaux d'aussi mauvais effets, que dans les hommes.

La *covetta* & le *bromus* contiennent aussi quelques principes contraires aux nerfs, mais à un degré au dessous de celui de l'*ivroie* & du *pavot;* on ne connoît dans toutes les autres graines aucune qualité malfaisante.

L'aigrette pointue, dure, & rigide, dont la graine du *cyanus* est surmontée, m'a d'abord paru capable de se planter dans les tuniques du ventricule & des intestins, & d'y exciter quelques légers déchiremens, suivis de coliques & d'inflammation*;* mais, outre que ces accidens sont très-différens des affections nerveuses & gangréneuses, qui accompagnoient cette maladie, j'ai observé que cette aigrette se ramollissoit & devenoit flexible par la macération de la graine dans l'eau*;* ce

qui doit aussi arriver dans les premières voies. Cette même raison a engagé les Docteurs Moscati & Rosa à attribuer à toute autre cause, qu'à l'arête du *cynosurus echinatus*, les mauvais effets produits par le pain, dans le quel cette plante entroit en certaine quantité *.

J'eus aussi quelque soupçon sur la graine de l'*ail sauvage*, parceque, lorsque je mâchois cette graine, même en très-petite quantité, j'éprouvois toujours pendant long-tems sur la langue, & dans le fond de la bouche une amertume insupportable, & une sensation âcre & brûlante; mais par les expériences que j'ai faites, & dont je vais rendre compte, j'ai reconnu que cette graine par sa petitesse & par la dureté de l'écorce dont elle est enveloppée, s'échappe, en la mâchant, de dessous les dents, de manière que les animaux l'avalent toute entière & la rendent par l'anus telle qu'ils l'ont avalée.

Cependant comme l'on étoit fondé à soupçonner que la mauvaise nourriture fût la cause de la maladie, & que ce soupçon étoit augmenté par l'évasion de l'entrepreneur, contre qui on avoit intenté un procès criminel; je priai Messieurs les Juges, qui me pressoient de dire mon avis, de me laisser faire auparavant les expériences suivantes. On fit venir du quartier de Saluces quatre chevaux: je les fis mettre hors de la ville dans une écurie très-éloignée de l'endroit, où étoient les malades: je les mis sous la garde d'un homme, qui n'avoit jamais eu aucune communication ni avec les animaux infectés, ni avec les hommes, qui les soignoient; je distribuois tous les jours à

* Voyez le recueil qui a pour titre: *Dissertazioni sopra una gramigna, che nella Lombardia infesta la segale. Milano 1772. in 4.*

trois de ces chevaux la même quantité de fourrage & de criblures, que l'on donnoit à ceux des quatres Compagnies avant l'attaque de la maladie. Au quatrième, outre la quantité ordinaire des criblures, que l'on donnoit aux trois autres, je faisois avaler deux fois par jour, c'est-à-dire le matin à jeun, & le soir avant de lui donner à manger, deux onces chaque fois des mêmes criblures bien pilées & presque réduites en poudre, après avoir pris la précaution d'en ôter toutes les graines de *seigle*, de *froment*, d'*avoine* &c., & y avoir seulement laissé toutes les autres graines inférieures. Je m'imaginai que si toutes ces mauvaises graines mêlées, ou quelqu'une en particulier eût été nuisible, leur mauvais effet se seroit manifesté plutôt, & à un degré plus marqué sur ce dernier animal, que sur les trois autres. Les expériences furent continuées pendant quinze jours consécutifs. Je n'ai point apperçu, pendant cet intervalle, qu'il y eût le moindre dérangement ni dans la santé de celui qui prenoit à part les quatre onces de criblures par jour, ni dans celle des trois autres : ils les mangeoient tous sans aucune répugnance. J'aurois poussé plus loin ces expériences, si l'on n'avoit pas reçu ordre de tuer ces quatre chevaux avec les autres. On est cependant autorisé à conclure par le résultat de ces expériences, quelqu'imparfaites qu'elles soient, que le mélange de ces graines avec le *seigle* n'a pas été la cause de l'*épizootie*. Tel a aussi été le jugement de nos illustres Collegues Mrs. Cigna, Dana & Bonvicino, qui eurent ordre du Gouvernement de les examiner & d'en donner leur avis.

Si cette maladie n'avoit pas été contagieuse, & si dans le *seigle* que l'on distribuoit aux chevaux j'en avois rencontré une certaine quantité de celui qu'on appelle *ergoté*, ou *cornu*,

je n'aurois eu aucune difficulté à croire, que c'étoit là la véritable cause de la maladie; car l'on sait par des faits nombreux & incontestables, que cette maladie du *seigle* produit sur les hommes & sur les bêtes, qui s'en nourrissent, des douleurs & des gangrènes séches aux membres & aux viscères, & occasionne enfin la mort. Mais, outre que ces accidens produits par le *seigle ergoté* n'ont jamais été reconnus contagieux, parmi le *seigle* trouvé dans le magasin je n'en ai pu voir aucune graine d'*ergoté*. On sait d'ailleurs que l'extrême sécheresse que nous avons éprouvée l'année dernière, a été contraire à la production de l'*ergot*, qui s'observe le plus ordinairement dans les années pluvieuses.

Je croirois que l'on pourroit avec beaucoup de fondement attribuer l'origine & la cause principale de cette *épizootie* au *seigle germé* & *fermenté*, s'il est vrai, ainsi que l'on a dit après que tout étoit fini, que l'entrepreneur, pour faire augmenter de volume le *seigle*, le mit en macération dans l'eau; de manière que dans le tems de la distribution il étoit très-humide & très-chaud. L'expérience a appris que le pain fait avec du *seigle* ainsi fermenté a été un poison pour les hommes, qui s'en sont nourris; les chiens mêmes l'ont refusé *. On en comprendra aisément la raison, si l'on fait réflexion que de tous les grains farineux qui ont subi la fermentation, le *seigle* est celui qui se corrompt le plutôt, en dégénérant, comme dit Vanswieten, *in acidum satis acre*.

* Voyez dans le second volume de la *Sitologia ovvero raccolta di osservazioni, di esperienze, e di ragionamenti sopra la natura, e qualità de' grani, e delle farine per il panificio*, la lettre *della salubrità del pan di segala* pag. 39. & la réponse à cette lettre pag. 83.

Je n'entrerai pas dans un détail exact des moyens curatifs, & préservatifs, que l'on employa contre cette *épizootie ;* on essaya tous les remèdes qui sont en usage dans de semblables cas, & qui paroissoient indiqués plus particulièrement dans le nôtre. Les acides, les cordiaux, les antiseptiques, les purgatifs, les cautères, les vessicatoires, la saignée furent employés quoique avec très-peu de succès. On eut même lieu de s'appercevoir que cette dernière opération étoit plutôt nuisible, soit aux chevaux malades, soit aux suspects : dans les premiers elle augmentoit les accidens, & accéléroit la mort ; dans les seconds elle développoit plutôt la maladie. De 116. chevaux il n'y en eut que 13 de préservés : 25 après avoir été malades, paroissoient être guéris ; tous les autres moururent.

Mais ce qu'il y eut de plus extraordinaire, ce fut que parmi ceux qui moururent, plusieurs avoient été malades & guéris une ou même deux fois, & parmi les 25 qui paroissoient rétablis, 11 avoient été attaqués une seconde fois. On voit par conséquent, que l'on ne pouvoit guère compter, ni sur la guérison des malades, ni sur les apparences de santé des préservés. La nature de cette maladie sembloit différer entièrement de toutes les autres maladies épizootiques & contagieuses, qu'on croit n'attaquer jamais deux fois le même individu dans la même *épizootie.*

J'avois déjà prévu par cette rechûte, que l'inoculation, que Camper & plusieurs autres Auteurs dignes de foi assurent avoirp ratiquée avec beaucoup de succès dans quelques *épizooties* des bêtes à corne, auroit été infructueuse dans notre cas. Je voulus néanmoins l'essayer sur deux autres chevaux que l'on avoit fait venir de Saluces. J'inoculai le premier le 19 de mars,

en introduisant sous la peau du poitrail un petit tampon d'étoupes trempées dans le sang extrait de la jugulaire d'un cheval, qui étoit très-malade. Douze heures après je le trouvai chancelant, extrêmement foible, entièrement dégouté, & avec un fort battement de flanc; je m'attendois à le voir mourir dans peu de tems. Mais sept à huit heures après il recommença à manger: la partie, par où l'on avoit introduit le vénin, enfla, & après avoir suppuré quelques jours, se cicatrisa. Personne ne faisoit plus attention à ce cheval, qu'on croyoit parfaitement guéri. Ce ne fut que le sixième d'avril, c'est-à-dire 19 jours après l'inoculation qu'on s'apperçut qu'il étoit nouvellement attaqué de tous les symptômes de la maladie; l'endroit inoculé enfla une seconde fois, la playe se rouvrit, & jeta un sang très-noir & épais; il mourut le même jour vers le soir.

L'ouverture que nous en fîmes, en la présence de plusieurs Médecins & Chirurgiens, présenta en général les mêmes ravages observés dans les chevaux morts de la maladie dont ils avoient été attaqués naturellement: les parties de ce cheval, voisines de l'endroit inoculé, telles que le thymus & les poumons, étoient plus affectées que les autres: les glandes lymphatiques étoient aussi presque toutes engorgées & noires. Il faut remarquer que ce cheval n'avoit jamais eu aucune communication avec les malades.

Quelqu'un des gens de l'art qui furent présens à cette ouverture objecta que c'étoit peut-être à cause qu'on avoit insinué le virus dans une partie trop voisine du cœur & des poumons, qu'il avoit causé ces ravages; & que si on avoit fait l'inoculation sur d'autres parties éloignées de ces viscères, il étoit à présumer ou que l'animal n'auroit pas pris la maladie,

ou que s'il l'avoit gagnée, il en seroit guéri. Pour m'assurer si cette difficulté étoit fondée, je pris un morceau du thymus du cheval mort, je le fis introduire sous le cuir de la jambe droite postérieure de l'autre cheval venu de Saluces; huit heures après cet animal que personne ne pouvoit aborder sans risque dans le tems de l'opération, étoit abattu, sans forces, tout chancelant, & mourut dans la nuit, dix-huit heures environ après l'inoculation.

Cette dernière expérience nous fait donc voir assez clairement, que le vénin de cette *épizootie* s'insinuoit dans le sang, & donnoit la mort, soit que l'inoculation se fît près des viscères vitaux, ou dans une partie quelconque, même très-éloignée de ces viscères, & de tout autre organe essentiel à la vie; elle nous apprend aussi que ce vénin, en passant d'un corps dans un autre, loin de rien perdre de sa force, sembloit acquérir une plus grande malignité.

Enfin le mauvais succès de ces deux inoculations prouve évidemment, que cette opération, pratiquée sur un plus grand nombre d'animaux, auroit été non seulement inutile, mais encore très-dangereuse; car elle n'auroit servi, qu'à répandre de plus en plus la contagion, & à faire périr un plus grand nombre de chevaux. L'*épizootie*, dans laquelle on a pratiqué avec avantage ce moyen préservatif, étoit certainement d'un autre caractère, que la nôtre. Peut-être est-il aussi vrai de dire avec Mr. Bergius, que l'inoculation ne réussit que dans les maladies exanthématiques *.

Le cheval inoculé le premier démontre qu'après une guérison

* *Mémoir. de l'Académie Royale des sciences de Suède* ann. 1769. pag. 339.

trompeuse, le vénin pouvoit rester caché long-tems, sans produire le moindre effet, ainsi qu'il arrivoit à tous ceux qui, sans avoir été inoculés, après une guérison apparente qui se soutenoit pendant des semaines entières, retomboient malades, & mouroient. On a vu que ce cheval, après avoir donné des signes très-certains de l'introduction du virus, est devenu gai, & s'est bien porté pendant 18 jours; après quoi le vénin assoupi a éclaté tout d'un coup, & l'a tué en très-peu de tems. D'ailleurs qui pourroit assurer, si le virus étant insinué par toute autre voie, que par une playe artificielle, par exemple, par les voies de la respiration, & de la déglutition, n'auroit pas pénétré dans le sang, sans produire, lors de son introduction, aucun accident sensible? N'est-il pas raisonnable de croire que c'est par l'une ou par l'autre de ces dernières voies, ou par toutes deux à la fois, que la maladie attaqua les animaux sains, qui habitoient avec les malades sans cependant les toucher? Si donc le virus pouvoit se communiquer au sang, & y rester long-tems sans effet, n'étoit-il pas à craindre que les chevaux que l'on croyoit préservés, ne nourrissent dans leurs entrailles le virus, qui, en se développant tôt ou tard, eût renouvellé l'*épizootie*? Et si parmi les chevaux guéris plusieurs avoient été malades deux & même trois fois, toujours de la même maladie, pourquoi n'auroient-ils pu retomber? Ces réflexions, qui paroissent assez bien fondées, portèrent le Gouvernement, toujours sage dans ses dispositions, à faire tuer tous les chevaux suspects, lorsqu'il vit que la maladie commençoit à se répandre parmi ceux de la Ville.

Je ne parlerai pas des moyens que l'on a employés pour désinfecter les écuries, les prés, les habits, & tous les corps,

qui avoient servi aux animaux malades, ou suspects; ils sont connus de tout le monde. On peut néanmoins les voir détaillés dans un mémoire sur l'*esquinancie gangréneuse* que j'ai fait insérer dans le premier & second volume *della scelta d'opuscoli interessanti* pour l'année 1777, que l'on imprimoit à Turin, où l'on verra aussi discutés les cas, dans lesquels il ne conviendroit pas de tuer les animaux.

En parcourant les Auteurs, qui ont parlé des différentes *épizooties*, j'ai trouvé que celle, dont il s'agit, a été décrite par Mr. Bertin *. Elle a regné en 1774 au mois de janvier à la Guadeloupe, où elle attaqua les chevaux & les bêtes à corne; elle se répandit d'un endroit à l'autre, & ne cessa, que lorsque les trois quarts des animaux eurent péri. Les hommes, qui ouvrirent les cadavres, furent attaqués du charbon aux bras. À Fossan ce malheur n'est point arrivé, parceque je faisois faire ces ouvertures avec beaucoup de précaution. Mais un pauvre malheureux, que la misère avoit induit à déterrer dans la nuit les cadavres, pour en avoir la graisse, fut attaqué le jour après d'un *anthrax* à la gorge, du quel il mourut dans deux jours. Deux cochons & quelques chiens, qui en mangèrent, moururent aussi en très-peu de tems. J'ignore si la maladie auroit passé à d'autres espèces d'animaux, si on n'en eût pas défendu toute communication; ce qu'il y a de bien certain, c'est qu'elle n'a point pris sur un chien, sur lequel je l'avois inoculée.

* Voyez *Instructions & avis aux habitans des provinces méridionales de la France sur la maladie putride, & pestilentielle, qui détruit le bétail.* Paris 1775. in 4.

EXPÉRIENCES ET OBSERVATIONS

SUR LE GAS DÉPHLOGISTIQUÉ

PAR M.r LE COMTE DE SALUCES

PREMIÈRE PARTIE

Examen de l'ineffervescibilité de la chaux vive avec les acides, & de la prétendue action qui résulte de l'absence & de la transposition de l'air fixe. *

Paracelse, Vanhelmont, Boyle, Hauksbée, Hales & beaucoup d'autres Physiciens de ce tems là n'employoient le nom d'air *fixe* ou *fixé* que pour exprimer des parties de l'air que nous respirons, qui se trouvant enclavées dans les autres parties constituantes des corps, en étoient développées par différentes opérations sous la forme de fluides élastiques, plus ou

* Livré depuis plus de 25 ans à des recherches rélatives à cette partie de la Physique qui exige le secours de la Chimie, je suivois les routes frayées par les Grands Hommes qui s'en étoient occupés, lorsque des circonstances particulières m'empêchant de continuer mes travaux, je vis avec plaisir des Physiciens très-éclairés s'attacher particulièrement à un objet si intéressant; je le repris, & en reconnoissant les nouvelles traces qui se présentoient, il me parut d'avoir rencontré des vérités qui étoient échappées à ces savans; je m'empressai d'en faire part au célèbre Mr. Macquer aussitôt après avoir lu l'excellent ouvrage de l'illustre Mr. Lavoisier; j'en fis ensuite un précis que j'envoyai au même Mr. Macquer, & dont une partie se trouve dans les actes de l'Académie Italienne; mais les matériaux augmentant de jour en jour, je me déterminai en 1780 à remanier ce sujet, & après lui avoir donné differentes formes j'ai cru devoir suivre le plan dont je donne ici un petit essai; il m'a paru le plus simple, & en même tems celui où les vérités qui m'appartiennent, se lioient mieux avec celles des grands Physiciens de nos jours.

moins incapables de servir à la respiration & à la combustion des substances inflammables; les Physiciens modernes au contraire ont attaché à cette expression l'idée particulière d'un fluide élastique transparent d'une pesanteur spécifique plus grande que celle de l'air, de nature acide & tout-à-fait méphitique, de manière que cette dénomination, autrefois indéterminée & générale, est devenue aujourdhui tellement particulière & caractéristique qu'on ne peut plus l'employer pour comparer les idées des anciens avec celles des modernes.

Il en est de même de la marche qu'ils suivoient dans leurs recherches, & de celle qu'on suit aujourdhui; ces Physiciens ne s'occupoient que des moyens de ramener les parties de l'air à leur pureté primitive, ou du moins à être respirables & à entretenir la combustion, sans s'occuper à reconnoître les propriétés de ces combinaisons plus ou moins infectées, quoiqu'on en connût quelques-unes, telle que celle de l'inflammabilité des émanations vitrioliques martiales. Les modernes au contraire se sont attachés plus particulièrement à cette *reconnoissance*, & n'ont passé à l'analyse, c'est-à-dire à tenter la séparation des parties pneumatiques des autres, qui entrent dans la combinaison aériforme, qu'après avoir reconnu leurs propriétés particulières.

Les idées étant fixées par rapport à la nature du gas aérien, ou crayeux au quel on donne le nom d'air fixe, il est clair que celles qu'on attache à la causticité de la chaux vive, étant l'absence unique de ce gas, c'est à la privation de cet acide puissamment méphitique qu'elle est exclusivement attribuée, de même que celle de son ineffervescibilité avec les acides, quoique plusieurs Chimistes célèbres, & entr'autres Mr. Hoffman

prétendent que la chaux vive contienne une vapeur, ou esprit subtil & incoercible.

Les chaux métalliques cependant sont dans le même cas, & l'on sait entr'autres que les précipités rouges sont surchargés de gas déphlogistiqué, & qu'ils ne font aucune effervescence avec les acides; donc les substances capables de passer à l'état de chaux prennent des caractères tout-à-fait uniformes, & il ne paroît pas qu'on puisse supposer, sans blesser les règles de la Dialectique, qu'il n'existe pas dans les unes ce qui a été trouvé dans les autres; & du moment qu'on y a reconnu la présence d'un principe actif, quand même l'ineffervescibilité seroit une suite de la privation de ce gas méphitique acide, on ne seroit nullement autorisé à en déduire la nécessité de la causticité que manifeste la chaux dans cet état.

L'expérience prouve à la vérité qu'en trempant des morceaux de chaux bien vive dans un acide quelconque, ou en y mettant de l'acide dessus, il n'arrive aucune effervescence bien sensible: mais j'ai reconnu que si l'on réduit la chaux en molécules plus fines, avec les précautions nécessaires pour que les parties atmosphériques ne puissent pas être soupçonnées d'y avoir causé d'altération *, il arrive une effervescence très-vive & très-décidée, & le gas qui s'en développe, est plus ou moins méphitique; ce qui prouve que l'ineffervescibilité & l'expulsion de l'air fixe de la terre calcaire en passant à l'état de chaux, ne sont que des conséquences nécessaires de l'étroite

* J'ai crû devoir pousser l'exactitude jusqu'à la délicatesse, quoique le célèbre Mr. Macquer assure formellement que la chaux vive ne reçoit d'air fixe dans son extinction qu'à la longue.

liaison qu'ont acquise les parties terreuses fixes en se séparant de celles qui ont pu se volatiliser.

Cette expulsion néanmoins à la suite d'un mouvement qu'on ne connoissoit pas, & qui n'est dû qu'à une différence matérielle de l'état où l'on a mis la chaux en la soumettant à l'action des acides, me fit reconnoître la nécessité de commencer cet examen par celui des phénomènes que présente la chaux vive dans son extinction. *

S'il résulte un gas de l'extinction de la chaux par l'eau distillée, disois-je, il ne peut être qu'un des plus simples.

C'est en effet ce que j'ai reconnu, savoir que les vapeurs qui s'élèvent dans l'extinction de la chaux par l'eau distillée, sont associées à un gas qui se développe tumultueusement avec une chaleur & une violence étonnante, surtout après la dissipation d'une grande partie de l'eau, & j'ai cherché à m'assurer de sa nature par les expériences suivantes.

Dans un matras de grande hauteur je mettois la chaux vive concassée en assez gros morceaux: elle y occupoit à peu près le quart de la capacité du ventre: par la tubulure du chapiteau je faisois passer l'eau distillée au moyen d'un petit entonnoir à longue tige, & le bec formant un angle emboîtoit dans un tuyau de verre, qui se portoit tout-à-fait près du fond d'un autre matras plus long que le précédent & dans le quel étoit de l'eau distillée ** pour servir à la filtration du gas.

* Cette effervescence a également lieu avec l'alkali fixe caustique.

** Dans plusieurs expériences j'ai employé un second matras de filtration: je n'entre point dans les détails minutieux que pourroit exiger l'importance du sujet; les vapeurs gaseuses qui se développent étant d'une force si extraordinaire qu'elles obligent à un grand nombre de petites précautions; mais le détail pouvant me conduire trop loin, je me réserve à le donner dans l'ouvrage que j'ai annoncé.

Ce matras soigneusement luté communiquoit à un récipient de cristal par une tige qui en s'étendant jusque près du fond forçoit le gas à traverser une couche de 10 à 12 pouces des liqueurs, dont j'espérois obtenir des signes caractéristiques de ce gas; il étoit encore surmonté d'un robinet à trois branches pour y placer trois vessies à la fois, & un dernier trou pratiqué dans son bouchon servoit à donner de l'évent en cas de besoin: tous les interstices étant soigneusement lutés, & le lut parfaitement sec, je commençai par essayer l'extinction de la chaux sur une dissolution de tournesol en employant l'eau aussi chaude que pouvoient la supporter les verres, afin d'expulser dans son introduction la plus grande quantité d'air commun, qui se trouvoit dans les parties vides de l'appareil.

Le tournesol prit une couleur rouge telle que celle qu'auroit pu procurer un acide; je dois néanmoins avertir que, n'ayant pas prévu toute la violence de ce gas, je n'avois pas encore songé à en procurer la filtration, & que l'ayant porté directement dans cette liqueur, il passa aussi beaucoup de vapeurs aqueuses chargées de parties calcaires.

La laque de tournesol m'étant suspecte par l'emploi qu'on fait des matières salines pour l'extraire, je me déterminai à employer une teinture très-chargée de violettes, malgré le peu de confiance que j'ai en ces changemens de couleur, & ce n'étoit aussi, pour ainsi dire, que pour m'orienter: la teinture se changea par l'action du gas en une couleur jaune-sale.

Cette différence me paroissoit trop extraordinaire pour l'abandonner, & comme l'on emploit la chaux & l'urine pour extraire la laque du tournesol, j'ai cru devoir m'assurer si les

substances alkalines pouvoient avoir quelque influence sur ce changement de couleur, & j'ai substitué l'huile de tartre à l'eau distillée pour extraire la teinture des pétales des violettes; cette infusion qui étoit verdâtre passa à un très-beau rouge de grenat, qui se soutint par la suite sans éprouver de changement.

J'essayai ensuite ce courant gaseux sur l'eau de chaux que j'avois préparée exprès, & qui étant filtrée & bien saturée étoit très-claire, le gas y causoit un précipité léger & floconneux, dont l'odeur étoit absolument hépatique, mais très-volatile, & par conséquent très-prompte à se dissiper.

Cette odeur dans l'eau de chaux *gasifiée* m'engagea à examiner les vapeurs qui, en se condensant dans le chapiteau, ne formoient aucune croûte saline comme fait l'eau de chaux, mais dont l'odeur & la saveur n'étoient pas uniformes; tantôt étant lixivielles & formant un dépôt à peu près conforme à celui dont j'ai parlé, tantôt respirant une forte odeur de foie de soufre, & tantôt enfin ayant une saveur acide très-décidée, je ne pouvois en conclure si non que toutes les chaux, quelque parfaites qu'elles soient, ne sauroient donner les mêmes résultats; mais en général les chaux que nous appelons douces, étoient celles qui donnoient cette odeur rebutante de putréfaction *, celle de lessive & la saveur acide ne m'ayant été fournies que par des chaux, que nous appelons du nom de fortes, qui étoient cependant du même

* Ces sortes de terre calcaire étant regardées par les Chimistes comme des débris de substances animales dont on trouve encore des vestiges, il n'est pas extraordinaire qu'elles fournissent des miasmes de cette nature, malgré l'action du feu.

canton. Seroit-ce là l'ouvrage d'une différente gradation du feu? C'est ce qu'il paroît y avoir de plus plausible à croire, & de plus conforme aux observations, ainsi que je me flatte de le démontrer dans mon ouvrage.

J'exposai ensuite l'esprit de vinaigre à l'action de ce gas, il en altéra sensiblement la couleur, les anguilles qui étoient visibles à l'œil furent toutes détruites; cette liqueur avoit acquis un montant très-puissant, un peu empireumatique, elle avoit formé une pellicule blanc-sale assez ténace, son effervescence avec l'alkali fixe étoit beaucoup diminuée, & il en résultoit des petits flocons qui paroissoient mucilagineux; je n'en ai point obtenu d'esprit ardent par la distillation, quoiqu'elle se fît en forme de stries, comme font les liqueurs huileuses & éthérées: Mr. Pott obtint une liqueur à peu près semblable, en distillant la dissolution de la chaux vive dans l'acide nitreux étendu avec du flegme retiré de la rectification de cet acide.

L'huile de tartre exposée au gas caustique parut avoir souffert des altérations assez considérables; elle n'étoit plus effervescente avec l'esprit de vinaigre malgré l'agitation,& elle ne l'étoit plus autant avec l'eau forte, non plus après cette opération, puisqu'il ne paroissoit s'y produire qu'une écume pétillante comme celle des vins mousseux; il résultoit de cette combinaison une espèce de magma nitreux, qui après l'évaporation de l'humidité fournissoit des cristaux grêles & floconneux très-confus, très-peu inflammables & qui tomboient en farine en se desséchant; leur forme au reste ressembloit assez bien aux cristaux que donne l'alkali du tartre avec l'air fixe.

Le courant gaseux donna un précipité blanc-sale avec l'esprit volatil caustique, il n'y eut pas d'altération sensible dans

la couleur, ni même dans la volatilité de cette liqueur, mais elle ne développoit pas le plus petit mouvement avec l'esprit de vinaigre, & son effervescence avec l'eau forte n'étoit pas plus considérable que la précédente; son odeur alors étoit à peu près celle d'un vin fumeux, & cet esprit paroissoit devenu légérement fumant, ce qui devenoit plus manifeste en approchant le récipient de celui qui contenoit l'eau forte avec laquelle on le combinoit: la saturation en étoit pénible, & on n'y réussissoit qu'en transvasant les liqueurs d'un verre dans un autre; lorsqu'elle paroissoit compléte, son goût étoit encore aigrelet, & se rapportoit à celui du cochléaria. Cette combinaison étoit déliquescente, & cristallisable à l'air libre, suivant la constitution atmosphérique, comme font les combinaisons gaseuses des différens acides avec l'alkali fixe: j'en mis sur du charbon en feu, son inflammation fut très-lente, accompagnée de fumées, & il en sortit enfin des jets de flamme jaune avec un frémissement considérable; la couleur de ces cristaux étoit jaunâtre. *

L'existence d'un gas n'étoit donc plus douteuse après ces résultats; mais il m'en falloit reconnoître les caractères; c'est dans cette intention que je passai aux expériences suivantes.

Je remplis une cloche de ce gas en chassant entièrement l'eau dont elle étoit remplie, & ayant fermé la soupape du support au quel elle étoit mastiquée, je la plaçai de manière à pouvoir y introduire une bougie allumée sans causer le plus

* Ces opérations ont encore un très-grand rapport avec les résultats qu'on trouve dans la Dissertation de Mr. Pott sur la dissolution de la chaux vive dans l'acide nitreux. t. 3 p. 194.

petit ébranlement lorsque je rouvrirois la soupape; ce qui ayant été exécuté & la bougie introduite on vit la flamme s'allonger d'une manière si sensible, & devenir si claire & si brillante, qu'il ne resta plus de doute sur la nature de cet air quoiqu'il n'y eût pas de crépitation comme dans l'air déphlogistiqué qu'on retire du précipité rouge.

Je crus néanmoins ne devoir rien négliger pour constater une vérité si importante, & convaincu d'ailleurs que les gas sont d'un tissu si peu ferme, & si faciles à être décomposés, qu'on ne peut espérer d'obtenir des signes bien caractérisés, s'il y a le moindre effort sur quelqu'un de leurs principes constituans de la part de quelque substance étrangère, comme cela arrive en effet en les traitant avec des substances simples, telles par exemple que les alkalis dont l'énergie porte un ébranlement soudain sur quelqu'une des parties composantes de ces fluides aériformes, ce qui suffit pour empêcher de nouvelles combinaisons des principes déliés qui sont devenus libres; j'ai cru devoir en employer des composés dont la combinaison lâche pût être facilement attaquée.

Je commençai donc par appliquer le courant gaseux à une dissolution de terre foliée de tartre; il en résulta un précipité noir très-abondant, ayant un goût d'acidité avec un montant inflammable assez sensible à l'odorat.

Les Physiciens ont reconnu que le vif argent se convertit en précipité rouge par l'action de l'air déphlogistiqué, je choisis donc le nitre mercuriel qui, après avoir été dissous dans l'eau distillée, donna assez de précipité rouge, pour ne pas laisser de doute sur l'altération d'une

partie de ce sel métallique par cet air que je nommerai avec Aristote air élémentaire. *

Ce résultat peut cependant paroître contradictoire avec celui qu'a eu notre illustre confrère Mr. le Comte Morozzo, qui obtint du précipité rouge par l'ingénieuse combinaison qu'il fit de l'action de la chaleur & de l'air fixe sur du mercure dans un petit matras clos; malgré donc la conformité qui se trouve essentiellement entre mon procédé & celui de plusieurs hommes célèbres, l'importance du sujet ne me permet pas de me dissimuler cette difficulté qui cependant n'est qu'apparente, puisque les deux faits étant incontestables il n'y a d'autre conclusion à tirer si ce n'est que ce produit n'est pas exclusif à l'acide nitreux, & qu'on peut l'obtenir par d'autres gas que par ceux qui résultent de la décomposition de cet acide, ainsi qu'il arrive dans le précipité *per se*; d'ailleurs personne n'ignore

* J'adopte avec d'autant plus de confiance cette ancienne épithète, parce qu'étant consacrée de tout tems à exprimer ce fluide parfaitement pur & dépouillé de toutes sortes d'émanations, j'ai en effet reconnu par un très-grand nombre d'expériences décisives que ce qui est air demeure constamment de l'air, & que ce qui s'en sépare, & qu'on voudroit regarder comme une métamorphose des parties de ce principe, n'a jamais été autre chose que ce en quoi il se résout, c'est-a-dire de l'eau, ou de la terre; en effet ces décompositions n'ont jamais lieu sur de l'air très-pur & très-sec, & ont au contraire toujours été produites par ces êtres factices que nous nommons aujourdhui gas, où l'eau entre toujours en grande quantité comme partie constituante; ce qui fait qu'on peut trés-bien séparer les parties étrangères à l'air dans quelques circonstances, & principalement lorsque le principe aqueux est en grande proportion dans ses miasmes, par des condensations au moyen d'un froid artificiel bien vif, malgré que le savant Mr. Priestley n'y ait pas réussi; peut-être parce qu'il a fait ses expériences dans des récipiens d'une petite capacité, ou qu'il lui est échappé quelque circonstance qui a altéré ses résultats; les experiences physico-chimiques surtout n'étant guére décisives qu'en grand.

aujourdhui que plusieurs Physiciens de très-grande réputation ont désinfecté l'air fixe, & l'ont porté à la plus grande pureté, & si l'on réfléchit qu'il ne reste dans les précipités que la partie de l'acide nitreux, qu'on appelle gas déphlogistiqué, il est assez plausible de penser qu'en employant l'air fixe il arrive ensuite quelque modification, au tems de la réduction des précipités mercuriels, capables de délivrer l'air élémentaire des miasmes qui en dépravoient la nature, ce que l'on voit arriver dans nombre d'autres combinaisons où le gas étant méphitique dans son introduction se montre ensuite très-pur dans son expulsion *. Or la chaux vive contenant cet air éminemment pur, il est visible que toute contradiction disparoît, & que rien ne répugne entre les résultats en question.

On pourroit peut-être exciter une seconde difficulté en réfléchissant que le nitre mercuriel est formé par l'acide nitreux & le vif argent, & que ce précipité par conséquent ne sera qu'une suite de l'action de cet acide sur le mercure; mais il suffit de se rappeler que le précipité rouge ne se forme que

* Ce que je remarque ici par rapport aux modifications qu'éprouve l'air élémentaire dans son introduction & dans son expulsion des substances, est non seulement le résultat d'un très-grand nombre d'expériences déjà fort connues des Physiciens dans le traitement des matières par différentes voies capables de produire des décompositions réciproques & des nouvelles combinaisons; mais les savans Mrs. Priestley, Ingenhous, Senebier & Morozzo en ont encore démontré la vérité dans la végétation, pendant que le premier l'a de même conjecturée entre le phlogistique, & le fluide éléctrique dès les premiers tems qu'il s'est occupé des airs factices. » La conjecture qui m'est suggérée par ces faits » (qu'elle soit fondée ou non) de l'illustre Anglois T. I. p. 360. trad. franç. est » que les animaux ont le pouvoir de convertir le phlogistique de l'état dans le » quel ils le reçoivent avec leur nourriture, en celui dans lequel il est appelé » le fluide électrique.

lorsque la chaleur ne laisse plus dans le vif argent d'autres parties de l'acide que l'air élémentaire ou déphlogistiqué, d'où il me paroît s'ensuivre deux vérités importantes.

La première que le précipité rouge est toujours le résultat de la combinaison du mercure & de l'air élémentaire quelque soit son état lorsqu'on en procure la combinaison *.

La seconde que l'uniformité des résultats par des voies différentes, fournit une preuve complète que cet air éminemment pur est du moins le principe d'acidité, s'il n'est point l'acide universel ou aérien supposé par les anciens Chimistes, & par quelques modernes.

Mais on n'ignore pas en Chimie que l'on peut obtenir des précipités rouges des dissolutions nitreuses mercurielles par le moyen des alkalis, & que suivant Mr. Lémeri la couleur en est d'autant plus foncée que les alkalis sont plus caustiques.

Or en rapprochant le résultat des changemens de couleur dans les infusions & les teintures de tournesol & des violettes par l'alkali fixe ensuite de l'action de ce gas, il paroît tout-à-fait conséquent de penser d'après les Chimistes qu'il existe un très-grand rapport entre les alkalis & la chaux vive ** rap-

* Cet air entre non seulement comme partie constituante des chaux mercurielles qu'on nomme précipités rouges; mais il n'y a qu'à examiner la suite des travaux de Mr. Wiegleb pour se convaincre qu'il en est encore de même du cinabre fait par la voie séche ou par la voie humide; ainsi que les résultats de Mr. de la Follie en démontreroient la nécessité pour conserver la couleur rouge au colcotar martial; de manière que cette couleur dans les chaux métalliques annonceroit toujours la présence de l'air élémentaire ou principe caustique.

** Ce rapport pourroit bien être comparé avec celui qui se trouve entre les véritables précipités, & les chaux faites par les acides, auxquelles on donne aussi très-mal à propos le nom de précipités, mais qui contient de même de l'air élémentaire.

port qui peut-être ne consiste que dans la quantité & pureté de l'air élémentaire avec la quantité des principes aqueux & terreux.

Ce gas semble donc être celui qui caractérise non seulement l'acidité, mais encore l'état calcaire caustique, puisqu'on en peut aussi obtenir de toutes les matières qui ont passé à l'état de calcination; & il suffit de parcourir les travaux nombreux que les Physiciens ont faits depuis 1772 pour en trouver une foule d'exemples.

Les effets de ce gas de la chaux que je nommerai caustique sont enfin bien plus énergiques sur les matières animales: car les vessies dont je me suis servi étoient bientôt fortement racornies & dures de manière à ne pouvoir plus s'assouplir: on y découvroit leurs pores à l'œil, leur couleur étoit absolument noire, & en les faisant tremper quelque tems dans l'eau elles passoient très-promptement en putréfaction. *

La suite des expériences que je viens de rapporter, prouve donc

En premier lieu que l'ineffervescibilité de la chaux vive n'est, ainsi que je l'ai dit, qu'une circonstance particulière qui tient à la manière qu'on a employée jusqu'ici pour en faire l'expérience, puisqu'elle est très-effervescente lorsqu'on détruit la

* Je laisse aux Médecins le soin important d'examiner si ce sont là les effets, qu'éprouvent les poumons des personnes qui sont devenues phthisiques, pour avoir habité des maisons où la chaux n'avoit pas encore pu ressuer tout son gas par une expulsion complète de l'humidité. Mais ces émanations, qui ordinairement doivent être considérées comme un poison redoutable, ne pourroient-elles pas être aussi un spécifique salutaire dans les circonstances où les affections pulmoniques dépendroient d'une redondance d'humeurs séreuses capables d'une acrimonie funeste?

très-grande adhérence de ses parties, & qu'on en multiplie les points de contact avec les liqueurs: ce phénomène n'étoit au reste pas inconnu aux anciens Chimistes, puisque Mr. Pott entr'autres, qui en fait une mention formelle par rapport à l'acide nitreux, ne donne pas cette effervescibilité pour une nouveauté, & il en parle au contraire comme d'une chose connue.

2.° Qu'elle est à la vérité dépourvue d'air fixe, mais qu'elle contient un gas, ou fluide aériforme, comme les chaux métalliques, qui a les caractères de l'air éminemment pur *; d'où il suit, que c'est ce gas, qui étant expulsé de la chaux vive non seulement par l'eau, mais encore par les acides lorsqu'elle présente un grand nombre de surfaces & qu'on en a diminué la liaison des parties, c'est ce gas, dis-je, qui se combine sous une apparence aériforme, & qui manifeste le mouvement d'effervescence. **

3.° Que l'action des acides sur la chaux ne pouvant avoir lieu que par le *latus* du principe aqueux qui entre dans leur composition, & qui y adhère fortement, pendant que l'air très-pur tient aussi puissamment au principe terreux dans la chaux, il

* De la certitude, où l'on est de l'existence d'une prodigieuse quantité d'air fixe dans la terre calcaire, ne pourroit-on pas croire avec assez de fondement que c'est un reste de ce même gas qui se transforme en air pur par l'action du feu? ou, ce qui revient au même, une purification de l'air élémentaire qui y existoit dans un état de *contamination*? c'est ce qui me paroît tout-à-fait plausible.

** Quoique dans ces circonstances l'air élémentaire puisse rendre sensible le mouvement, qu'on appelle d'effervescence, il est à propos de remarquer que ce n'est qu'autant qu'on le met dans le cas de se combiner à quelque principe des acides pour former avec lui un gas méphitique; car l'expérience semble prouver son inefferviscibilité, tant qu'il demeure dans son état de pureté; & c'est peut-être à lui qu'est due la plus grande chaleur qu'acquièrent les substances ineffervescentes avec les acides, comme, par exemple, la chaux vive en gros morceaux.

faut de nécessité avoir recours à l'appropriation qui peut produire assez de prépondérance des parties d'une substance sur l'autre, pour qu'il s'ensuive réciproquement l'altération de l'équilibre respectif, dont dépend cette inaction: étant d'ailleurs très-certain qu'on ne peut rompre l'adhérence de l'air élémentaire avec le principe terreux que par le moyen de l'eau, ou du feu.

Nous avons cependant remarqué que la chaux vive dans l'état de division fournit des gas méphitiques dans son effervescence avec les acides: ce gas n'est donc pas celui de la chaux vive.

Il ne paroît pas être non plus celui des acides, parcequ'on sait que les chaux métalliques abreuvées d'un acide quelconque fournissent du gas déphlogistiqué, de manière qu'il semble que les acides ont sur les chaux métalliques la même action qu'a l'eau sur la chaux vive; d'où s'ensuivent deux importantes vérités, qui venant à être bien développées confirmeroient les idées sublimes de l'immortel Stahl. La première se rapporte aux terres métalliques, & il résulteroit de ce qu'elles ne peuvent pas donner ce gas éminemment pur par l'addition de l'eau simple, & que ce n'est que par les acides qu'on l'obtient, il résulteroit, dis-je, que les terres bases des métaux seroient fort éloignées de la simplicité des terres terreuses (qu'on me passe l'expression) & qu'elles devroient contenir un principe inhérent & spécifique pour passer à l'état de *métalléïté*, celui que les anciens nommoient terre mercurielle.

La seconde concerne l'étiologie de l'acidité & de l'alkalinité, puisqu'il est assez sensible que les vapeurs recueillies dans l'extinction de la chaux développant dans certaines cir-

constances une acidité décidée, & dans d'autres le caractère alkalin ou hépatique, il ne faut ajouter aux idées de Stahl que la combinaison intime qui se fait de l'air très-pur dans un rapport déterminé avec les principes aqueux & terreux, pour qu'il en résulte des acides ou des alkalis.

Ce n'est pas que je prétende que l'air soit dans son état de pureté originelle lorsqu'il se combine au principe terreux pour produire ces différentes substances, & beaucoup d'autres, dont li ne sera pas question ici, puisque les combinaisons que nous a fait connoître jusqu'ici l'expérience, porteroient au contraire à croire que cet air doit avoir déjà contracté quelque union avec le principe aqueux, ou le terreux, avant d'entrer dans des combinaisons plus compliquées, & qu'il ne repasse à cet état qu'après son entière expulsion par l'action du feu; d'où s'ensuit l'affoiblissement d'adhérence avec les parties volatiles qui se dissipent, & une liaison plus étroite avec le principe terreux fixe devenu homogène; de manière que les combinaisons se forment depuis la plus simple jusqu'aux plus composées, suivant l'ordre qu'on observe invariablement dans la marche des effets de la nature, où rien ne se fait avec violence, ni par saut.

Mais il se présente ici une question qui a déjà été agitée, savoir, si les gas sont des produits, ou s'ils existoient déjà dans les matières qu'on traite; il me semble cependant que c'est mettre en problème quelque chose sur quoi il ne paroît pas y avoir de doute à former; puisque s'il y a un gas qui ne participe en aucune façon aux débris des corps, un gas qui soit indécomposable, qu'on puisse regarder enfin comme un *ens sui generis*, ce sera sans doute celui qu'on pourra considérer

comme préexistant, le gas par excellence, l'origine de tous les gas: or je n'en vois pas d'autre qui puisse être regardé à juste titre pour tel que l'air éminemment pur, l'air élémentaire; & puisqu'il est aisé de démontrer que tous les gas en dernière résolution se réduisent en air élémentaire, & que d'ailleurs les autres gas ont des caractères qui expriment plus ou moins les propriétés & les affections des substances dont on les a obtenus, ainsi que je le ferai voir dans mon ouvrage plus en détail, me bornant ici à indiquer un moyen très-simple pour s'en convaincre, celui de dissoudre des sels mercuriels, par exemple, dans des eaux chargées de différens gas produits séparément par les acides sur une même substance, telle que l'alkali fixe: il me paroît tout-à-fait conséquent de ne les regarder que pour des produits; d'où s'ensuit que ce seroit un nouveau préjugé très-favorable à la théorie des substances salines, que nous a donnée le Père de la Chimie, & à la quelle il ne seroit question que d'ajouter avec Mr. Pott à la place du feu * le concours de cet air éminemment pur, ainsi que je l'ai déjà remarqué.

Mais sans discuter maintenant des principes si sublimes ne pourroit-on pas soupçonner que les acides eussent sur les chaux métalliques une action toute différente de celle qu'ils ont sur les terreuses, & que la réaction de ces chaux fût aussi respectivement différente sur les mêmes acides?

Ne pourroit-on pas se douter, par exemple, que la chaux vive qui est beaucoup plus aride que ne sont les chaux métalliques, attaquât les acides par le *latus* du principe aqueux,

* Diss. Chim. t. 3 p. 216.

dont elle enleveroit & retiendroit avec la plus grande force assez de parties pour en opérer la décomposition, & pour laisser échapper les autres avec son gas qui, quoique très-pur, formât néanmoins dans ces circonstances une nouvelle combinaison aériforme de nature méphitique: & qu'au contraire, les chaux métalliques attaquant les acides par un autre *latus* dont elles seroient plus nécessiteuses que du principe aqueux, la nouvelle combinaison qui résulte du gas de la chaux avec le *detritus* volatil des acides n'altérât point sa pureté originaire?

Ces conjectures ne me paroissent pas dénuées de probabilité: mais quels seront les principes qui se volatiliseront dans la combinaison terreuse, & quel sera le principe qu'enleveront les chaux métalliques? c'est à l'expérience encore à prononcer.

Deux vérités me paroissent en attendant découler de ces observations. La première, que le méphitisme est le caractère spécifique du principe terreux. La seconde, qu'il adhère plus fortement avec le principe terreux proprement dit qu'avec le métallique, & cela en raison de l'état de plus ou moins grande homogénéité des parties composantes.

D'où me paroît s'ensuivre encore que l'on peut regarder l'air élémentaire comme le véritable ciment des parties de la matière, le principe de la cohésion.

L'importante observation enfin du savant Mr. Pelletier sur le phosphorisme de la chaux qu'on éteint dans l'obscurité, & les fulgurations que j'ai observé avoir lieu dans la réduction du précipité rouge sans intermède, semblent nous présenter un point de lumière, qu'on ne me saura pas mauvais gré d'avoir fait remarquer, savoir que ces *phosphorismes* en confirmant la réalité de l'expulsion gaseuse de la chaux dont la nature est

celle d'un air éminemment pur, tel que celui qu'on retire du précipité *per se*, & du précipité rouge, démontrent que le gas éminemment pur est naturellement phosphorique.

Donc peut-on conjecturer avec fondement que les phosphores ne soient que des substances appropriées à accumuler l'air élémentaire ou déphlogistiqué?

Seroit-il possible de faire du phosphore par l'accumulation de cet air?

Il est aisé de sentir quel vaste champ s'entr'ouvre ici: une induction enfin à l'abri de tout reproche est que le gas phosphorique est la même chose que le gas caustique, ou le principe de la causticité, savoir des combinaisons particuliéres de l'air élémentaire.

Mais nous avons vu que ce principe est celui qui constitue les chaux & les alkalis, & l'on tire un acide du phosphore qui n'est, comme nous venons de le dire, qu'une accumulation du gas caustique ou d'air élémentaire; donc il est très-conséquent de penser que c'est toujours le même principe qui fait la causticité, le *phosphorisme*, *l'alkalinité* & *l'acidité*, & que ce principe est l'air élémentaire ou air déphlogistiqué différemment modifié par sa combinaison avec les principes aqueux & terreux; ce qui nous ramène à la doctrine des anciens Pères de la Chimie.

Mais il est tems de reprendre notre sujet: après avoir donc démontré l'efferviscibilité de la chaux vive dans les acides en multipliant le nombre des surfaces, & en détruisant mécaniquement la puissante liaison qui se trouve entre ses parties, & après avoir démontré l'existence d'un gas dans la chaux vraiment caustique, rien ne paroît moins conséquent que d'avoir

recours à la privation de l'air fixe, & de supposer que l'état négatif d'un être particulier puisse être la cause de l'inefferve-scibilité en question, & de la causticité qu'acquiert cette substance terreuse par la violente altération qu'y apporte l'action du feu le plus puissant & le plus redoutable des caustiques; pendant que l'on a un principe positif, & que ces effets mêmes ne sont qu'une suite nécessaire des propriétés qui le caractérisent: d'ailleurs ni la privation de l'air fixe, ni sa présence, ni celle d'un gas quelconque ne doivent être regardées comme la cause de l'inaction de ces combinaisons, ou du mouvement qui peut s'y exciter; les effervescences n'étant qu'une suite des nouvelles modifications qui s'y produisent, & par conséquent un effet, lorsqu'elles ont lieu, & non une cause, pendant qu'elles ne sont pas toujours une conséquence nécessaire, puisque le précipité rouge par exemple qui contient beaucoup d'air élémentaire ne produit pas le plus petit mouvement en se dissolvant dans les acides vitriolique & nitreux. Toutes ces considérations auroient dû, ce me semble, jeter de la défiance sur une doctrine qui ne repose que sur un fait contredit par des grands Chimistes Mrs. Pott, Homberg, Geoffroy, Duhamel, Ludovici, Schultzius &c. qui nous annonçent tous cette effervescibilité de la chaux qu'on voudroit lui contester.

J'ai déjà remarqué que le *phosphorisme* de la chaux dans son extinction par l'eau étoit un surcroit de preuves de l'existence d'un gas dans la chaux, ainsi qu'il l'est dans tous les cas où il y a de la lumière *: il ne l'est pas moins de sa nature, & ce

* Je ne crois pas nécessaire de m'arrêter à démontrer que les étincelles & les traces lumineuses qui se manifestent lorsque l'on frotte un chat, que l'on se-

phénomène se manifeste aussi par des fulgurations dans le précipité rouge, à mesure qu'il s'en revivifie des parties, les étincelles en sont très-vives & très-brillantes, elles imitent exactement les irrégularités de l'éclair au point qu'elles m'ont fait naître l'idée que cet air éminemment pur fût le fluide qui produit les effets de l'électricité, d'autant plus qu'il ne m'a pas réussi d'en obtenir en réduisant cette chaux avec le phlogistique du charbon; les vapeurs qui en émanent pouvant suspendre probablement l'effet de cette propriété par une espèce de neutralisation.

Si l'on réfléchit maintenant à la violence de la chaleur qui s'excite dans cette même occasion où se fait cette émanation lumineuse, il me paroît qu'on ne peut méconnoître les caractères distinctifs du feu, & par conséquent les effets qui en

---

coue du mercure dans le vide, qu'on détache un bas de soie noir d'un blanc, même de laine, il se fait des émanations de ces mêmes corps: personne ne voudra non plus disputer que ces apparences électriques n'auroient pas lieu si on ne les excitoit pas, & qu'on ne produit pas de frottement sans déperdition de matière: or c'est ce développement qui ne devient sensible qu'à la vue dans l'obscurité, que je crois pouvoir nommer émanations gaseuses, parceque ce n'est pas le seul air élémentaire qui s'expulse, mais cet air associé à des particules de différente nature, qui existoient aussi dans ces mêmes corps, & qui lui font prendre le caractère électrique; rien ne seroit plus aisé que de ramener à ces mêmes principes en forme de preuves plusieurs faits connus, ainsi que tous les phénomènes & les résultats des expériences faites ou rapportées d'après d'autres Physiciens par le célèbre Mr. Meyer pour établir son système de la fixation de la lumière dont résulte son *acidum pingue*; mais outre que ces applications sont très-faciles à faire, & qu'elles me jeteroient dans de trop longues discussions, étant bien moins question de censurer ici les différentes opinions des philosophes auxquels on ne peut refuser de justes hommages, quoiqu'elles ne soient pas toujours fort exactes, que de profiter de leurs lumières pour reconnoître la vérité, je me crois dispensé d'un détail d'ailleurs très-connu des Physiciens.

dépendent, & qui vont jusqu'à la destruction des substances qu'on lui met en contact; d'ailleurs Mr. Pott nous apprend d'après Mr. Paschius que la chaux vive après une troisième cohobation d'acide nitreux étoit non seulement phosphorique, mais qu'elle répandoit un faisceau de rayons enflammés: or ce ne peut être que par l'accumulation qui s'est faite de l'air élémentaire déposé par l'acide décomposé. *

Mais ce feu qui se manifeste n'est pourtant que le résultat d'un développement impétueux de ce fluide très-pur dont les symptômes de dilatation de lumière & de chaleur brûlante ne sont que des effets nécessaires; donc, pourroit-on conclure, ce même air élémentaire est le fluide qui dans ses différentes modifications produit la lumière, la chaleur & enfin ce que nous appelons du feu; mais en rappelant les apparences électriques qu'offre la réduction du précipité rouge, ce fluide, qui dans les circonstances se manifeste avec les caractères du feu, est-il en effet le même aussi qui produit les effets électriques?

Cette induction toute simple & toute naturelle qu'elle est n'auroit peut-être pas assez de force sur des esprits accoûtumés à la rigidité des démonstrations expérimentales sans le secours que nous offrent les travaux lumineux du savant Mr. Lavoisier.

* J'ai déjà remarqué que c'étoit une propriété naturelle à l'air élémentaire d'être ineffervescent avec les acides, si on ne procure pas la disgrégation des parties de la chaux, & que la chaleur en est d'autant plus considérable, ce qui annonceroit que ce principe ne pouvant se dissiper par l'évaporation, son accumulation augmenteroit l'activité de la concentration de la chaleur excitée, au point de pouvoir produire les effets du feu.

C'est donc des expériences de cet illustre Physicien & du sublime Géomètre Mr. De la Place que ce corollaire acquiert la sanction d'une vérité physique, puisqu'ils se sont assurés que les courans gaseux excitent l'électricité, qu'elle est négative avec les gas non respirables, tandis que les vapeurs de l'eau leur ont donné à l'exception d'une seule fois de l'électricité positive: or il a été avéré que l'eau contient de l'air très-pur, & Mr. le Comte Morozzo a reconnu que l'eau de pluie en contient beaucoup plus que l'eau commune *; donc l'air élémentaire est le fluide aussi qui peut recevoir les modifications nécessaires pour constituer ce que nous connoissons par électricité.

Malgré tout ce que je viens de rapporter je m'en vais cependant examiner encore l'action de la chaux vive sur le sel ammoniac, puisque le sentiment des Physiciens semble recevoir un grand dégré de confirmation par la transposition qu'ils supposent devoir arriver du gas crayeux ou air fixe de ce sel dans la chaux vive, d'où s'ensuive la réduction de celle-ci en terre calcaire & par contre la causticité de l'alkali volatil, & son ineffervescibilité avec les acides.

Avant d'entrer dans le détail des expériences que j'ai faites je crois ne devoir pas négliger de mettre sous les yeux des Physiciens une remarque qui me paroît aussi simple qu'elle est peu favorable à cette doctrine: elle consiste en ce que tous les Chimistes savent que ce n'est point de la chaux vive qu'il

---

* Le savant Mr. De Machy a observé qu'il s'excite de l'électricité lorsque l'eau s'évapore de dessus des tissus legers, tels que des bandes de filets. *Journ. de phys. t.* 4. *juill.* 1774. *pag.* 40.

faut employer pour obtenir la décomposition du sel ammoniac, les expériences de Mr. Duhamel sur lesquelles on n'a formé jusqu'ici aucun doute prouvent d'une manière décisive qu'il n'arrive aucune décomposition de ce sel tant que la chaux demeure dans un état de parfaite causticité.

Malgré l'opinion générale des Chimistes, & l'autorité d'un Physicien aussi éclairé j'ai cru devoir reprendre l'examen de toutes les circonstances de cette opération, sans me permettre l'admission des choses même les plus communes,parceque c'est souvent des vérités de détail qu'on obtient de grands éclaircissemens.

Je commençai donc par reconnoître l'effervescibilité de la chaux éteinte, & j'ai remarqué que celle qui est parfaitement éteinte à l'air, est plus effervescente que celle qui l'est avec l'eau, & que l'extinction par l'eau apporte de très-grandes différences dans l'effervescibilité de la chaux selon la manière avec laquelle on la procure, étant sensiblement plus effervescente lorsque cette extinction est faite avec ménagement, que lorsqu'on n'y apporte pas de précaution; ce qui confirme que ces effervescences dépendent de l'état d'aridité & de celui de division dans lequel on parvient à mettre les parties de la chaux.

La considération de la quantité d'eau que contient le sel ammoniac, & de celle qui se trouve dans la chaux éteinte, & la facilité qu'il y a à l'expulser, ce qu'on reconnoit à l'endurcissement de la tête morte, semblent fournir des motifs suffisans pour porter à conclure avec Mrs. Duhamel & Macquer que l'état de fluidité dans lequel on obtient constamment cet alkali volatil, dépend de sa dissolution dans une partie de l'eau

qui se dégage de la combinaison sous la forme de vapeurs: cette eau néanmoins paroît tenir à cet alkali volatil avec beaucoup plus de force que celui qui est retiré par la craie ou par le sel de tartre, lequel peut en être séparé par une douce distillation.

Au reste la foible liaison de l'acide marin avec la terre calcaire m'ayant fait soupçonner que dans le tems de cette décomposition il en pût passer dans un état gaseux avec l'alkali volatil par sa grande affinité avec le phlogistique qui accompagne ce sel & avec l'eau chargée du gas déphlogistiqué de la chaux, j'ai disposé l'appareil de manière à pouvoir répondre complétement à toutes les conditions nécessaires pour m'assurer de l'exactitude de mes idées.

Cet appareil est celui dont on fait honneur à Mr. Woulfe habile Chimiste Anglois, quoique j'en aie toujours fait usage depuis plus de 25 ans dans toutes les opérations où il se développe des vapeurs d'une grande élasticité.

Une retorte tubulée de grande capacité, dont l'extrémité du col termine en forme conique, se joint à une allonge faite en cône tronqué, sa partie plus serrée entre dans le col du ballon également conique; & ce ballon a un autre col à la partie opposée dont l'extrémité est garnie d'un robinet; une tubulure placée à la partie sphérique inférieure servant à l'écoulement de la liqueur condensée dans un flacon, peut encore être armée d'un robinet, dont le trou de communication doit cependant être assez grand pour que l'air contenu dans le flacon puisse passer librement dans le ballon à mesure qu'il est remplacé par la liqueur qui coule dans le flacon en question. J'adapte au robinet du col postérieur un tuyau de verre soigneuse-

ment mastiqué couvert de vessie & bien ficelé: ce tuyau est replié sous l'angle qui est nécessaire pour que sa tige repliée soit en ligne perpendiculaire, & étant courbé régulièrement, à la hauteur au moins de 2 pieds de Roi, ce tube forme une jambe parallèle à la première, & s'insinue dans un grand récipient à moitié plein d'eau distillée par un des trous du bouchon qui y est exactement luté, & qui s'étend jusque près du fond du récipient; de ce bouchon partent ensuite autant d'autres tuyaux qu'il en faut pour établir la communication avec les flacons qui contiennent les liqueurs par lesquelles on veut filtrer le gas.

Lorsqu'il y a raison de craindre qu'il puisse se faire des communications capables de produire des altérations importantes ou des mélanges fâcheux des liqueurs dans le tems de l'absorption; j'arme le grand récipient de robinets dans lequel j'insinue les orifices des tuyaux de communication qui s'étendent ensuite jusque près du fond de ceux qui contiennent la liqueur, & j'ai la précaution d'intercepter leur communication avec le grand récipient par un autre intermédiaire qui ne contient aussi que de l'eau distillée: le dernier récipient enfin, lorsqu'ils sont en file, comme le pratique Mr. Bucquet, ou chacun d'eux, lorsqu'ils sont distribués en rayons, est surmonté d'un robinet pour y placer des vessies & recueillir le gas après la filtration: cette précaution m'étoit surtout indispensable dans cette circonstance où je me proposois de reconnoître si l'acide nitreux étoit régalisé dans le tems de cette décomposition, & comme il y en a d'autres qui prétendent qu'on peut obtenir la dissolution de l'or par d'autres liqueurs que par l'eau régale, ayant employé l'acide vitriolique, le ma-

rin, le végétal, les alkalis fixes doux & caustique pour servir à la filtration du gas dans les récipiens où j'avois mis aussi un peu d'or en feuilles, je crus ne devoir pas négliger ces précautions, afin qu'il ne me restât pas de doute que les vapeurs surtout des acides nitreux & marin eussent pu s'altérer réciproquement.

J'ai enfin préféré l'usage des récipiens de petit diamètre & d'une grande élévation pour mettre les liqueurs destinées à la filtration du gas; car il est intéressant de remarquer que la rapidité, avec laquelle se fait l'expulsion gaseuse, rend inutiles les moyens dont on s'est servi jusqu'ici, pour décider de la nature de leurs parties constituantes.

C'est donc avec cet appareil que je fais cette opération en introduisant la quantité d'eau que le savant Mr. Baumé a trouvée nécessaire pour l'extinction d'une quantité donnée de chaux sur un mélange de sel ammoniac très-pur & très-sec, avec de la chaux très-caustique encore un peu chaude que j'ai déjà placée dans la cornue toute lutée & prête, ces substances étant entr'elles dans le rapport d'1 : 3.

Il est bon d'être prévenu qu'en n'employant pas une cornue tubulée, à peine a-t-on le tems de retirer l'entonnoir & d'assurer le col de la retorte à l'allonge par une bande de papier collé, avant que les vapeurs s'annoncent avec la plus grande impétuosité, & qu'il passe une quantité assez considérable de liqueur alkali caustique dans le ballon; par conséquent une circonspection très-importante dans ce procédé, où l'on se sert de la chaux parfaitement caustique, est celle de n'employer que des cornues de la plus grande capacité: la quantité de matière ne devant pas excéder le tiers si la chaux est douce, &

si l'on se sert de la chaux forte on ne doit pas arriver au quart; d'ailleurs si l'on fait usage de cette espèce de chaux, qui soit encore tiède, on a toute l'expulsion gaseuse sans le secours du feu, & la distillation en est très-précipitée; tous les symptômes enfin sont des plus violens: ce qui m'a déterminé à préférer l'usage des cornues tubulées.

Lorsque les vapeurs commencent à diminuer il est à propos de mettre du feu, parcequ'au moment où elles viendroient à cesser, il arriveroit infailliblement une absorption rapide de l'eau du magasin dans le ballon.

Pour avoir ces différens produits séparement, je laisse ouvert le robinet de la tubulure qui est soigneusement mastiquée à un flacon, & que je ne ferme que dans le cas où les vapeurs expulsées à froid cessent au point que l'absorption de l'eau est prête à atteindre le sommet de la jambe du tube qui y est plongée, car on a ordinairement le tems de prévenir les effets de cette absorption en mettant du feu dans le fourneau, lorsqu'on s'apperçoit d'une diminution sensible de ces vapeurs, & sitôt que la diminution gaseuse est assez considérable je substitue un second récipient à celui qui a reçu ce premier esprit volatil; je ferme enfin ce robinet quelque peu de tems après que l'expulsion gaseuse à l'aide du feu est redevenue manifeste, & que j'ai aussi fermé le robinet de communication entre le ballon & le grand récipient, & je change encore une fois de flacon pour recevoir la dernière liqueur.

Les résultats qui ne manquent pas d'arriver, sont 1.° que la liqueur qu'on retire sans feu, est d'une effervescibilité surprenante avec les acides, elle m'a donné 47.° de chaleur au

thermomètre à mercure selon Mr. Réaumur, en la combinant avec quelques gouttes d'acide nitreux fumant.

2.° Que celle qu'on retire dans le tems où se fait l'expulsion du gas, est de même très-effervescente; mais elle n'a pas produit une chaleur aussi forte: que ces deux liqueurs sont d'une volatilité & d'une force caustique extraordinaire, surtout la première, & qu'elles produisent une effervescence étonnante avec le verre de caillou pilé.

3.° Que la dernière liqueur qu'on retire dans le tems que dure encore l'opération, savoir, pendant que se fait l'absorption ou le repompement de l'air dans la retorte, n'est nullement effervescente & est très-foible.

4.° Que si on mêle ces trois liqueurs, leur mélange devient absolument ineffervescent, & il en résulte une liqueur telle que celle qu'on retire ordinairement en recevant tous les produits ensemble.

Pour ce qui est de l'eau des magasins, on sent assez qu'elle est chargée de gas alkalin très-pur, & dont la force est en raison du rapport des émanations de l'air caustique & alkalin qui s'y est combiné à la quantité d'eau qui les tient en dissolution, & l'on y voit souvent un précipité blanc qui ne m'a paru que de la chaux qui avoit été enlevée dans le tumulte gaseux.

Dans les liqueurs qui ont servi de filtre au gas, & dans lesquelles j'ai mis la feuille d'or, on ne voit dans l'acide vitriolique qu'un précipité blanc après que l'opération est finie, mais l'action du gas sur l'or se manifeste à la longue dans cet acide; & ayant examiné long-tems après cette liqueur en la saturant de sel de tartre, il en est émané une très-vive odeur sulfureuse.

âcre qui ne m'a paru différer en rien de celle qui caractérise le gas inflammable marin.

L'acide nitreux se régalise, ainsi que le démontre la dissolution qui s'y fait de l'or, ou il se modifie de manière à acquérir cette propriété.

Mais ce qui paroîtra plus extraordinaire est que cette dissolution de l'or a de même lieu dans l'acide marin, puisqu'outre les changemens de couleur qu'il éprouve & la disparition sensible d'une grande partie de l'or, j'ai remarqué que des lames d'étain fort minces plongées dans cette dissolution y produisirent un précipité bleuâtre sensiblement teint en pourpre.

Je ne dissimulerai cependant pas que l'examen des flacons qui contenoient ces dissolutions, porteroit à soupçonner qu'une partie de cet or ne s'y trouve que dans un état de suspension à la suite d'une érosion produite sur ce métal, dans le tems de l'expulsion tumultueuse du gas, puisqu'on voit nager dans la liqueur, après quelques mois, des particules d'or très-fines, distribuées principalement aux parois de ces mêmes récipiens.

Ce phénomène paroît approcher de celui dont a rendu compte * Mr. Brandt savoir de la dissolution de l'or dans l'acide nitreux & qui donna ensuite lieu à des contestations entre les savans Chimistes Mrs. Du Tillet & Sage; Mr. Du Tillet soutenant que ce n'étoit point une véritable dissolution, & que l'or ne s'y trouvoit que dans un état de suspension; mais quoique les Commissaires de l'Académie ayent reconnu que „ les „ circonstances nécessaires à la production de cet effet étoient „ absolument étrangères au départ d'essai ils ajoutèrent néan-

* Mémoires de l'Acad. R. de Suede ann. 1748 t. 10.

» moins qu'en rendant compte du détail de leurs expériences
» ils rapporteroient plusieurs faits dont il résulteroit que l'aci-
» de nitreux le plus pur se charge de quelques particules d'or.

Mais indépendamment de l'analogie qui se rencontreroit entre les effets de cet acide & ceux que je viens de rapporter de l'acide marin, il suffit de rappeler que Mr. Schéele a reconnu que cet acide distillé sur la manganèse devenoit capable de dissoudre l'or. Or la manganèse, suivant ce même Auteur, décompose le sel ammoniac en esprit volatil caustique semblable à celui qu'on obtient par la chaux vive, de même que si on la phlogistique avec l'alkali fixe caustique; & au contraire elle le décompose en alkali volatil concret lorsqu'elle a été phlogistiquée par les acides, & je ferai voir que l'alkali volatil fluor contient beaucoup d'air élémentaire, à la différence de l'alkali volatil concret qu'on sait ne contenir que de l'air fixe, de manière que la manganèse seroit dans les circonstances où est la chaux vive & où se trouvent les chaux métalliques qui doivent à cet air l'augmentation de poids qu'elles acquièrent, à la différence des substances métalliques dont on ne sauroit retirer cet air par les mêmes acides,& aux quelles répondroit la manganèse phlogistiquée par eux: donc la propriété qu'acquiert l'acide marin de dissoudre l'or après avoir été distillé sur la manganèse doit être assignée à l'addition qui se fait de l'air élémentaire à cet acide, & non à une véritable déphlogistication; la modification qui arrive ne devant être regardée que pour une appropriation à l'accumulation de cet air dans l'acide marin au préjudice de l'autre substance.

Rien ne me paroît donc mieux démontré que cette même accumulation dans les acides dissolvants l'or, après les résultats

de mes expériences qui constatent l'existence de ce même air élémentaire ou vital dans la chaux vive, lequel ayant passé sous forme gaseuse avec l'alkali volatil dans la décomposition du sel ammoniac se combine, dans le tems de la filtration, avec ces acides où se trouve l'or.

L'esprit de vinaigre ne contenoit que quelques flocons blancs; il y avoit un précipité blanc dans l'huile de tartre, & brun dans la lessive des savonniers: au reste cette opération offre la confirmation d'une remarque très-importante dont on trouvera le détail dans mon ouvrage, & qui se rapporte à la différence des effets que produit l'air dans les capacités de ces appareils, lors même qu'il est accompagné de vapeurs humides en se raréfiant par l'action de la chaleur & par celle qui résulte du concours de quelque expulsion aériforme, & principalement de l'air élémentaire qui en fournit des exemples très-frappants, dont il seroit trop long de rendre compte dans un mémoire; en effet on n'a qu'à suivre attentivement les périodes de l'opération pour se convaincre

1.° Que la plus grande expulsion de l'air a lieu dans le tems où il y a la plus grande impétuosité des vapeurs, c'est-à-dire pendant que commence l'extinction de la chaux vive, pour laquelle on n'a pas besoin du ministère du feu. En effet après l'abreuvement de la chaux qui est plus exposée à l'action de l'eau il arrive une absorption du liquide coercitif si l'on n'y répare promptement par l'application du feu, ou en donnant de l'évent aux capacités qui ont été vidées de leur atmosphère dans ces circonstances.

2.° Que la chaux qui n'a point encore éprouvé l'action de l'eau, l'attire peu à peu de celle qui en est soufflée, ce qui est

facilité par le secours du feu; aussi voit-on se renouveller dans cette occasion le développement gaseux duquel s'ensuit une nouvelle expulsion de l'air contenu dans la capacité où se fait l'opération, ce qui est encore manifesté par la nouvelle absorption du liquide coercitif, & à laquelle l'action même la plus vive du feu ne sauroit s'opposer & y réparer, malgré qu'il ne soit pas douteux que les vapeurs aqueuses se soutiennent après l'expulsion gaseuse, puisque la distillation se fait avec plus de facilité.

C'est une remarque aussi très-digne d'attention que celle de la moins grande facilité de la distillation dans le tems du plus grand effort du gas, après que l'eau a pu s'insinuer de proche en proche & se distribuer avec plus d'uniformité, pendant qu'elle devient plus aisée dans le tems où la quantité des vapeurs aqueuses devient beaucoup plus considérable, & ces circonstances ont lieu dans beaucoup d'autres opérations que je fairai observer en détail dans mon ouvrage, & dont il sera fait mention de quelques-unes dans ce précis.

Il m'est arrivé un phénomène assez extraordinaire dans la liqueur alkaline que j'ai quelque fois employée pour la filtration du gas, & dont je me crois obligé de prévenir, n'étant pas indifférent d'employer toutes sortes d'huile de tartre, quand même ces liqueurs alkalines seroient également effervescentes avec les acides, & qu'elles fairoient les mêmes impressions sur le papier bleu; car ayant fait usage d'une dissolution de tartre calciné & blanc à la vérité, mais tel cependant qu'on le vend dans le commerce, quoique la dissolution fût très-bien faite, & qu'elle fût claire après la filtration que je ne pratiquois qu'après avoir laissé reposer la liqueur, & après lui avoir donné tout

le tems de faire son dépôt: lorsqu'elle étoit fortement chargée des vapeurs alkali-volatiles caustiques elle prenoit une teinte rouge orangée, comme fait la lessive concentrée des savonniers, & non seulement elle perdoit son effervescibilité avec les acides, mais il s'élevoit des bulles accompagnées d'écume aux parois des capsules en en mettant sur du sel de tartre bien sec, & le papier bleu que j'y trempois étant desséché paroissoit avoir été roussi par le feu.

Dans d'autres occasions ayant employé de l'huile de tartre par déliquium à la vérité fort colorée & qui paroissoit assez chargée de matières inflammables, il m'est arrivé de voir nager sur cette liqueur une quantité plus ou moins considérable d'esprit volatil caustique très-concentré qui ressembloit à de l'huile d'olive très-claire: si l'on disoit que cela dépend de la différente modification savoir de la plus ou moins grande pureté & de la distribution de l'air pur naturellement phosphorique qui est contenu dans ces substances & en vertu de la tendance que ce principe peut avoir à se combiner avec des autres pour se changer en phlogistique, on pourroit le regarder comme une induction peut-être un peu trop précipitée; je me crois cependant autorisé à cette conclusion; car cette inefferviscibilité & cette séparation n'ont pas lieu, si on se sert de l'huile de tartre retiré d'un sel qu'on a purifié par de nouvelles dissolutions & calcinations, & principalement si l'esprit volatil résulte de la décomposition du sel ammoniac bien purgé de toute matière fuligineuse.

Je serai au reste dans le cas de démontrer que l'inflammabilité même des substances dépend plutôt des modifications du principe phosphorique ou air vital qui s'y trouve combiné,

que de la quantité qu'elles en contiennent, de même que beaucoup d'autres phénomènes & principalement ceux qui appartiennent aux fluides aériformes dont nous traitons. Je ne dois cependant pas négliger de rapporter encore ici l'observation que fait Stahl, savoir, que le tartre qui n'est pas parfaitement calciné blanchit le cuivre & même l'or, lorsqu'on les cémente & qu'on les fait fondre ensemble; ce qui prouve que cet alkali n'est pas exactement pur. *

L'existence de l'air élémentaire ou vital dans l'esprit volatil caustique du sel ammoniac n'est pas une simple induction de ce que j'en ai démontré l'existence dans la chaux vive de manière qu'il soit naturel d'en présumer la transposition dans la liqueur volatile-caustique. Je vais en donner des preuves directes en mettant sous les yeux des Physiciens les différences qu'il y a entre cette liqueur & l'alkali volatil qu'on retire du sel ammoniac par la craie ou par le sel de tartre.

Je commencerai donc par remarquer que ni l'alkali fixe ni la craie qu'on emploit pour cette décomposition du sel ammoniac ne sont point des substances aussi simples & aussi arides que la chaux, qui par cette raison doit être disposée à s'emparer avec plus d'avidité qu'elles de tous les principes volatils qui lui sont présentés, & que c'est peut-être par cet appauvrissement même presque total des parties volatiles que la chaux ne décompose point le sel ammoniac sans le secours de l'eau qui lui sert d'intermède, & qui en dissolvant le sel offre un latus à la chaux pour exercer sa

---

* Stahl specim. Becch. p. 155.

causticité sur la partie phlogistique qu'il contient * d'où s'ensuit l'affoiblissement de la combinaison de l'acide avec l'alkali volatil, & peut-être assez d'aptitude dans cet acide à se *gasifier* en partie dans le tems que par la chaleur l'alkali volatil s'élève & entraîne avec lui une partie de l'eau tenant en dissolution du phlogistique étroitement combiné au principe caustique de la chaux, d'où il n'est pas étonnant de voir que l'eau qui est nécessaire là, ne l'est point dans le procédé de l'alkali fixe ni de la craie pour la décomposition de ce même sel.

L'alkali volatil concret prend une augmentation de poids plus considérable que ne le fait l'esprit, ce qui prouve que l'alkali volatil concret entraîne avec lui beaucoup plus de son intermède fixe que ne fait l'esprit volatil; en effet cet alkali cohobé plusieurs fois sur du nouveau sel de tartre, ainsi que je l'ai éprouvé, a toujours emporté de cet alkali fixe.

Cette tendance de l'alkali volatil à se combiner à l'alkali fixe & à la craie de préférence à la terre calcaire dans l'état

* L'on reconnoîtra toujours plus que la propriété qui est entre les substances d'attaquer, de modifier & de détruire même les formes naturelles ce qui caractérise d'une manière générale la causticité, n'est pas un phénomène borné ni produit par une cause particulière qui réside dans des matières déterminées, comme on l'envisage ordinairement à cause probablement de la sensation douloureuse que les caustiques produisent sur nos organes; mais que ce n'est que l'effet de la loi générale de la nature tendante à porter l'uniformité dans la distribution respective des principes de la matière, d'où s'ensuit alternativement la décomposition des corps, & leur reproduction par l'altération & le rétablissement de l'équilibre entre les forces respectives de leurs parties constituantes; de manière qu'on doit regarder la propriété caustique comme une affection générale de la matière, & non comme un effet particulier réservé seulement à l'action de quelque substance sur quelqu'autre.

de causticité est ingénieusement déduite par Mr. Pemberton qui démontre que la craie n'est en état de décomposer le sel ammoniac sous forme concrète, qu'autant qu'elle est éloignée de l'état de calcination, & il remarque que plus on approche de la fin de l'opération, moins elle fournit de sel volatil, parceque la craie acquiert les propriétés de la chaux. Cette tendance est encore démontrée par le produit qu'on connoît sous le nom d'*offa Helmontii*, qu'on ne peut obtenir qu'avec l'alkali fixe, l'esprit volatil caustique n'y étant pas propre.

Cet alkali volatil n'est pas non plus aussi pénétrant que celui qu'on obtient en liqueur par la chaux, il est d'ailleurs très-effervescent avec les acides, pendant que l'esprit caustique ne l'est que lorsqu'on a réussi à l'amener à une très-grande concentration; ce qui n'étant pas encore connu, l'a fait regarder comme absolument ineffervescent.

L'alkali volatil concret réduit en vapeurs par l'action du feu, n'est point inflammable comme l'esprit volatil caustique.

L'alkali volatil retiré par l'alkali ou la craie enfin contient une très-grande quantité d'air fixe.

De toutes ces différences celle qui a le plus de rapport avec le sujet que je traite, & qui est la plus intéressante, est l'inflammabilité exclusive de l'esprit volatil caustique, propriété qui a d'ailleurs été annoncée aux Physiciens * depuis plus de 25 ans par notre célèbre confrère Mr. le Docteur Cigna; je vais rendre compte des expériences que j'ai faites avec cet alkali volatil fluor.

* De ce que les vapeurs de l'esprit caustique sont inflammables, & que celles de l'alkali volatil concret ne le sont pas, on peut concilier l'opinion de quelques savans qui n'admettent pas cette propriété dans l'alkali volatil en général.

L'appareil dont je me suis servi & dont on trouvera une description détaillée dans mon ouvrage, consistoit dans une tablette percée de plusieurs trous sur laquelle j'avois mastiqué une cloche de cristal du diamètre de 7 à 8 pouces, & environ d'un pied de Roi de hauteur, son ouverture supérieure étoit garnie d'une virole qui portoit un robinet pour y adapter des vessies très-souples, afin de prévenir toutes sortes de risque en cas de violente explosion; j'introduisois successivement dans un des trous de la tablette les petits matras contenants les liqueurs différemment concentrées, & lorsque le récipient étoit rempli des vapeurs par l'application du feu dessous la boule des matras, on débouchoit adroitement un des grands trous pour y introduire une petite bougie en la portant jusque près du sommet du récipient, après avoir donné le tems aux vapeurs de se mettre en équilibre avec l'air ambiant.

J'ai donc commencé par employer de l'esprit caustique le plus concentré, savoir de celui qu'on retire à froid, la liqueur entra en bouillon presqu'à l'instant de l'application du feu, le récipient fut rempli de vapeurs très-blanches; lorsque je ne voyois plus distinctement la lumière d'une petite bougie qui étoit à la partie opposée, j'ai ouvert un grand trou de la tablette sans y causer le plus petit trémoussement, & une autre personne ayant à la main une petite bougie allumée la présenta à l'orifice du trou que j'avois ouvert; mais sa flamme fut étouffée avant d'aller plus loin, craignant quelqu'erreur la bougie fut rallumée, & rapprochée plusieurs fois, mais toujours avec un pareil succès.

Après avoir bien chassé les vapeurs par un soufflet, ayant ouvert la cloche de toutes parts je recommençai l'expérience

en mettant très-peu d'eau dans cet esprit caustique, & je n'eus pas de meilleur succès; je continuai à affoiblir peu à peu cet esprit, lorsqu'à l'introduction de la bougie l'inflammation fut si rapide qu'il s'en suivit une explosion assez considérable.

En continuant toujours de petites additions d'eau j'ai observé que la vivacité des inflammations alloit toujours en diminuant, & que même on ne pouvoit plus réitérer un aussi grand nombre de fois l'inflammation des vapeurs restantes.

Je poursuivis mes expériences de la sorte, & aprés de plus copieuses additions d'eau, je remarquai que l'inflammation ayant cessé, les vapeurs devenoient toujours moins blanches & moins élastiques; que la flamme commençoit par s'allonger considérablement jusqu'à atteindre presque toute la hauteur du récipient; qu'elle étoit d'ailleurs vive & brillante, de même que celle qu'on observe dans l'air appelé du nom de déphlogistiqué, & que je nomme air élémentaire, ce qui suffit pour en manifester la présence dans cette liqueur caustique.

Par la suite de ces expériences la progression continua en décroissant, & après les allongemens de la flamme, dont la diminution successive n'étoit pas équivoque, elle commença à se montrer sous une forme sphéroïdale d'un assez grand volume, ce qui alla encore en diminution jusqu'à ce qu'elle ne parut plus essuyer de changement dans son introduction; mais en continuant à affoiblir la liqueur, la flamme de la bougie finit par s'éteindre en se portant vers la pointe du lumignon, comme si elle avoit voulu gagner le sommet du récipient.

Je me suis même assuré qu'il n'est pas indifférent d'employer toutes sortes de rapport entre les substances pour obtenir des liqueurs capables d'inflammabilité, & j'ai remarqué en général

que, lorsqu'elle est puissamment concentrée, elle est d'une élasticité si extraordinaire qu'elle étouffe la flamme à une distance même assez considérable, & qu'on doit la regarder comme douée de la plus grande *méphiticité*.

La considération de cette suite de résultats semble autoriser à conclure

1.° Que l'esprit volatil caustique contient une grande quantité d'air élémentaire.

2.° Qu'il peut y avoir deux espèces opposées de méphitisme, savoir par épuisement ou par abondance de principe aqueux, & qu'il y a un état d'inaction qui semble indiquer l'équilibre entre les principes constituans dont l'air élémentaire fait partie.

3.° Que l'allongement de la flamme annonce la privation pendant que son augmentation de volume démontre plutôt l'excès du principe aqueux relativement à la quantité du principe phosphorique ou air élémentaire.

4.° Que l'agrandissement & l'allongement de la flamme n'expriment que les gradations qui se trouvent entre le *méphitisme* par excès que j'appellerai *positif*, & l'inflammabilité; ce qui dépend encore de la proportion qu'ont les parties constituantes de ces vapeurs, pour que le principe phosphorique, savoir l'air élémentaire, puisse manifester ses propriétés.

5.° Que l'inflammabilité & l'explosion ne désignent que le retour vers le *méphitisme* par défaut que je nommerai *négatif*, c'est-à-dire par la dissipation d'une plus ou moins grande partie du principe aqueux d'où s'ensuit le rapprochement convenable des molécules phosphoriques & inflammables de l'air très-pur pour exercer cette propriété.

6.° En rapprochant ce qui a été exposé ci-devant, savoir que la liqueur alkali-volatile qu'on retire du sel ammoniac par le sel de tartre & par la craie, n'est point inflammable, & ayant reconnu que l'esprit volatil-caustique qui l'est, perd son inflammabilité par des cohobations réitérées sur de nouvelle chaux vive, il paroîtroit plausible de soupçonner que l'inflammabilité de cette liqueur pût dépendre de ce que cette liqueur se fût chargée de principe terreux par cette nouvelle opération, ou de ce qu'il eût passé de l'acide marin avec l'alkali volatil dans un état d'agrégation aériforme avec l'air élémentaire & le principe aqueux; la présence de cet acide paroissant à la vérité démontrée par la régalisation de l'eau forte, à moins qu'on ne préférât de croire que l'air élémentaire déjà naturellement phosphorique & caustique, ne produisît lui-même ces effets avec le phlogistique, auquel il est uni; l'existence de ces principes n'étant pas douteuse; mais il resteroit à démontrer que l'acide nitreux chargé d'air élémentaire & du phlogistique enlevé à l'acide marin dissout l'or, comme le fait cet acide seul dans ces circonstances, puisque j'ai obtenu cette dissolution en *gasifiant* l'acide nitreux de gas alkalin, ainsi que j'en ai rendu compte précédemment.

Au reste la distribution & la manière d'être du principe caustique & phosphorique dans les substances, plutôt que sa quantité, me paroissent toujours plus être la cause de beaucoup d'effets, & entr'autres de l'inflammabilité.

Cette vérité est très-sensible dans la filtration du gas inflammable par l'huile de tartre: les propriétés de ce gas m'ayant fait soupçonner qu'il fût une espèce de soufre volatil dont la partie inflammable fût dans un état d'assez grande atténuation

inducendo, & promptius suscipiendo; Hujusmodi itaque corpuscula sunt aquea subtilissimis omnino terreis una intercedentibus.

L'idée au reste que je me fais des fonctions de l'air atmosphérique par rapport à l'entretien du feu & de la flamme consiste en ce que je présume que les parties de l'air sont le milieu spécifique des combinaisons qui résultent des émanations volatiles des substances, & comme il paroît hors de contradiction que dans le mouvement igné qui est peut-être le maximum de ce mode de la nature, il se fait une dissipation continuelle & plus ou moins rapide des parties déliées des matières qui entretiennent ce mouvement, il leur faut de nécessité un véhicule capable de s'en charger, & qui se renouvelle lors de sa saturation au moins avec autant de célérité qu'elles sont expulsées du corps embrasé, cette saturation en étant très-prompte: en effet l'expérience démontre que le défaut d'air suffit pour détruire le feu, & que le manque de circulation & de renouvellement en produit la suffocation.

C'est ainsi que tout se tient dans la nature, & qu'on ne peut guère se flatter de tirer un parti bien avantageux de l'examen d'un objet en le traitant d'une manière isolée: c'est donc sous ce point de vue le plus général qu'il m'est possible que je m'efforce de rapprocher différens phénomènes qui à la vérité ne laissent entrevoir aucune relation sensible entr'eux, & qui cependant ne sont peut-être que des résultats des modifications d'une même cause.

SUR

LA PERCUSSION DES FLUIDES

PAR M.^r DE LA GRANGE

Parmi un grand nombre de questions, que la science des fluides offre à résoudre, celle de la mesure de la force de percussion qu'une veine d'eau sortant d'un vase ou d'un réservoir quelconque exerce contre un plan, est une des plus importantes soit par sa difficulté, soit par ses différentes applications. On a eu recours pour la résoudre à la théorie & à l'expérience. La première a donné des résultats divers selon la différence des hypothèses sur lesquelles on l'a appuyée; car la théorie rigoureuse du mouvement des fluides n'est encore & ne sera de long-tems qu'un objet de pure spéculation; & ce n'est qu'en limitant sa grande généralité par des suppositions plus ou moins conformes à la nature qu'on peut la rendre susceptible de fournir des résultats précis & applicables à la pratique.

Mr. Daniel Bernoulli paroît être le premier qui ait entrepris de résoudre de cette manière la question dont il s'agit. Sa solution se trouve dans le Tome VIII. des anciens Commentaires de Petersbourg, & elle donne pour le choc perpendiculaire d'une veine d'eau, une force égale au poids d'une colonne d'eau qui auroit pour base la largeur de la veine, & pour hauteur le double de celle dont il faudroit qu'un corps tombât pour acquérir la vîtesse de l'eau, c'est-à-dire deux fois la hauteur due à cette vîtesse. L'Auteur y confirme ce résultat par quelques expériences; mais par d'autres faites par Mr. Krafft

& rapportées dans le même volume on voit que la force du choc est toujours moindre que la théorie de Mr. Bernoulli ne la donne.

Depuis, Mr. D'Alembert a attaqué cette théorie dans ses principes, & a fait voir comment en envisageant la question sous un point de vue plus exact, on devoit parvenir à une formule différente de celle de Mr. Bernoulli, & moins éloignée des expériences de Mr. Krafft (Théorie de la résistance des fluides chap. VIII.)

Enfin Mr. l'Abbé Bossut, à qui nous devons un des meilleurs traités d'Hydrodynamique théorique & pratique a cherché de nouveau à décider la question dont il s'agit par des expériences faites avec beaucoup de soin & de scrupule. Elles lui ont donné à peu près pour la hauteur de la colonne qui mesure la force du choc direct d'une veine d'eau, le double de la hauteur due à la vîtesse, ce qui s'accorde avec le résultat de la solution de Mr. Bernoulli, quoiqu'on ne puisse disconvenir de l'insuffisance de cette solution, par la manière vague dont l'auteur considère & calcule l'effet de la percussion d'une veine de fluide contre un plan.

Voici maintenant une nouvelle manière de déterminer cet effet, aussi directe & conforme à la nature des fluides que peut le permettre le peu de connoissance que l'on a encore des loix de leur mouvement. Cette méthode a de plus l'avantage de s'appliquer également à la percussion directe, & à la percussion oblique; & pourra servir non seulement à fixer, sur ce point d'Hydrodynamique, l'accord de la théorie avec l'expérience, mais encore à expliquer les anomalies de celle-ci, & à rendre ses résultats plus décisifs.

1. Soit (Pl. 1 fig. 1) AB l'orifice du vase ou reservoir quelconque d'où le fluide (l'eau par exemple) s'écoule avec une vîtesse uniforme donnée, pour venir frapper perpendiculairement le plan PQ, ensorte que l'axe de la veine MN soit perpendiculaire à la droite PQ & la coupe en deux également au point N. Comme tout est égal de part & d'autre de cet axe, il est visible que les particules du fluide auront la même disposition & le même mouvement des deux côtés; de sorte que les deux courbes AC, BD, formées par les filets extérieurs de la veine seront égales & semblablement placées autour de l'axe MN. Lorsque le fluide est parvenu à un état permanent, ces courbes demeurent invariables & peuvent par conséquent être regardées comme des canaux dans lesquels le fluide se meut. Il se forme de semblables canaux dans l'intérieur de la veine; & l'effet de la percussion du fluide contre le plan consiste dans la pression qu'il exerce contre ce plan en vertu de la courbure des canaux & du changement de direction des particules du fluide, lesquelles sortant du vase dans une direction perpendiculaire au plan, sont forcées par sa rencontre d'en prendre une parallèle ou presque parallèle à ce même plan. Pour pouvoir calculer rigoureusement cette pression il faudroit donc connoître la figure de tous ces canaux, & la loi du mouvement des particules qui les parcourent. Mais dans la nécessité où l'on est de simplifier cette recherche par quelque supposition, ou abstraction, on peut se contenter de considérer les deux canaux extérieurs AMPC, BMQD, & de supposer tout le fluide intérieur MPQ comme étant en repos & stagnant. Si cette supposition n'est pas exactement conforme à la nature, elle en approche du moins beaucoup; car puisque la veine est forcée par

la rencontre du plan de se partager en deux branches égales & qui suivent des directions opposées, il est clair qu'il doit nécessairement y avoir dans l'endroit où les deux branches se séparent une portion de fluide qui n'aura aucun mouvement ; or plus cette portion sera grande, plus notre hypothèse approchera de la vérité; & dans tous les cas elle pourra toujours être regardée comme la limite & l'asymptote de ce qui a réellement lieu dans la nature.

2. D'après cette hypothèse voici comment je détermine le mouvement du fluide & sa pression contre le plan. Puisque rien n'accélère, ni ne retarde le mouvement des particules dans les canaux AC, BD, leur vîtesse sera donc constante & égale à celle que le fluide a en sortant du vase.

Je nommerai a la hauteur due à cette vîtesse, c'est-à-dire celle d'où un corps pesant devroit tomber pour acquérir une pareille vîtesse.

Comme à cause de l'incompressibilité du fluide il doit passer dans chaque section fg du canal PA une égale quantité de fluide à chaque instant, la largeur fg du canal doit être partout en raison inverse de la vîtesse du fluide; cette largeur sera donc constante dans tout le canal & égale à AM moitié de celle de l'orifice que nous nommerons b. Or la tranche infiniment petite & rectangulaire $fgih$ par la force centrifuge due à sa vîtesse exerce contre la partie gi de la paroi concave une pression égale au poids de cette particule multipliée par $\frac{2a}{r}$, en nommant r le rayon osculateur de la courbe en g; c'est ce qui est connu par la théorie des forces centrifuges. Donc puisque le poids est ici proportionel au volume $fhgi = fg \times gi$, on aura $fg \times gi \times \frac{2a}{r}$ pour la pression sur gi, & par conséquent en divi-

sant par gi, & mettant $\frac{b}{2}$ pour fg, on aura $\frac{ab}{r}$ pour la pression sur chaque point g.

Cette pression s'exerçant sur la portion du fluide PMQ que nous supposons stagnante, elle doit être égale partout suivant les loix connues de l'équilibre des fluides; ainsi la quantité $\frac{ab}{r}$ est constante dans toute la courbe PM; par conséquent le rayon osculateur r est aussi constant, & la courbe est nécessairement un cercle dont r est le rayon. Il en est de même de la courbe MQ de l'autre canal semblable.

Maintenant il est clair, par les principes de l'hydrostatique, que le fluide PMQ étant pressé dans tous les points de la surface curviligne PMQ par une force égale à $\frac{ab}{r}$, il en doit résulter une pression égale sur chaque point du plan PQ sur lequel le fluide est appuyé; de sorte que la pression totale que souffrira ce plan sera exprimée par $\frac{abp}{r}$ en nommant p la largeur PQ du plan. C'est dans cette pression que consiste l'action du fluide contre le plan, ou la force de sa percussion, force qui est donc mesurée par $\frac{abp}{r}$

3. Dans cette formule les trois quantités a, b, p sont données, puisque a est la hauteur due à la vîtesse du fluide, b la largeur de l'orifice où de la veine, & p la largeur du plan. Il n'y a d'inconnue que r, c'est-à-dire le rayon du cercle qui forme la courbure des canaux. Or si on suppose, ce qui est le cas le plus naturel, que les particules de fluide ne puissent quitter le plan contre lequel elles frappent que dans une direction parallèle à ce plan, alors la ligne PQ sera tangente en P & Q des arcs de cercle PM & QM; & comme la perpendiculaire MN est déjà par l'hypothèse tangente des mêmes arcs en M, puisque la direction du fluide en M est supposée sui-

vant cette perpendiculaire, on voit que PM & MQ seront deux quarts de cercle, & qu'ainsi on aura $r = PN = \frac{PQ}{2} = \frac{p}{2}$. Donc la force de la percussion de la veine contre le plan aura pour mesure un poids égal à $2ab$, c'est-à-dire à une colonne de fluide dont la base seroit b largeur de la veine, & la hauteur seroit $2a$, double de celle due à la vîtesse du fluide. C'est ce qui s'accorde avec les expériences de Mr. Bernoulli, & de Mr. l'Abbé Bossut.

4. Mais il peut arriver, surtout lorsque le plan n'est pas beaucoup plus grand que la largeur de la veine, qu'une partie des particules s'échappe du plan dans une direction oblique à celui-ci. Dans ce cas donc il faudra supposer que la tangente du cercle en P & Q soit un angle donné avec la droite PQ. Soit φ cet angle, il est facile de voir que PN sera le sinus verse de son complément dans le cercle PM; ainsi on aura $\frac{p}{2} = r$ sin. vers. $(90^\circ - \varphi)$; ou $p = 2r(1 - \sin.\varphi)$. Et l'expression générale $\frac{abp}{r}$ de la force de la percussion deviendra $2ab(1 - \sin.\varphi)$; laquelle est moindre que la précédente dans le rapport de $1 - \sin.\varphi$ à 1.

Cette formule peut expliquer pourquoi dans les expériences de Mr. Krafft la hauteur de la colonne dont le poids exprime la force de percussion s'est toujours trouvée moindre que le double de la hauteur due à la vîtesse. En général elle fait voir que cette dernière mesure est le *maximum* de la force de percussion, parceque l'angle φ ne sauroit devenir négatif; & que pour atteindre ce *maximum* ou du moins en approcher le plus qu'il est possible, il faut diminuer autant que l'on peut l'angle φ, & faire ensorte que la dernière direction des particules ou des filets du fluide soit parallèle ou presque parallèle au plan.

ce qu'on obtiendra en augmentant la largeur du plan jusqu'à ce que toutes les particules soient contraintes de couler le long de ce plan avant de s'en échapper.

5. Considérons maintenant la percussion oblique, & supposons de nouveau que la veine dont la largeur est AB & la direction MN se partage, par la rencontre du plan PQ incliné à MN, en deux branches AMPC & BMQD, ensorte que l'espace intermédiaire PMQ soit rempli d'un fluide stagnant & en équilibre (fig. 2.).

Il est d'abord clair que lorsque le mouvement du fluide est parvenu à un état permanent, comme nous le supposons ici, il doit être uniforme dans l'un & dans l'autre canal parcequ'il n'y a extérieurement aucune force qui puisse l'accélerer ou la retarder. Ainsi comme par l'incompressibilité & la continuité de fluide, il en doit passer toujours la même quantité dans chaque section du même canal, il faudra aussi que toutes ces sections soient égales, comme dans le cas précédent, mais la largeur des deux canaux pourra ici être différente.

Soit a la hauteur due à la vîtesse de la veine, laquelle se maintient la même dans les deux canaux. Soit de plus $AM = m$ l'amplitude du canal AP, & $BM = n$ l'amplitude du canal BQ, ensorte que $m + n = b$ largeur donnée de la veine ou de l'orifice du vase d'où elle sort.

Enfin soit r le rayon osculateur de la courbe MP du premier canal, & ρ celui de la courbe MQ du second. On prouvera aisément par un raisonnement semblable à celui de l'article 2. que la force centrifuge du fluide produira sur chaque point de la courbe PM une pression égale à $\frac{2am}{r}$, & sur chaque point de l'autre courbe QM une pression égale à $\frac{2an}{\rho}$. Ces pres-

sions agissant sur le fluide stagnant PMQ doivent être partout égales. D'où il suit 1.° que les rayons r & ρ sont constans, & que par conséquent les courbes MP, NQ des deux canaux sont circulaires: 2.° que l'on aura $\frac{m}{r}=\frac{n}{\rho}$; ensorte que la courbure des canaux sera en raison inverse de leur largeur. Donc puisque $m+n=b$ & $\frac{m}{r}=\frac{n}{\rho}$, on aura $m=\frac{rb}{r+\rho}$, $n=\frac{\rho b}{r+\rho}$; & la pression sur le fluide stagnant sera exprimée par $\frac{2ab}{r+\rho}$. Or ce fluide étant soutenu en même tems par le plan PQ, il doit exercer sur chaque point de ce plan une pression perpendiculaire & égale aussi à $\frac{2ab}{r+\rho}$; Donc la pression totale sur le plan sera $\frac{2abp}{r+\rho}$, en nommant p la largeur PQ de ce plan; & cette quantité exprimera le volume d'une quantité du même fluide, dont le poids sera égal à la force de percussion contre le plan; mais il reste encore à déterminer les rayons r & ρ.

6. Supposons d'abord que par la rencontre du plan, les particules de la veine de fluide soient détournées de leur direction primitive MN, autant qu'elles peuvent l'être, ensorte qu'elles ne puissent quitter ce plan que dans une direction parallèle à la sienne. La droite PQ (fig. 3.) sera donc tangente en P & Q aux cercles PM & QM; par conséquent les centres de ces cercles se trouveront sur les droites PF, QG menées perpendiculairement à PQ. D'un autre côté la droite MN qui représente la direction primitive de la veine est aussi tangente en M aux mêmes cercles; donc les centres de ces cercles se trouveront aussi sur la droite FG perpendiculaire à MN. Donc ces centres seront en F & G, où cette droite rencontre les deux droites PF, QG. On aura ainsi, PF=FM=r, QG=GM=ρ,

& par conséquent $FG = r + \rho$. Or puisque FP & GQ sont parallèles entr'elles & perpendiculaires à PQ, il est visible que FG sera à PQ dans la raison du sinus total au cosinus de l'inclinaison de FG à PQ, ou au sinus de l'inclinaison de MN à PQ. Cette inclinaison est celle de l'obliquité du choc du fluide contre le plan. Nommant donc ω l'angle de cette obliquité, ou l'angle d'incidence de la veine sur le plan, on aura $FG = \frac{PQ}{sin.\omega}$; donc $r + \rho = \frac{p}{sin.\omega}$; & l'expression de la force du choc trouvée ci-dessus deviendra $2ab\,sin.\omega$, laquelle est, comme l'on voit, à celle du choc direct $2ab$ (art.3) dans la raison du sinus de l'angle d'incidence au sinus total.

7. Cette loi est celle qui est reçue communément, d'après la théorie ordinaire du choc des corps solides & isolés, quoique cette théorie ne soit point applicable aux fluides. La théorie précédente l'établit d'une manière directe, & l'expérience ne s'en éloigne pas sensiblement. Il est vrai que Mr. l'Abbé Bossut a toujours trouvé, dans les chocs obliques, des résultats moindres que la loi des sinus d'incidence ne les donne; mais on peut rendre raison de ce déchet, comme nous l'avons fait pour les expériences de Mr. Krafft sur le choc direct, en supposant que la dernière direction des canaux n'étoit pas tout-à-fait parallèle au plan; ce qui est d'autant plus probable que, dans les expériences de Mr. l'Abbé Bossut, le plan étoit le même pour le choc direct & pour le choc oblique, tandis que dans le cas de ce dernier il paroît que les branches dans lesquelles la veine se partage, doivent diverger davantage pour pouvoir prendre la direction du plan. Dans cette supposition il est clair que les droites PF & QG ne seront plus parallèles, mais deviendront divergentes, ensorte que la propor-

tion de FG à PQ, c'est-à-dire de $r+\rho$ à p, sera toujours plus grande que celle de 1 à *sin.* ω; par conséquent l'expression de la force du choc sera toujours aussi plus grande que $2ab\ sin.\ \omega$. Mais pour déterminer la proportion dont il s'agit, il ne suffiroit pas de connoître les angles FPQ & GQP; il faudroit de plus connoître la distance MN du plan au point de la veine où elle commence à se diviser en deux branches; distance qui peut varier selon les circonstances de l'expérience, & qui peut contribuer aussi à en faire varier les résultats. Au reste comme cette détermination géometrique n'a point de difficulté, & qu'elle ne peut d'ailleurs jeter aucune lumière sur la question présente, nous ne nous y arrêterons pas.

8. Jusqu'ici nous n'avons considéré qu'une veine de fluide plane ou plutôt rectangulaire; imaginons maintenant une veine cylindrique, qui vienne frapper directement un plan circulaire dont le centre passe par l'axe de la veine. On peut dans ce cas regarder la figure première comme une coupe faite par l'axe du cylindre, & comme les circonstances sont les mêmes pour chaque coupe, il s'ensuit qu'elles doivent être toutes égales & semblables, ensorte que la figure que prendra la veine par la rencontre du plan sera celle d'un solide de révolution engendré par la rotation de courbe CA autour de l'axe MN. La veine formera ainsi une espèce d'entonnoir conoïdal dont l'intérieur formé par la revolution de la courbe PM pourra être regardé comme stagnant suivant l'hypothèse adoptée jusqu'ici; & il suffira de considérer le mouvement du fluide dans un canal AMPC compris entre deux plans infiniment proches passant par l'axe AN.

D'abord il est visible que la vîtesse du fluide doit être uni-

forme dans chacun de ces canaux, puisqu'il n'y a aucune cause d'accélération ni de retardation. Ensuite si on nomme $d\alpha$ le petit angle formé par les deux plans du canal, x & y l'abscisse & l'ordonnée d'un point quelconque g de la courbe du canal PM rapportée à l'axe MN, & z la largeur ou l'amplitude du canal dans cet endroit, il est clair qu'on aura $zyd\alpha$ pour l'aire de la section du canal, & par conséquent $zy \times 360^\circ$ sera l'aire entière de la section du conoïde. Cette aire doit être constante, puisqu'à cause de la continuité & de l'incompressibilité du fluide, ainsi que de l'uniformité de sa vîtesse, il doit passer à chaque instant une quantité de fluide égale à celle qui sort en même tems par l'orifice du vase. De sorte qu'en nommant B l'aire de cet orifice ou de la section de la veine cylindrique, on aura $zy \times 360^\circ = B$, & de là $z = \frac{B}{y \times 360^\circ}$.

Il est clair de plus que $zyd\alpha ds$ sera le volume de l'élément du fluide qui répond à la portion infiniment petite ds de la courbe MgP, & cet élément exercera sur la paroi du canal sur laquelle il appuye, & dont l'aire est $yd\alpha ds$ une pression représentée par $\frac{2a \times zyd\alpha ds}{r}$, en nommant comme ci-dessus a la hauteur due à la vîtesse constante du fluide, & r le rayon osculateur de la courbe du canal. Donc la pression sur chaque point de la surface du fluide intérieur qui est supposé stagnant sera $\frac{2az}{r}$, laquelle doit être par tout la même par les loix connues de l'hydrostatique.

Soit donc Π cette pression constante on aura $\Pi = \frac{2az}{r}$; mais

$$z = \frac{B}{360^\circ . y}, \ \& \ r = -\frac{dy}{d.\frac{dx}{ds}}; \text{ donc on aura } \Pi = -\frac{2aB}{360^\circ} \times \frac{d.\frac{dx}{ds}}{ydy};$$

multipliant par ydy & intégrant il viendra $\frac{\Pi y^2}{2} = \frac{2aB}{360^\circ}\left(const. - \frac{dx}{ds}\right)$.

Au point M où la veine commence à diverger, sa direction est suivant l'axe MN; on a donc $y=0$ & $\frac{dx}{ds}=1$; donc a constante arbitraire sera aussi $=1$; par conséquent l'équation complète sera $\frac{\Pi y^2}{2}=\frac{2aB}{360^\circ}\left(1-\frac{dx}{ds}\right)$.

Au point P où le canal touche le plan on a $y=NP$, & $\frac{dx}{ds}=$ au sinus de l'angle que la direction du canal dans ce point fait avec le même plan. Si donc on nomme φ cet angle qui est évidemment celui que les particules du fluide font avec le plan en le quittant, on aura $\Pi\times\frac{\overline{PN}^2}{2}=\frac{2aB}{360^\circ}(1-\sin.\varphi)$. Or la pression Π agissant sur tous les points du plan circulaire, dont PN est le rayon, il en résultera une pression totale $=\Pi\times\frac{\overline{PN}^2\,360^\circ}{2}$, puisque $\frac{\overline{PN}^2\,360^\circ}{2}$ est l'aire de ce plan; donc cette pression totale sera exprimée par $2aB(1-\sin.\varphi)$.

C'est la valeur de la force de percussion que le fluide exerce contre le plan, laquelle sera donc la plus grande lorsque $\varphi=0$ c'est-à-dire lorsque la dernière direction du fluide est parallèle au plan; & elle sera dans ce cas $2aB$, égale par conséquent au poids d'une colonne du même fluide, dont la base seroit B largeur de la veine & dont la hauteur seroit $2a$ double de la hauteur due à la vîtesse du fluide; ce qui s'accorde avec ce que nous avons trouvé dans l'article 3, en considérant une veine plane.

Dans les autres cas où φ n'est pas nul, & où par conséquent le fluide quitte le plan dans une direction oblique, la valeur de la force de percussion contre le plan sera moindre dans le rapport de $1-\sin.\varphi$ à 1; ce qui s'accorde encore avec la formule de l'article 4 rélative à ces derniers cas.

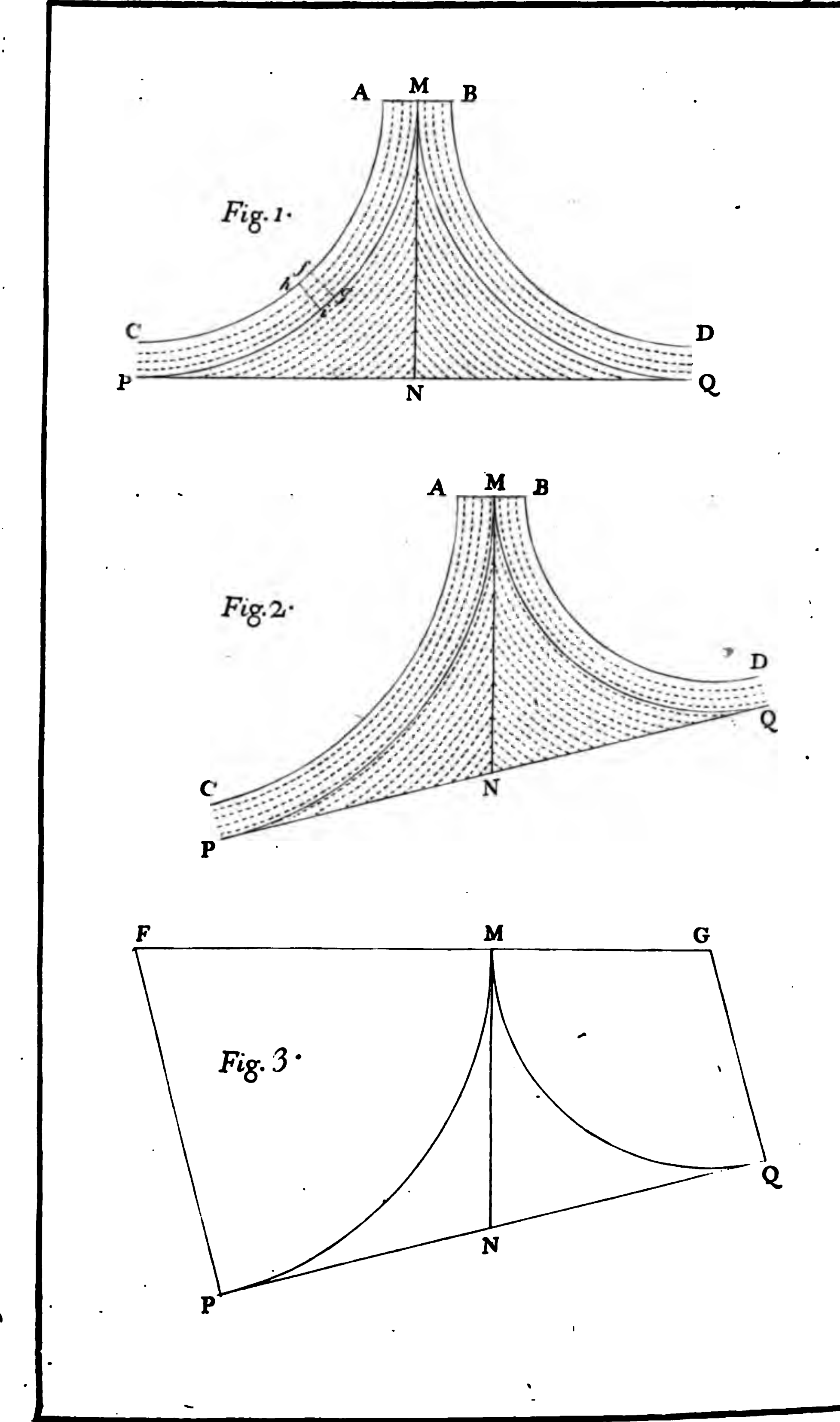
9. Le problème que nous venons de résoudre sur l'action d'une veine cylindrique contre un plan perpendiculaire à sa direction deviendroit beaucoup plus difficile si on supposoit le plan exposé obliquement à cette direction. Car alors l'entonnoir conoïdal formé par la veine ne seroit plus de révolution, & il faudroit pour en déterminer la figure avoir égard non seulement à la pression de chaque filet de fluide sur le fluide intérieur stagnant, mais encore à la pression mutuelle & latérale des filets contigus; ce qui engageroit dans des formules assez compliquées & n'offriroit qu'un exercice d'analyse, inutile à l'objet de ce mémoire.

Il nous suffira donc pour le présent d'avoir confirmé *a priori* par une théorie aussi simple que satisfaisante, ce que quelques auteurs avoient trouvé *a posteriori* sur la mesure de la force de percussion d'une veine de fluide contre un plan; & d'avoir par cette confirmation fixé d'une manière incontestable un point si essentiel de l'Hydraulique.

On peut donc prendre désormais pour règle générale & constante que dans le choc direct, & lorsque son effet est le plus grand, ce qui a lieu quand le plan est assez large pour que toutes les particules du fluide soient contraintes d'en suivre la direction en le quittant, l'action contre le plan est égale au poids d'une colonne du fluide de la même grosseur que la veine & d'une longueur double de celle d'où un corps pesant devroit tomber pour acquérir la vîtesse du fluide. Il n'en est pas de même lorsque le plan est exposé à l'impulsion d'un courant, dans lequel il est entièrement plongé. Dans ce cas on n'a pu encore déterminer *a priori* la valeur de cette impulsion, & tous les efforts qu'on a faits jusqu'ici pour y parvenir, n'ont servi qu'à

produire des recherches analytiques plus ou moins profondes, mais toujours insuffisantes pour donner des résultats simples & applicables à la pratique. Cependant les expériences réitérées qu'on a faites surtout dans ces derniers tems tendent toutes à prouver, qu'ici l'impulsion est simplement égale au poids d'une colonne du fluide laquelle auroit pour base le plan choqué, & pour hauteur celle qui seroit due à la vîtesse du fluide. Ainsi tant qu'on n'aura pas démontré cette règle *a priori* on ne pourra pas la regarder comme aussi sure que celle qui concerne l'impulsion d'une veine contre un plan; mais on pourra toujours l'employer dans la pratique comme une règle d'approximation fournie par l'expérience.

Berlin 25. Juin 1785.


A
M
B
Fig. 1.
C
D
P
N
Q
A
M
B
Fig. 2.
D
Q
C
N
P
F
M
G
Fig. 3.
Q
N
P

SUR LA MESURE

DE LA HAUTEUR DES MONTAGNES

PAR LE BAROMÈTRE

Par. M.R L'ABBÉ DE CALUSO

Lu le 25 mai 1784 à l'assemblée que le Roi de Suède a honorée de sa présence.

La mesure de la hauteur des montagnes par des opérations trigonometriques est longue & pénible, sans être pour cela tout-à-fait exempte d'incertitude, à cause de l'inconstance des réfractions qui élèvent les objets vus à peu de degrés de l'horizon assez inégalement quelque fois d'une heure à l'autre. La méthode d'en déduire la hauteur de celle du baromètre est, à la vérité, pour la précision, moins sûre encore, mais sans comparaison plus facile & expéditive. Ce n'est que par elle que la Géographie peut espérer de voir bientôt ajoutées aux longitudes & latitudes des lieux leurs élévations sur le niveau de la mer pour achever la détermination de leur position autour du centre d'un globe de surface raboteuse. Mais autant cette méthode est utile, autant il est important de la perfectionner. Aussi voyons-nous que grand nombre de savants s'en sont occupés. Je ne nommerai que ceux à qui elle doit le plus, Pascal, Halley, Bouguer, De Luc, & Shuckburgh. Ces deux derniers surtout l'ont portée bien avant *. J'ai tâché de faire quelques

* V. Recherches sur les modifications de l'atmosphère ..... par J. A. De Luc à Genève 1772. 2. vol. in 4., & les mémoires du Chev. Shuckburgh *Philos. Transact.* vol. 67. n. 39., & vol. 68. n. 32.

pas encore sur leurs traces, pour approcher toujours plus de sa perfection une méthode si avantageuse. Cette perfection dépend de celle des instruments, des attentions de l'observateur, de l'exactitude des hypothèses, & de la facilité du calcul. Je ne répéterai pas tout ce que l'on sait sur ces quatre articles: je ne ferai qu'exposer mes réflexions & mes idées pour les soumettre au jugement de l'Académie, & de l'Auguste Personnage qui l'honore aujourdhui par sa présence.

On a d'excellents baromètres de Mr. Ramsden, & de quelqu'autre artiste habile. On peut voir celui de Mr. Magellan dans les cahiers de fevrier & avril 1782. du journal de Physique par Mr. l'Abbé Rozier; mais il nous en faut proposer de tels, que toute personne intelligente puisse les faire construire par des ouvriers médiocres. C'est pourquoi pour un baromètre portatif je ne vois rien de préférable à l'invention du P. Beccaria *; pour la facilité des observations journalières, je profite de celle de Mr. De la Grange **, sans négliger, dans les détails, les attentions que prescrit Mr. De Luc; & je crois pouvoir proposer un baromètre, dont la perfection n'a d'autre difficulté que celle de trouver des tubes d'un calibre uniforme. Mais cette difficulté on la trouveroit également en choisissant toute autre construction.

Soit donc un tuyau de cristal, ou de verre, bien tiré, long de 64 pouces. Pour le diamètre on pourra s'en tenir à 2 lignes $\frac{1}{2}$ ou 2 $\frac{3}{4}$ pour l'intérieur, & pour l'extérieur environ à 4. On peut le former de deux morceaux & même de plusieurs, joints

* V. sa lettre à Mr. le Comte de Scarnafis *Gradus Taurinensis* pag. 82.

** Miscell. Philos. Mathem. Taurin. vol. 1. pag. 15.

ensemble; ce qui rend plus facile de se procurer l'uniformité du calibre, au moins pour les parties, où elle est nécessaire.

A' la distance d'environ 30 pouces & $\frac{1}{4}$ d'un des bouts A (Planche II. fig. 1.) l'on pliera le tube à angle aigu, afin qu'au delà du genou B les bulles d'air montent vers C. A' un pouce & demi de B on le recourbera de nouveau par un second genou C, de manière que l'on ait deux branches sensiblement parallèles, l'une AB d'environ 30 pouces & $\frac{1}{4}$, l'autre CD d'un pouce de plus, éloignées à peu près d'un pouce & demi l'une de l'autre.

Avant de fermer un bout, on n'oubliera pas de bien nettoyer tout le tuyau en dedans avec un piston de peau pour détacher l'air collé aux parois du verre, & d'examiner le calibre des parties importantes. Après quoi l'on fermera le bout A de la branche la plus courte & on la remplira de mercure bien pur. Il sera bon pour cela de se pourvoir d'avance d'un long & mince tuyau de verre *bc* (fig. 2) terminé par un entonnoir *a* tourné sur un coude à peu près à angle droit avec le tuyau, de manière que tenant les branches du baromètre presque horizontales l'une sur l'autre, la plus courte au dessous, le bout A tant soit peu plus bas que B, l'on puisse avec cet entonnoir conduire le mercure jusqu'au genou C pour le verser par la partie qui joint les deux branches, dans la plus courte. Au lieu de cet entonnoir on pourroit se servir de la machine pneumatique. Je passe sur d'autres moyens, ainsi que sur les précautions avec lesquelles il faut chauffer le baromètre, y faire bouillir le mercure, & le laisser refroidir tout doucement. Je remarquerai seulement qu'il faut y en mettre assez, pour qu'après qu'il sera refroidi, toute la branche AB reste abondamment

remplie. Ce qu'il y aura de trop, on le fera sortir en tournant le baromètre, les deux branches toujours à peu près dans un plan vertical, jusqu'à ce que le genou B approche du niveau de C, qui doit être, dans cette situation, la partie la plus élevée de tout le tube. On le retourne après avec cette même attention, que le plan des deux branches soit toujours à peu près vertical, & la branche ouverte la plus haute, jusqu'à ce que les deux genoux soient en bas, & les branches à plomb. Une petite partie du mercure descendant de la branche fermée, remontera alors dans l'autre, & l'excès de la hauteur du mercure dans la branche fermée sur le niveau où il monte dans la branche ouverte, sera la colonne d'équilibre avec le poids de l'atmosphère.

Que l'on attache ce baromètre bien ajusté dans une rainure le long d'une planche de vieux sapin couverte de papier, sur lequel soient tracées des lignes, autant qu'il se peut, parallèles aux branches du baromètre, & divisées en pouces & lignes par des traits qui passent des deux côtés du tube.

Deux petites échelles E, F, mobiles dans deux coulisses à côté des endroits, où le mercure monte ordinairement dans les deux branches, y marqueront la hauteur de la colonne d'équilibre, selon que le propose Mr. De la Grange.

Un petit prisme séparé N (fig. 3) haut de 9 lignes & divisé en 10 parties égales, ou haut de 19 lignes, & divisé en 20, pourra servir de *Nonnius* en le faisant glisser sur la planche à côté du tube jusqu'à ce que l'on ait trouvé la division, qui s'éloigne le moins de la hauteur du mercure, pendant que les plans triangulaires qui terminent le prisme, tombent exactement sur quelque division du baromètre.

Un fil avec un plomb (P) dans une rainure & une petite niche, pratiquées entre les deux branches, indiquera quand les lignes divisées en pouces sont exactement verticales.

Un thermomètre (T) pourra être attaché à côté, dans une rainure, sur la même planche.

La planche pourra être de deux pièces, jointes par une charnière peu au dessous du bout de la branche fermée, en sorte que la partie supérieure se replie en arrière pour donner plus de facilité à verser du mercure dans la branche ouverte, & pour que l'on puisse, si l'on veut, en introduire le bout D dans le plateau d'une machine pneumatique.

Le baromètre ainsi construit, pour le transporter, on le remplira presqu'entièrement de mercure, n'y laissant que peu de lignes de vide au bout de la branche ouverte afin que le mercure se trouvant plus haut dans cette branche soit pressé par le poids de cet excès contre le bout fermé. Un bouchon à vis, avec une éponge entre le bouchon & le mercure (V. *gradus Taurin.* pag. 86) ou un bouchon bien juste de liège, arrondi avec une lime douce, pressé par un ressort proportionné contre le mercure dans le bout ouvert, en empêchera les oscillations en même tems qu'il se prêtera suffisamment à la dilatation pour que le tube ne risque rien.

Une boîte avec une anse dans sa partie supérieure donnera la facilité de le porter dans une situation toujours à peu près verticale. Quatre morceaux de bois aux angles de la boîte pourront y arrêter la planche du baromètre éloignée d'un demi pouce de chaque côté des parois de la boîte, qui pourront être doublées de drap en dedans, & en dehors de toile cirée pour défendre autant qu'il est possible le baromètre des altérations de l'atmosphère.

Il n'est pas nécessaire de répéter la manière avec laquelle on fait ressortir du baromètre le mercure qu'on y a ajouté pour le transporter, après avoir dit comment on fait sortir celui qu'on y aura mis de trop en le construisant. Mais ce que je dois remarquer, c'est 1.° que la quantité de mercure, qui reste ainsi dans le baromètre, n'étant qu'à peu près constamment la même, nous avons dû rendre mobiles les échelles de Mr. De la Grange; 2.° qu'il est facile de les replacer chaque fois que l'on a ajouté & retiré du mercure, en corrigeant par le calcul sur l'observation du thermomètre une hauteur apparente du baromètre, & rangeant ces échelles sur cette hauteur réduite; 3.° que ces échelles sont utiles de cette manière pour la facilité des observations météorologiques journalières; mais qu'à la rigueur on ne peut plus dire qu'un tel baromètre ait l'avantage de donner lui-même la correction de ses dilatations sans le secours du thermomètre.

Sur quoi Mr. le Chevalier de Lamanon notre illustre confrère m'ayant fait observer dans le Journal de Physique de janvier 1782 un article d'un mémoire qu'il a lu à l'Académie des Sciences de Paris en 1780, où il conclut (pag. 12) que la méthode de corriger le baromètre par le thermomètre *est appuyée sur des expériences inexactes, & vicieuse en elle-même*, je pensai à un moyen de me dispenser d'y avoir recours, & le voici.

Que l'on ait pesé le tube, avant d'y introduire le mercure la première fois, pour savoir bien exactement le poids du verre; on pourra chaque fois que l'on y aura mis & retiré du mercure, peser le tube avec le mercure qui reste pour les observations, & déduisant le poids du verre, avoir celui du mercure. Que l'on ait eu soin, quand on a examiné le calibre de

toutes les parties essentielles du baromètre, de noter la capacité de la partie inférieure, en observant dans les deux branches le niveau, où monte une quantité de liqueur, dont on a mesuré la hauteur cylindrique, où le tube est droit & d'un calibre uniforme; on sera toujours à même après cela de savoir le rapport du volume du mercure total au volume de la colonne d'équilibre, tout comme si le tube n'étoit point recourbé. On connoîtra donc les trois premiers termes de cette proportion, comme le volume total du mercure est à son poids, ainsi le volume de la hauteur de la colonne d'équilibre au sien, qu'on aura par le calcul, & qui est celui de l'atmosphère.

Il n'y aura donc qu'à se servir immédiatement de ce poids au lieu des hauteurs des colonnes d'équilibre, qu'il faudroit corriger, pour les y rendre proportionnelles. Le calcul de la hauteur des montagnes, ou plus généralement de la différence d'élévation de deux stations, n'en sera guères plus long, ni moins facile, ainsi que je vais le donner en détail.

Soient E, *e* deux élévations de deux stations
A, *a* les hauteurs respectives du baromètre
B, *b* leur poids
C, *c* les hauteurs cylindriques du mercure total
P, *p* leur poids
T, *t* les degrés du thermomètre à l'air libre
K, *m* deux constantes, dont la détermination dépend du choix des hypothèses, que l'on veut adopter, de la graduation du thermomètre, dont on se sert, & du genre de mesure, dans lequel on demande la différence des deux élévations.

On aura $C : A :: P : B = \frac{AP}{C}$, & $c : a :: p : b = \frac{ap}{c}$, & par conséquent $\frac{B}{b} = \frac{APc}{Cap}$. Mais nous verrons ci-après que $e - E = K(m + T + t) \log. \frac{B}{b}$. Donc $e - E = K(m + T + t) \log. \frac{APc}{Cap}$, formule générale dans laquelle, si l'on veut se conformer aux hypothèses de Mr. De Luc, se servir du thermomètre que l'on appelle communément de Réaumur, & avoir l'élévation en toises de Paris, il faut faire $K = \frac{10000}{410} = 23, 2558$; $m = 396\frac{1}{2}$; ce qui donne $e - E = \frac{1000}{41}(396\frac{1}{2} + T + t) \log. \frac{APc}{Cap}$.

Par exemple que l'on ait observé

à Turin la hauteur du baromètre $27^{p.}\ 7^{l}\ \frac{3}{4}$ ou lignes	331,75	= A
la hauteur cylindrique de tout le mercure l.	371,2	= C
Son poids 15 on. 1 d. 8 gr. $\frac{1}{2}$, ou .. grains	8672,5	= P
Le degré d'un thermomètre de Réaumur à l'air libre	$18^{d.},92$	= T
A Montbaron la hauteur du baromètre $21^{p.}\ 5^{l.}$ ou lignes	257	= a
La hauteur cylindrique de tout le mercure l.	372,31	= c
Son poids 15 on. 2 d. 23 gr., ou .. gr.	8711	= p
Le degré de Réaumur à l'air libre . . .	$12^{d.},9$	= t

On cherchera $\log. \frac{APc}{Cap} = \log. APc - \log. Cap$, que l'on peut obtenir par une seule addition en écrivant au lieu des logarithmes négatifs leurs compléments, que je note $\overline{\log}$.

$$\begin{aligned}
&\text{Log.}\ (A = 331{,}75) = 2.5208109\\
&\text{Log.}\ (P = 8672{,}5) = 3.9381443\\
&\text{Log.}\ (c = 372{,}31) = 2.5709047\\
&\overline{\text{Log}}.\ (C = 371{,}2) = \bar{3}.4303920\\
&\overline{\text{Log}}.\ (a = 257) = \bar{3}.5900669\\
&\overline{\text{Log}}.\ (p = 8711) = \bar{4}.0599320\\
\hline
&\text{Log.}\ \tfrac{APc}{Cap} = 0.1102508
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m &= 396{,}5\\
T &= 18{,}92\\
t &= 12{,}9\\
\hline
m + T + t &= 428{,}32
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{Log.}\ \tfrac{1000}{41} = 1.3665315\\
&\text{Log.}\ 428{,}32 = 2.6317683\\
&\text{Log.}\ 0{,}1102508 = \bar{1}.0423817\\
\hline
&\text{Log.}\ (e - E) = 3.0406815
\end{aligned}$$

Ce qui donne $e - E = 1098,\ 2$, c'est-à-dire Montbaron élevé 1098 toises, 1 pied & $\frac{1}{5}$ sur le niveau de Turin. Je fais tout le calcul par les logarithmes pour avoir la dernière précision possible avec le moins de peine.

Cette méthode ne laisse rien à désirer pour la théorie, & doit donner pour la pratique des résultats plus exacts encore que celle de Mrs. De la Grange & de Lamanon, parcequ'elles dépendent également d'un quatrième terme computé d'une proportion, dont deux termes donnés sont absolument les mêmes pour eux & pour moi, pendant que moi pour le troisième je propose le poids total du mercure, dont on peut s'assurer à une précision bien plus grande encore que des deux autres, & ces Messieurs au contraire ont pour ce troisième un terme sans comparaison plus douteux, qui est la différence du volume total du mercure dans le baromètre d'un tems à un autre.

Cependant pour ne pas sacrifier la vérité à la vanité d'avoir trouvé quelque chose, je dois avouer que la méthode de corriger le baromètre par le thermomètre me paroît encore préférable, au moins pour la pratique: car ayant considéré les objections de notre savant confrère avec toute l'attention qu'elles méritent, j'y vois rassemblé avec autant de connoissance que de soin tout ce qui peut inspirer des doutes sur l'exactitude de cette méthode, mais je n'y trouve rien qui puisse me faire penser que l'erreur probable que l'on doit y craindre, soit plus grande que l'erreur probable de la méthode de Mr. De la Grange. Il n'importe point du tout pour l'exactitude des résultats que les données d'où l'on part, nous soient connues par notre observation immédiate, ou empruntées de celle d'autrui. Ce qui importe c'est de choisir celles, dont la précision est plus certaine. Or il est clair que cet avantage d'une certitude dans des limites bien plus resserrées, est le plus souvent pour des éléments déduits d'un très-grand nombre d'observations faites différemment par plusieurs personnes avec tout l'art & le soin imaginable. C'est ainsi que le changement du volume total du mercure dans le thermomètre selon les degrés où il monte, nous est connu par les expériences surtout de Mrs. De Luc & Shuckburgh avec plus de précision, que je n'en pourrois avoir par la mesure immédiate prise une seule fois, quoiqu'avec soin & intelligence, par quelqu'un des différents moyens que l'on a imaginés pour cela.

Je crois constaté à présent que le volume du mercure, qui occupe un degré de Réaumur, est plus que $\frac{1}{4440}$, moins que $\frac{1}{4100}$ du volume total du mercure au zéro. La différence de ces

deux fractions est $\frac{1}{318200}$, & par conséquent si l'on suppose le degré de Réaumur $\frac{1}{4370}$ du volume du mercure jusqu'au zéro, l'on sera sûr de ne pas se tromper de $\frac{1}{636400}$ sur chaque degré. Supposons donc qu'au moment qu'on observe le baromètre sur une montagne & à son pied, le thermomètre soit $10^{d.}$ plus bas au sommet qu'au pied; le doute, que la théorie nous laisse sur la dilatation du mercure, ne sera tout au plus que de $\frac{1}{63640}$, ce qui ne peut donner sur la hauteur de la montagne qu'une erreur de 2 à 3 pouces, erreur dont il seroit ridicule de faire le moindre cas. D'où je conclus que, pour la pratique, l'on doit regarder comme théoriquement connu avec certitude le rapport des volumes différents du mercure dans le thermomètre selon le degré où il monte.

Le doute est un peu plus fort sur la détermination de ce degré; d'autant plus que l'erreur peut se doubler si dans les deux observations que l'on fait en haut & en bas, l'on se trompe en sens contraire. Cependant je crois qu'avec des soins & de l'intelligence il n'est pas difficile de porter les instruments & les observations à telle exactitude, que la limite de l'erreur probable sur les degrés du thermomètre soit au dessous de $\frac{1}{5}$ de degré de Réaumur, qui fait à peu près la différence de $\frac{1}{21850}$ sur la dilatation.

Mais pour la déterminer par le baromètre, que l'on y suppose la colonne du mercure total de 30 pouces, & qu'on s'y trompe seulement de $\frac{1}{60}$ de ligne, cela fera déjà une erreur de $\frac{1}{21600}$ sur la dilatation. Il faut donc ou avouer qu'en corrigeant cette dilatation par le baromètre même, l'on s'expose à des erreurs plus fortes, ou soutenir que la somme des erreurs probables

dans la détermination tant des hauteurs du mercure dans les deux branches, que des inégalités du calibre du baromètre, ne monte pas même tout-à-fait à $\frac{1}{60}$ de ligne, pendant que l'on suppose l'erreur probable du thermomètre $\frac{1}{5}$ de ligne. Car dans un thermomètre d'une grandeur médiocre le degré de Réaumur approche beaucoup du 12.me du pouce de Paris, qui est celui dont nous avons toujours parlé.

Je ne pousserai pas plus loin une discussion si minutieuse, mais nécessaire pour juger, entre plusieurs méthodes, laquelle est la plus exacte dans la pratique; car de relever les incertitudes sans les apprécier, cela ne décide rien. Mais après ce que je viens de dire je pense qu'on me croira facilement, qu'il est plus exact de corriger les dilatations du mercure par le thermomètre, où elles se mesurent sur une échelle ordinairement de 10 à 20 fois plus grande.

Car pour le doute que les dilatations du mercure dans le baromètre & dans le thermomètre ne soient pas simultanées, sans m'arrêter à démontrer qu'il se réduit à bien peu de chose, quand le thermomètre est à demi enfoncé dans une rainure, tout comme le baromètre, sur une même planche, & que le diamètre intérieur du baromètre est entre les deux tiers & la moitié de celui de la boule du thermomètre; je réponds que ce doute, sans tomber sur les bonnes observations, n'est qu'un objet, qui demande une attention de l'observateur. Car quoique l'on puisse faire quelqu'usage des observations faites à la hâte, ou pendant que l'état de l'atmosphère change d'un moment à l'autre, ces observations ne peuvent absolument être admises, quand il est question d'exactitude.

Je renvois pour la manière d'observer à Mrs. De Luc & Shuckburgh *. Pour en dire cependant un mot, que deux observateurs dans deux stations, l'une considérablement élevée sur l'autre, observent à chaque quart d'heure, ou même à chaque 10′ le baromètre, le thermomètre à son côté, & un autre thermomètre exposé à l'air libre à l'abri des rayons du soleil & de la réverbération de tout mur ou rocher trop prochain, qui puisse l'échauffer plus que l'air ambiant: ils auront en deux ou trois heures une douzaine d'observations simultanées. Un plus petit nombre suffit pour s'assurer par des moyennes arithmétiques, d'avoir une bonne observation correspondante du baromètre & des deux thermomètres à chaque station.

Après cela il n'y a plus que le calcul à faire; pour lequel Mr. De Luc en cherchant la facilité des opérations arithmétiques s'est éloigné de la simplicité que l'on peut souhaiter dans les préceptes. Il a recours à deux graduations particulières du thermomètre, l'une pour observer auprès du baromètre & l'autre en plein air. Il imagine plusieurs petits artifices de calcul, qui ne donnent cependant pas toute la facilité possible quand on veut les résultats de sa méthode à la rigueur. Mr. Shuckburgh donne des tables; mais cela n'est bon que quand on veut adopter ses éléments. Je me propose une facilité plus générale, avec l'avantage plus essentiel encore de présenter la théorie, par la formule la plus simple, & la plus convenable pour en discuter les éléments, en comparant les différentes hypothèses soit entr'elles, soit avec les observations.

---

* Ceux qui ne peuvent pas consulter les *Transact. Philosoph.* n'ont qu'à voir le *Journal de Physique* mars 1782 pag. 194 & suiv.

Soient donc, comme ci-devant,

E, e deux élévations de deux stations
A, a les hauteurs respectives du baromètre
T, t les degrés du thermomètre à l'air libre

& soient T', t' les degrés du thermomètre à côté du baromètre, & K, m, n des constantes, que l'on déterminera selon le système des logarithmes, les hypothèses, la graduation du thermomètre, & la mesure, que l'on aura choisies; la théorie nous donne généralement

$$e - E = K(m + T + t)\log.\frac{(n - T')A}{(n - t')a}$$

Que les logarithmes soient ceux des tables, la graduation des thermomètres celle de Réaumur, & que l'on demande $e - E$ en toises de France. En faisant $K = \frac{1000}{41}$, $m = 396\frac{1}{2}$, $n = 4330$, on aura précisément les mêmes résultats qu'en faisant, par les règles de Mr. De Luc, le calcul à toute rigueur.

Que l'on fasse $K = \frac{1000000}{38985} = 25{,}6509$, $m = 366{,}474$, $n = 4396{,}187$. On aura les mêmes résultats que par les règles de Shuckburgh. Je donne ces valeurs avec toute la précision du calcul que j'ai fait, des réductions nécessaires pour les degrés de Réaumur & la toise de Paris, au lieu des degrés de Fahrenheit, & du pied Anglois, dont Shuckburgh se sert. Mais on peut se contenter de faire $K = \frac{1000}{39}$, $m = 366\frac{1}{2}$, $n = 4396$ pour voir plus aisément les différences entre les hypothèses de Mrs. De Luc & Shuckburgh en comparant les deux formules particulières, qui les expriment,

$$e - E = \frac{1000}{41}(396\tfrac{1}{2} + T + t)\log.\frac{(4330 - T')A}{(4330 - t')a}$$ selon De Luc.

$$e - E = \frac{1000}{39}(366\tfrac{1}{2} + T + t)\log.\frac{(4396 - T')A}{(4396 - t')a}$$ selon Shuckburgh.

Pour en faire l'analyse, je commence par remarquer que quand $T' = t'$ le logarithme dans les deux formules se réduit à $\log.\frac{A}{a}$ & que pour ce cas il y a une valeur de $T + t$ pour chaque formule, qui la réduit à $e - E = 10000 \log.\frac{A}{a}$. Comme c'est le cas le plus simple, on voit que c'est celui d'où il faut partir, & il est clair qu'il a lieu selon Mr. De Luc quand $T + t = 33^{d.}\tfrac{1}{2}$, & selon Mr. Shuckburgh quand $T + t = 23^{d.}\tfrac{1}{2}$. Or $\frac{T+t}{2}$ est le degré, qui répond à la chaleur moyenne de l'atmosphère entre les deux stations. On aura donc quand cette chaleur moyenne est $16^{d.}\tfrac{3}{4}$ selon Mr. De Luc, ou $11^{d.}\tfrac{3}{4}$ selon Shuckburgh, $e - E = 10000 \log.\frac{A}{a} = 10000(\log.A - \log.a)$ c'est-à-dire que la différence des logarithmes des hauteurs barométriques jusqu'à la cinquième figure donnera précisément la différence des élévations des stations en toises, supposant que la température pour les baromètres aux deux stations soit la même.

Et cela toujours posé, l'on voit que quand la température moyenne entre les deux stations n'est pas $16^{d.}\tfrac{3}{4}$, selon Mr. De Luc il faut multiplier $10000 \log.\frac{A}{a}$ par $\frac{396\frac{1}{2} + T + t}{430} =$ $1 + \frac{T + t - 33\frac{1}{2}}{430} = 1 + \frac{1}{215}(\frac{T+t}{2} - 16^{d.}\tfrac{3}{4})$ c'est-à-dire qu'il y a une correction à faire de $\frac{1}{215}$ pour chaque degré de chaleur moyenne au dessus de $16^{d.}\tfrac{3}{4}$.

De même selon le Chevalier de Shuckburgh quand la chaleur moyenne n'est pas $11^{d.} \frac{3}{4}$ il faut multiplier $10000 \log. \frac{A}{a}$ par $\frac{366\frac{1}{2} + T + t}{390} = 1 + \frac{T + t - 23\frac{1}{2}}{390} = 1 + \frac{1}{195}\left(\frac{T+t}{2} - 11^{d.}\frac{3}{4}\right)$ c'est-à-dire qu'il y a une correction de $\frac{1}{195}$ pour chaque degré de chaleur au dessus de $11^{d.} \frac{3}{4}$. Plus exactement l'on trouveroit $\frac{1000}{194925}$ pour chaque degré au dessus de 11,6883. Mais cette précision est tout-à-fait inutile pour juger de la différence des deux hypothèses.

Passons maintenant au cas, où T' n'est pas égal à t', & par conséquent le mercure dans le baromètre aux deux stations est dilaté inégalement. Il faut selon Mr. De Luc au lieu de $\log. \frac{A}{a}$ prendre $\log. \frac{(4330 - T')A}{(4330 - t')a}$. Or Mr. De Luc a choisi $10^{d.}$ de Réaumur pour la température, à laquelle il réduit toutes les observations barométriques pour les rendre comparables. Donc quand $t' = 10$ il n'y aura point de réduction à faire pour la hauteur a & toute la correction tombera sur A, auquel il faudra substituer $\frac{4330 - T'}{4320} A = A \times \left(1 + \frac{10 - T'}{4320}\right)$; c'est-à-dire qu'il y aura une correction à soustraire de $\frac{1}{4320}$ pour chaque degré au dessus de 10. D'où il suit que la dilatation du mercure pour $80^{d.}$ de Réaumur depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, est supposée $\frac{80}{4320} = \frac{1}{54}$.

Mr. Shuckburgh prend pour terme de comparaison le $55^{d.}$ de Fahreneith, qui répond à $10^{d.} \frac{2}{9}$ de Réaumur. Mais sans égard à la fraction, je le suppose de même $10^{d.}$, & par le même raisonnement je vois que selon Shuckburgh il faut multiplier A par $1 + \frac{10 - T'}{4386}$, c'est-à-dire qu'il y a $\frac{1}{4386}$ de correction à ôter pour chaque degré au dessus de 10; & que pour $80^{d.}$, la dilatation du mercure ($\frac{80}{4386} = \frac{10}{548}$ *proxime*) s'approche plus

de $\frac{1}{55}$ que de $\frac{1}{54}$. Par un calcul plus exact selon Shuckburgh cette correction est de $\frac{1000}{4385965}$ à ôter pour chaque degré au dessus de 10 $\frac{2}{9}$.

De toutes ces différences entre Mrs. De Luc & Shuckburgh la seule qui soit bien considérable, est celle du degré de chaleur moyenne entre les deux stations lequel donne $e - E = 10000 \log. \frac{A}{a}$ en supposant $T' = t'$.

Car pour la dilatation du mercure, que nous avons vue $\frac{1}{54}$ selon Mr. De Luc, & selon Shuckburgh $\frac{10}{548}$ pour 80 degrés de Réaumur, cette différence n'en fait pas même une de $\frac{1}{10}$ de ligne sur 27 pouces pour le passage de la glace à l'eau bouillante; & pour une différence de $10^{d.}$ entre T' & t', elle ne donne que $\frac{1128}{100000}$, ou un peu plus de $\frac{1}{100}$ de ligne sur 27 pouces. Aussi crois-je que l'on peut adopter comme un élément bien établi que la dilatation du mercure dans le baromètre est $\frac{1}{14}$ de ligne sur 26 pouces, & $\frac{1}{13}$ sur 28 pour chaque degré que le thermomètre de Réaumur monte. Cette hypothèse tient un certain milieu entre celle de Mr. De Luc & celle de Shuckburgh, en approchant pourtant plus de la dernière, qu'il y a tout lieu de croire plus exacte. Selon cette hypothèse pour réduire les hauteurs barométriques à ce qu'elles seroient, si le thermomètre de Réaumur étoit à $10^{d.}$, il faut multiplier A par $1 + \frac{10 - T'}{4368}$, & prendre $\log. \frac{(4378 - T')A}{(4378 - t')a}$ pour la différence des logarithmes de ces hauteurs réduites.

L'autre correction qui dépend de la température moyenne de l'atmosphère entre les deux stations, n'est pas à beaucoup près aussi certaine. Mais si l'on étoit d'accord sur le degré où cette correction est nulle, la différence de sa grandeur de $\frac{1}{215}$ ou $\frac{1}{195}$ pour chaque degré de Réaumur, n'en feroit pas une

bien forte sur l'élévation des stations, surtout pour les climats tempérés, où $\frac{T+t}{2}$ le plus souvent ne s'écartera pas trop du degré, où la correction est nulle. Pour $10^{d.}$ au dessus, ou au dessous, les calculs des élévations selon les deux hypothèses ne donneroient pas la différence de $\frac{1}{200}$ entre les deux résultats, & je crois restreindre encore la limite de l'erreur probable de cette correction en faisant K=25 tout rond, ce qui suppose le changement du poids spécifique de l'air $\frac{1}{200}$ pour chaque degré de Réaumur. Car c'est l'hypothèse que je trouve la plus probable aussi pour les réfractions astronomiques. On peut voir dans l'Astronomie de Mr. De la Lande tom. 2 pag. 702 que Mr. de Bonne, d'après ses propres expériences, & les observations & les tables de Mrs. Mayer, De la Caille, & De Luc a déterminé la condensation ou raréfaction de l'air à $\frac{1}{229}$ pour chaque degré d'un thermomètre divisé en 90 parties entre la glace & l'eau bouillante. Cela revient à $\frac{1}{206}$ pour chaque degré de Réaumur. Mais les observations du Chevalier Shuckburgh, & plus encore les tables des réfractions de Bradley supposent un changement plus fort.

C'est pourquoi je m'en tiens à $\frac{1}{200}$, & je crois qu'on ne peut mieux faire que supposant

$$e-E=25\,(m+T+t)\log.\frac{(4378-T')A}{(4378-t')a}$$

déterminer la valeur de m par de bonnes observations choisies.

On peut pour cela commencer par supposer que la température, qui donne $e-E=10000\log.\frac{A}{a}$ quand $T'=t'$, soit $\frac{T+t}{2}=14^{d.}$, & par conséquent faire $m=372$,

$$e - E = 25\,(372 + T + t)\ \text{log.}\ \frac{(4378 - T')\,A}{(4378 - t')\,a}$$

& comparant la différence des logarithmes de cette valeur de $e - E$ & de sa mesure immédiate avec la différence des logarithmes de $(372 + T + t)$ & des nombres prochains dans les tables, on verra tout de suite quel nombre on doit substituer à 372 pour que la formule donne à $e - E$ la même valeur que la mesure.

Par exemple que l'on ait mesuré $e - E = 644$ toises, & observé

$A = 331{,}04$	$a = 283{,}6$
$T' = 8^d$	$t' = 6^d{,}25$
$T = 5^d{,}75$	$t = 3^d{,}3333$

On aura log. 4370 = 3.6404814   Log. 4371,75 = 3.6406553
Log. 331,04 = 2.5198332   Log. 283,6 = 2.4527062

6.1603146   6.0933615
6.0933615

$$\text{Log.}\ \frac{(4378 - T')\,A}{(4378 - t')\,a} = 0.0669531 \qquad \text{Log.}\ 0{,}0669531 = \bar{2}.8257706$$

Log. 25 = 1.3979400
Log. $(372 + 5{,}75 + 3{,}3333 = 381{,}0833) = 2.5810200$

Log. $(e - E) = 2.8047306$
Log. 644 = 2.8088859

Différence 41553

Mais la différence des logarithmes de 38100 & 38101 est 114. Je divise donc 41553 par 114, & ajoutant le quotient 364, 5 à 38108, 333 j'ai 38472, 833, dont la *mantisse* du logarithme est 5851542, qui ne diffère de celle dont je me suis servi dans le calcul de log. $(e - E)$ que de 41342. Il me faut donc encore augmenter cette différence de 211, & par les petites tables des parties proportionnelles, qui sont à côté de celles des logarithmes, je vois qu'il faut pour cela ajouter 1,87 à la cinquième figure du nombre, qui par conséquent deviendra 384,747, dont le logarithme est 2. 5851752. De 384,747 j'ôte $T + t = 9{,}083$, & j'ai $m = 375{,}664$, $\frac{400 - m}{2} =$ 12, 168 c'est-à-dire que la température qui donne $e - E =$ 10000 log. $\frac{A}{a}$ quand $T' = t'$ doit être supposée $\frac{T + t}{2} =$ $12^{d.}$, 168 pour que dans l'exemple proposé la formule soit parfaitement d'accord avec l'observation.

Cette manière de trouver m est indirecte, mais elle procure l'avantage d'avoir d'avance le calcul fait pour les valeurs de $e - E$ quand on se sera décidé sur celle de m par la comparaison de la formule avec un nombre suffisant d'observations & de mesures bien certaines.

Si l'on en avoit beaucoup de faites avec un thermomètre autrement gradué, que celui de Réaumur, & avec une autre mesure que la toise de Paris, le plus court seroit de réduire la formule à cette graduation & à cette mesure. Ainsi pour les degrés de Fahrenheit & le pied Anglois, soit r le rapport du pied de Paris au pied Anglois, & K', m', n' les constantes, qui doivent tenir la place de K, m, n; il n'y a qu'à faire

$K' = \frac{24 rK}{9}$; $m' = \frac{9}{4} m - 64$; $n' = \frac{9}{4} n + 32$. Je fais $r = 1,06575$ selon la détermination de Mr. Bird adoptée par Mr. Magellan *, & ma formule me donne $K' = 71,05$ précisément, & $n' = 9872 \frac{1}{2}$, où le *demi* peut se négliger sans que cela produise dans la valeur de $e - E$ la moindre différence sensible. J'écris donc pour les pieds Anglois & la graduation de Fahrenheit

$$e - E = 71,05 \, (m' + T + t) \log. \frac{(9872 - T')A}{(9872 - t')a}$$

où il faut faire $m' = 773$, si l'on veut supposer $m = 372$; & quand on aura déterminé m' par la comparaison de la formule avec de bonnes observations, on en déduira $m = \frac{4}{9} (m' + 64)$.

Si l'on vouloit se conformer aux hypothèses de Mr. De Luc, il faudroit faire $K' = 66,093$; $m' = 828 \frac{1}{8}$, $n' = 9774 \frac{1}{2}$, où le *demi* peut se négliger, ainsi que nous venons de le remarquer pour notre formule, & cela ne change que le degré de la température à laquelle on réduit toutes les observations du baromètre. Elle sera le $54^{d.}$ de Fahrenheit au lieu du $54^{d.} \frac{1}{2}$, qui répond au $10^{d.}$ de Réaumur.

Pour avoir un équivalent des règles de Shuckburgh il faut faire $K' = 72,9$; $m' = 760,5652675$; $n' = 9923,42$, & les deux formules pour le thermomètre de Fahrenheit & le pied Anglois se réduisent à

$$e - E = 66,093 \, (828,125 + T + t) \log. \frac{(9774 - T')A}{(9774 - t')a} \text{ selon De Luc.}$$

$$e - E = 72,9 \, (760,565 + T + t) \log. \frac{(9923 - T')A}{(9923 - t')a} \text{ selon Shuckburgh.}$$

* V. Journal de Physique de Rozier pour 1782 pag. 115 & 116.

Je ne crois pas devoir m'arrêter plus long tems sur ces détails ; mais je souhaite que les réflexions auxquelles ils peuvent donner lieu, puissent engager les savants qui se trouveront en avoir les moyens les plus sûrs & les plus faciles, à s'occuper de la détermination de la valeur de *m* pour donner enfin toute la perfection possible à une méthode aussi utile & aussi importante.

Fig. III

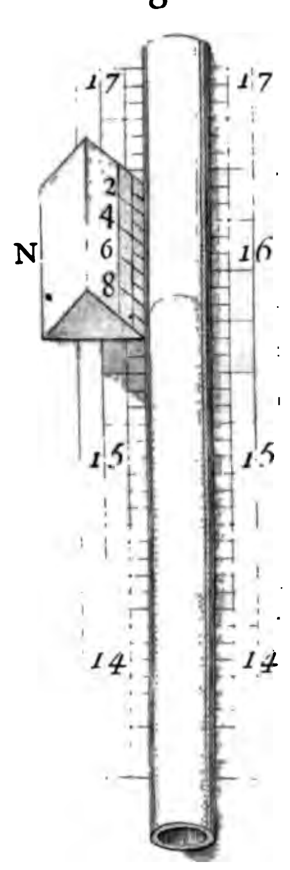


Fig. II



RECHERCHES
ANATOMICO-PATHOLOGIQUES
SUR
LES ANEVRISMES DES ARTÈRES
CRURALE ET POPLITÉE

PAR Mr PENCHIENATI

En parcourant les différens Auteurs qui ont parlé des *anévrismes vrais* ou *faux* des *artères crurale* & *poplitée*, on trouve une contradiction si frappante dans le jugement qu'ils portent sur la possibilité ou l'impossibilité de les guérir, que les jeunes Chirurgiens ne peuvent que demeurer indécis sur le parti qu'ils ont à prendre dans de semblables cas: la comparaison même du bon & du mauvais succès des cures semble devoir augmenter leur indécision. Des recherches, qui tendroient à éclaircir un point de Chirurgie d'une si grande importance, m'ont paru du ressort de l'Académie.

Le but de ces recherches est

I.° De faire voir qu'un jugement si contradictoire est venu de ce que les Auteurs ont voulu d'un cas particulier tirer une conséquence trop générale, sans faire attention ni à la différence du volume, de la situation & de la nature de ces maladies, ni aux variations que l'on trouve assez souvent dans la distribution des rameaux de ces artères, ou de leurs anastomoses.

II.° De déterminer les cas où le Chirurgien pourra avec fondement entreprendre la cure d'un *anévrisme vrai* ou *faux*

des *artères crurale* ou *poplitée*, & ceux dans lesquels tous ses soins seroient inutiles.

J'ajouterai quelques réflexions sur les moyens qu'il seroit bon d'employer pour faire la compression de l'*artère anévrismale*, & je finirai par quelques observations *pathologiques*, en concluant que, dans les *anévrismes au jarret* que l'on n'aura pu guérir ni par la compression ni par la ligature, l'on doit préférer l'amputation de la jambe à celle de la cuisse.

Il n'y a aucune maladie chirurgicale qui demande de la part du Chirurgien des notions anatomiques aussi précises & aussi détaillées que l'*anévrisme*, étant nécessaire qu'il connoisse non seulement tout le trajet du tronc principal de l'artère affectée, mais encore celui de toutes ses branches & de tous ses rameaux, ainsi que leurs différentes anastomoses: je ne m'arrêterai cependant pas à décrire le cours du tronc des *artères crurale* & *poplitée*, parcequ'il est assez connu & constant; je me contenterai de rappeler en peu de mots l'origine, la distribution & la communication de leurs branches, & quelques variations que j'y ai observées, parceque sans cela l'on ne sauroit comprendre ce que je me suis proposé de démontrer dans ce Mémoire; ceux qui désireront un détail plus ample, n'ont qu'à consulter les planches d'Eustache *, & du Baron de Haller **, ainsi que l'exposition anatomique de Winslow ***, & d'Adolphe Murray ****.

* Tab. 24 & 25.

** *Icon. anatomic.* fascic. V. tab. 1, 2, 3, 4, & 5.

*** *Traité des artères* n. 255 & suiv.

**** *In aneurysmata femoris observationes.* Upsaliae 1781 in 4.o & dans le recueil des auteurs, qui ont écrit en latin sur les anévrismes par Thomas Lauth. Argentorati 1785 in 4.o

L'artère iliaque externe, après avoir formé *l'épigastrique* & *l'iliaque circonflèxe*, sort de dessous l'arc crural, & laisse le nom d'*iliaque*, pour prendre celui de *crurale* ou de *fémorale*.

La *crurale* se porte de haut en bas sur le muscle *iliaco-psoas*, en donnant dans son cours de petits rameaux aux glandes des aines & aux muscles voisins; elle en donne deux surtout aux parties externes de la génération, connus sous le nom d'*artères honteuses externes*.

Quatre travers de doigt ou environ au dessous de cet arc, elle produit une très-grosse branche presqu'égale au tronc, que l'on nomme l'*artère profonde de la cuisse*. Celle-ci après le trajet d'un pouce plus ou moins, se divise en deux autres appelées *artères circonflèxes*: on nomme la première *externe*, parcequ'elle se porte du côté externe de la cuisse, & l'autre *interne*, parcequ'elle se porte du côté opposé.

Les *circonflèxes* ainsi appelées, parcequ'elles font une espèce de couronne autour de l'extrémité supérieure du fémur, s'anastomosent entr'elles, ensuite avec l'*obturatrice*, l'*ischiatique*, les *fessières*, l'*hémorroïdale externe*, & avec d'autres rameaux de l'*hypogastrique*, qui viennent tous se distribuer dans la partie supérieure de la cuisse.

La *circonflèxe externe* en particulier fournit une branche assez remarquable, qui descend entre le *muscle droit antérieur* & le *crural*, pour aller se répandre dans la face interne du *vaste externe*. Dès qu'elle est arrivée vers l'extrémité inférieure de ce dernier muscle, elle s'anastomose avec un rameau aussi remarquable, qui part tantôt de la *crurale* sur le point que celle-ci va devenir *poplitée*, & tantôt de la *poplitée* même.

Du milieu de la convexité de l'arcade, que fait cette anastomose, descend un rameau qui, après être arrivé sur le condyle externe du fémur au côté externe de la rotule, se divise en plusieurs autres qui s'anastomosent avec l'*artère articulaire externe supérieure*, & avec d'autres petites artères du genou; cette loi cependant n'est pas constante. Dans les dernières injections & dissections, que j'ai faites avec notre collègue Mr. Brugnone, nous avons observé que la *circonflèxe externe* naissoit du tronc même de la *crurale* deux bons travers de doigt au dessous de la *profonde*, & qu'elle se distribuoit, comme dans les cas ordinaires, par un rameau descendant dans *le vaste externe* où elle s'anastomosoit avec un rameau considérable, qui venoit de la *crurale* un pouce au dessus de l'origine de la *poplitée;* de manière qu'entre l'origine de la *circonflèxe externe*, & celle de son *artère anastomotique*, il n'y avoit dans ce sujet que l'espace de trois pouces ou environ.

La *crurale*, avant que d'être *poplitée*, donne aussi de son côté interne un rameau assez considérable, qui descend le long du côté interne de l'extrémité inférieure de la cuisse, & qui, dès qu'il est arrivé au côté interne de la rotule & sur le condyle interne du fémur, se divise en différens petits rameaux qui s'unissent avec l'*articulaire interne supérieure*, & avec le rameau qui, comme nous avons dit, descend le long du *vaste externe* au côté externe de la même extrémité inférieure de la cuisse.

L'*artère poplitée*, avant que de produire les *articulaires supérieures*, donne ordinairement deux ou trois petits rameaux qui vont se distribuer dans l'extrémité inférieure des muscles *semi-nerveux*, *semi-membraneux*, *couturier*, & *biceps*.

La même *poplitée*, étant parvenue vis-à-vis des condyles du fémur, donne les deux *artères articulaires supérieures* l'une *externe* & l'autre *interne*, & fournit ordinairement, deux travers de doigt plus bas, les deux *articulaires inférieures.*

Chacune des *supérieures* se porte de son côté sur les condyles, en se ramifiant au-dessous & au-dessus de la rotule, & en s'unissant ensemble, celle du côté droit avec celle du côté gauche & avec les deux rameaux qui descendent l'un du côté externe, & l'autre du côté interne de l'articulation.

Les *articulaires inférieures* se portent aussi chacune de son côté de derrière en devant sur la tête du tibia, où elles se partagent en plusieurs rameaux dont quelques-uns pénètrent & se perdent dans l'articulation même : d'autres montent aux parties latérales du genou, & s'anastomosent avec quelques rameaux descendans des *articulaires supérieures;* d'autres enfin descendent pour s'unir avec les rameaux ascendans ou récurrents de la *tibiale antérieure.*

Après *les articulaires* vient cette même *tibiale* qui est une branche très-considérable provenante de la face antérieure de la *poplitée*, tantôt derrière les condyles du fémur, tantôt un peu plus bas, quelquefois même vers le milieu de la longueur de la jambe. Lorsque cette artère a son origine vis-à-vis des condyles ou de l'articulation de ces mêmes condyles avec le tibia, les quatre *articulaires* partent de la *poplitée* plus près les unes des autres, & la *tibiale antérieure* est obligée de descendre par un certain trajet, avant que de percer le ligament inter-osseux. S'il arrive, comme je l'ai observé sur une femme morte d'un *anévrisme au jarret*, que la *tibiale* ait son

origine vers le milieu de la jambe, alors les *articulaires inférieures* naissent aussi plus bas, & étant plus éloignées des *supérieures* elles montent pour se porter vers la tête du tibia, au lieu que dans les cas ordinaires elles descendent.

Non content d'avoir observé sur plusieurs cadavres, dont j'avois injecté les artères avec de la cire & avec de la graisse, les différentes branches & les différens rameaux collatéraux des *artères crurale* & *poplitée*, ainsi que leurs anastomoses, je crus aussi qu'il étoit nécessaire de m'assurer de l'effet de ces anastomoses, en injectant de l'eau colorée dans les mêmes artères, après avoir fait en différens endroits plusieurs ligatures.

Dans la première expérience je commençai par faire une ligature à l'*artère crurale droite* au-dessus de la *profonde*, & une autre du côté gauche, dans laquelle je compris l'*artère profonde* avec la *crurale;* j'en fis deux autres, une de chaque côté, aux deux *crurales* au point qu'elles vont prendre le nom de *poplitées;* je fis aussi lier les gras des jambes avec une corde bien serrée, pour arrêter la liqueur dans le cas qu'elle fût parvenue jusqu'à cet endroit. Le tout étant ainsi disposé, j'injectai par l'*artère hypogastrique droite* environ une livre & demi de teinture de safran, & autant de teinture noire par la *gauche*. La liqueur injectée du côté droit pénétra avec beaucoup de facilité, & remplit l'*artère crurale* depuis la première ligature jusqu'à la seconde; toutes les branches & tous les rameaux qui en partent, étoient aussi remplis. Ce ne fut qu'avec beaucoup de peine qu'il me réussit de pousser l'injection du côté gauche: à peine put-elle teindre en noir les parois internes de l'*artère crurale*, qui étoit comprise entre les deux premières ligatures;

rien n'avoit passé dans la *poplitée* ni d'un côté ni de l'autre, peut-être pour avoir compris dans la ligature inférieure l'*artère anastomotique* de la *circonflèxe externe*.

Dans un autre cadavre je liai la *poplitée* dès son origine, & après avoir coupé la jambe à l'endroit où se terminent ses tendons fléchisseurs, j'injectai de l'eau chaude par l'*artère crurale* au-dessous de la *profonde;* je fus étonné de la voir sortir par différens endroits de la surface du moignon; le plus gros jet qui venoit de la *tibiale antérieure*, étoit égal à la plume de l'aile d'un pigeon.

Comme je n'étois pas bien sûr si les jets venoient des anastomoses des rameaux collatéraux, ou de ce que le tronc principal ne fût pas suffisamment serré, je me déterminai à faire sur un troisième cadavre deux ligatures à la *poplitée* une au-dessus & l'autre au-dessous des *artères articulaires:* ensuite ayant fait, comme ci-dessus, des injections d'eau chaude par l'*artère crurale* après avoir coupé la jambe, il n'en sortit que quelques gouttes qui, au lieu de sortir de l'extrémité des vaisseaux coupés, sembloient plutôt transsuder du tissu cellulaire: enfin après avoir lié la *poplitée* au-dessus des *articulaires supérieures*, & avoir coupé la jambe, je fis de semblabes injections par l'*artère profonde* seulement. La portion de la *poplitée* au-dessus de la ligature se remplit d'eau qui en regorgeant dans la *profonde*, en fit crever les parois près de sa division en *circonflèxes;* il en sortit très-peu de la surface du moignon, quoique, selon Murray *, on dût s'attendre d'en voir sortir

* Pag. 531 de la collec. de Lauth.

davantage par les rameaux descendans aux parties latérales interne & externe de l'articulation. Guattani * avoit déjà essayé de semblabes injections, mais elles n'étoient pas suffisantes pour m'éclairer dans mes recherches. Murray ayant fait une injection dans l'*iliaque*, après avoir lié l'*artère crurale* pour ne pas répandre inutilement la matière de l'injection, dit dans la collection de Mr. Lauth pag. 533. d'avoir observé que la matière de cette injection passa très-aisément dans les artères de la cuisse, de manière à ne pouvoir douter des différentes anastomoses qu'elles ont entr'elles. Mais à la page 535 en parlant des injections liquides colorées faites par Guattani il doute que le sang plus épais que ces liqueurs puisse pénétrer dans ces *artères anastomotiques* pour suffire à la nourriture des membres.

D'après la description des artères de la cuisse, que je viens de donner, & d'après les injections solides & liquides faites sur différens sujets, l'on pourra aisément s'appercevoir de l'espèce de contradiction dans laquelle tombe cet Auteur, sans que j'en donne moi-même la raison.

Supposons maintenant que l'*anévrisme vrai ou faux* soit à l'*artère fémorale* à quelque distance de l'arc crural & de l'origine de la *profonde*, l'on pourra par la compression ou par la ligature en espérer la guérison, parceque les nombreuses anastomoses que les rameaux de l'*artère hypogastrique* ont avec ceux des *circonflèxes*, sont plus que suffisantes pour fournir le sang nécessaire à la nourriture de la cuisse & de la jambe,

---

* *De externis aneurysmatibus* pag. 63 & seq.

quoiqu'en disent Paul d'Egine *, & plusieurs autres Maîtres de l'art, qui avoient regardé ces sortes d'*anévrismes* comme incurables.

Le raisonnement, comme nous venons de le dire, & encore plus l'expérience nous assurent du contraire. Marc Aurèle Severin ** rapporte au long l'observation d'un *anévrisme* à l'aine, qu'il a guéri au moyen de l'application répétée du cautère actuel, & je ne comprends pas comment le Grand Morgagni, le premier des Anatomistes de ce siècle, en faisant mention de cette observation, la regarde comme presqu'incroyable. Il ajoute même ***; *Miraberis plurimum ...... quomodo computrefacta, dissoluta, diffracta juxta inguen cruralis arteria valuerit admoti ignis vi suos iterum parietes recuperare, ut artus ille non solum vivere, sed eo vix humili baculo aliquantulum nixus, rectus incedere homo potuerit.* Car Severin ne dit pas que l'artère pourrie ait recouvré ses parois, mais il dit que l'action du feu a empêché l'hémorrhagie, en obstruant l'artère ouverte, & malgré la destrucion de cette portion de l'*artère crurale*, on explique très-aisément la cause de la conservation du membre par les anastomoses de l'*hypogastrique* avec la *profonde*. Guattani **** nous donne l'histoire d'un très-gros *anévrisme* qu'avoit un orfèvre à l'aine droite, & qu'il a parfaitement guéri au moyen de la compression, après l'avoir ouvert & en avoir laissé sortir environ 12 livres de sang. Le même Auteur, pour prouver que le mem-

---

* *De re medica* lib. 6 cap. 38.

** *De abscessuum recondita natura* lib. 4 cap. 70.

*** *De sedibus & caussis morborum* ep. 11. 50. n. 12.

**** Loco citato pag. 50 & seqq.

bre peut se nourrir sans le concours de l'*iliaque externe*, rapporte deux observations faites l'une par lui même, & l'autre par Pierre Javina, sur deux *anévrismes* également situés à l'aine, à la suite desquels une grande portion de l'*artère iliaque* s'étoit obstruée, sans qu'il en arrivât la gangrène aux parties inférieures. Le célèbre Morand dans ses *opuscules de Chirurgie*, en parlant de l'extirpation de la cuisse, assure que l'on peut lier l'*artère crurale* près de l'aine, sans que le membre périsse.

Il est bon néanmoins de remarquer que l'opération seroit impraticable ou inutile, si l'*anévrisme* s'étendoit ou dans le ventre au delà de l'arc crural, ou si près de la *profonde*, qu'il ne fût pas possible de faire la ligature ou la compression, sans y comprendre cette dernière artère; car dans le premier cas, qui est-ce qui oseroit couper l'arc & une portion des muscles de l'abdomen, pour aller lier l'*artère iliaque externe* dans le ventre ne connoissant point l'étendue de l'anévrisme? Dans le second la gangrène seroit inévitable, puisqu'après la *profonde* il ne part de la *crurale* aucune branche de communication capable de porter une nourriture suffisante; c'est ainsi qu'il arriva à un Chirurgien de Rome qui, contre l'avis du même Guattani *, voulut lier l'*artère crurale* devenue anévrismale depuis l'arc crural jusqu'au-dessous de la *profonde*: d'ailleurs on a déjà vu que les injections faites par l'*hypogastrique* n'ont pu passer dans la *crurale*, lorsqu'on avoit lié la *profonde*. Le rameau même de la *circonflèxe externe*, malgré les anastomoses de celle-ci avec l'*hypogastrique*, ne peut qu'être

* Loco citato pag. 48.

d'un très-foible, ou de nul usage, lorsque la *profonde* est interceptée.

Presque tous les Auteurs de Chirurgie ont cru que les blessures de l'*artère crurale*, ainsi que ses anévrismes vrais n'étoient pas susceptibles de guérison, toutes les fois qu'ils occupoient une partie de son trajet depuis la *profonde* jusqu'à la *poplitée*, & ils n'ont trouvé d'autres ressources pour sauver le malade, que l'amputation de la cuisse.

Mais si l'on fait attention aux anastomoses qu'a la *circonflèxe externe* avec le rameau remarquable, qui vient ou de l'extrémité inférieure de la *crurale*, ou du commencement de la *poplitée*, on aura raison de croire que malgré l'interception de cette portion de la *crurale*, ces anastomoses seront dans le cas de soutenir la vie du membre. Saviard dans l'observation 63 * traite d'un *anévrisme faux* de l'*artère crurale*, causé par un coup d'épée, qui a été guéri par deux ligatures une au-dessus & l'autre au-dessous de l'ouverture de l'artère, sans qu'il en soit survenu aucun accident considérable; au contraire le *blessé depuis ce tems-là* (dit l'observateur) *a vecu en parfaite santé*. Heister ** parle même d'une blessure de cette artère guérie par la compression, & il décrit un instrument compressif, pour empêcher que l'artère blessée ne se fasse *anévrismale*. D'autres exemples semblabes sont rapportés par de Haen ***, par Guattani ****, par Arnaud *****, par Vicq d'Azyr ******, par

* *Nouveau recueil d'observations chirurgical. s. Paris* 1702 in 12.

** Dissert. chirurg. *de arteriae cruralis vulnere periculosissimo feliciter sanato* 1741.

*** *Methodi medendi* part. 7 §. 2.

**** Loc. cit.

***** *Mémoires de Chirurgie tom.* 1. pag. 193.

****** *Société Royale de Médecine* tom. 3 pag. 227.

Murray* &c. ; c'est donc avec beaucoup de fondement qu'Antoine Guénault après Heister dans une thèse soutenue à Paris l'an 1742 conclut en ces termes: *Non ergo, vulnerata arteria crurali, ab amputatione auspicandum.* Il faut néanmoins observer que dans le cas extraordinaire où l'*artère anastomotique* du *vaste externe* naît de la *crurale* vers le milieu de la longueur de la cuisse, & la *circonflèxe externe* tire aussi son origine de la même *crurale* au-dessous de la *profonde*, l'opération ne pourroit avoir lieu que dans le petit espace compris entre ces deux artères. Lorsque nous avons mis une ligature à l'extrémité inférieure de l'*artère crurale* au-dessus de l'*artère anastomotique* dont nous avons parlé, la matière de l'injection n'a pu passer dans la *poplitée.*

Il est très-difficile, pour ne pas dire impossible, de deviner la cause du silence que tous les Auteurs de Médecine & de Chirurgie anciens & modernes ont gardé jusque vers le milieu du 17e siècle sur l'*anévrisme vrai* & *faux* de l'*artère poplitée ;* car il semble qu'il n'y a pas lieu de douter que les mêmes causes qui les produisent de nos jours, n'ayent existé & agi également de tout tems. Néanmoins Marc Aurèle Severin ** paroît être le premier qui en ait fait mention en peu de mots ; *Aneurysmatis vi* (dit-il) *sub poplite abditi mortuus est misere sutor quidam calceolarius.* Après lui Vanhorne dans une lettre *** contenant l'histoire d'une tumeur anévrismale observée par Thomas Bartholin, parle d'un *anévrisme vrai au jarret* qui fut aussi mortel. Henri de Moinichen dans

* Loc. cit. pag. 535 & seqq.

** Lib. cit. & loc.

*** Voyez cette lettre imprimée à Palerme en 1644.

ses *observations médico-chirurgicales* imprimées à Copenhague en 1665 décrit un *anévrisme vrai* de la même partie, qui se creva de lui-même, & dont le malade guérit, lui étant pourtant resté un engourdissement avec l'atrophie du membre. Depuis ce Médecin Danois aucun autre, que je sache, n'a parlé de cette maladie que Valsalva qui au commencement de ce siècle a eu le bonheur d'en guérir un assez gros par une longue diète, par des saignées répétées & par la compression; le malade néanmoins mourut quelques années après de la même maladie à l'autre jarret *. Melli, dans ses œuvres de Chirurgie publiées l'an 1721, rapporte trois observations d'*anévrismes* à l'*artère poplitée*, dont un seul a été guéri au moyen de la compression **. Depuis le milieu de ce siècle les observations des anévrismes en cette partie sont devenues très-fréquentes surtout en Italie. Guattani ***, Masotti ****, Grimius *****, Testa ******, & autres en rapportent plusieurs exemples. Moi-même j'en ai observé sept à huit dans le cours de ma pratique en cette Ville, qui ont tous été mortels. Grimius attribue la cause de la fréquence de ces anévrismes en Italie à la chaleur du climat, & aux boissons trop fortes, dont les Italiens font usage; mais s'il est vrai que les Sauvages de l'Amérique, & particulièrement ceux qui habitent une partie de l'île de St Vincent, sont très-sujets à cette maladie, parce qu'ils ont

* Voyez *Morgagni epist. cit. num.* 9 & 10. Benevoli *osserv. di Chirurgia* oss. XI.

** *Arte medico-chirurgica esaminata da' suoi principj.* Venez. 1721 *in* 8. *dispac.* 2.

*** Loc. cit.

**** *Dissert. su l'aneurisma del poplite in Firenze* 1772 *in* 8.

***** *De poplitis aneurysmate. Londini* 1773 in 4.

****** *De re medic. & chirurgica epist.* VII. 1781 *in* 8.

l'habitude de se serrer trop fortement les jambes au-dessous des genoux *, pourquoi, sans exclure les autres causes ordinaires, ne pourrions-nous pas soupçonner que les Italiens y sont depuis quelque tems plus exposés, à cause de l'usage plus commun qu'ils ont introduit des jarretières trop serrées? Quoiqu'il en soit de cette remarque, je ne la donne que comme une simple conjecture. Outre les trois exemples ci-dessus rapportés d'*anévrismes au jarret* guéris par la nature, ou au moyen des remèdes internes ou de la compression, nous en avons plusieurs autres, comme on peut le voir dans Guattani & dans Masotti.

La compression doit toujours être le premier moyen chirurgical qu'il faut employer pour tenter la guérison des anévrismes qui commencent, ou qui sont encore petits; mais il faut qu'elle soit partielle, & qu'elle tombe précisément sur la tumeur anévrismale, & sur un autre point du membre opposé à celle-ci; car si elle tomboit sur toute sa circonférence, les petites artères collatérales comprimées ne pourroient plus recevoir le sang, ni conséquemment le fournir au tronc principal. Heister, Platner, Arnaud & presque tous les autres Auteurs ont reconnu la nécessité de cette compression partielle, mais aucun jusqu'à présent n'a donné un instrument qui produisît en entier l'effet désiré: ils ont tous l'inconvénient que l'on cherche à éviter: les moins défectueux sont ceux qu'on trouve dessinés dans *les institutions de Chirurgie* de Platner, & d'Heister, dans *les mémoires de Chirurgie d'Arnaud*, & dans le *troisième tome de la Société Royale de Médecine;*

* Arnaud. loc. cit. pag. 183 not. (*a*)

néanmoins les courroies de ces instrumens, en entourant circulairement le membre, ne laissent pas, lorsqu'elles sont attachées aux ardillons & que l'on serre la vis, que d'en comprimer les parties latérales qu'il seroit indispensable de laisser en liberté.

Pour éviter cet inconvénient que je crois être une des causes principales du petit nombre de guérisons des *anévrismes au jarret* ou ailleurs, obtenues par la compression, il me paroît que si les plaques du tourniquet posées transversalement sur le membre, le débordoient plus ou moins aux deux côtés externe & interne, alors les courroies attachées aux ardillons seroient éloignées de la peau, & laisseroient circuler librement le sang, quoiqu'on serreroit suffisamment la vis.

La compression aux *anévrismes du jarret* ne peut convenir, comme je l'ai dit plus haut, que lorsqu'ils n'ont qu'un petit ou tout au plus un volume médiocre; dès qu'ils ont acquis une certaine grosseur, & surtout les *anévrismes faux*, elle ne sauroit avoir lieu. Dans ce cas les Chirurgiens étoient réduits ou à laisser périr le malade, ou à faire l'amputation de la cuisse, comme ils se régloient à l'occasion de cette maladie à l'*artère crurale*. Heister, dans des thèses qu'il a fait soutenir à Helmstad l'an 1744 *de genuum structura, eorumque morbis*, à été le premier à proposer la ligature de l'*artère anévrismale au jarret*, & fâché de ne pas l'avoir pratiquée sur une fille qui mourut de cette maladie, il promet d'en faire usage, s'il survenoit des cas semblabes, en se flattant qu'elle réussiroit au jarret par les mêmes raisons qu'elle réussit presque toujours au pli du bras; *quia natura hac in re* (dit Heister), *ut ex cadaverum sectionibus notavi, magnam similitudinem in-*

ter brachia, & pedes servat. Haller espère le même succès dans les *explications du V. Fascicule de ses planches anatomiques*, & il se fonde principalement sur les anastomoses des *artères articulaires* du genou entr'elles, & avec les rameaux ascendans de la *tibiale antérieure.* L'expérience constata presque dans le même tems la pensée de ces deux grands Hommes. Kaysser, Lorrain d'origine & Chirurgien Major dans les troupes du Grand-Duc de Toscane, fit à Florence au commencement de l'année 1744 l'opération de l'*anévrisme au jarret* sur un soldat qui en fut parfaitement guéri dans l'espace de quatre mois *. Il la fit une seconde fois, & avec le même succès en 1746, & une troisième fois en 1748. Lokman autre Chirurgien Lorrain la pratiqua dans la même ville en 1752. L'un & l'autre ne faisoient qu'une ligature. Masotti qui l'a pratiquée aussi heureusement en 1753, en faisoit deux, & cette dernière méthode a été suivie par Guattani en 1756. Toutes ces observations prouvent assez que les *anévrismes du jarret* ne sont pas tous incurables, lors même que ni la compression, ni la diète, ni les autres remèdes n'ont pu réussir.

On pourra voir par la description que je donnerai dans le mémoire suivant des *artères sous-clavière* & *brachiale* & de leurs anastomoses que l'analogie qu'il y a entre ces *artères* & la *crurale*, n'est pas si grande qu'Heister l'a supposée, & qu'il est encore moins vrai que les rameaux de l'*artère fémorale* forment des anastomoses plus fréquentes & plus grandes que l'*ar-*

---

* Testa lib. cit. epist. 7 n. 56.

tère brachiale, ainsi que l'avance Murray dans la préface de sa dissertation *.

C'est pourquoi il ne faut pas dissimuler que l'opération de l'*anévrisme au jarret* n'est pas praticable dans tous les cas où elle peut convenir au pli du bras: elle ne convient au jarret que lorsque *l'anévrisme vrai* n'occupe pas toute sa cavité, & que l'ouverture de l'artère dans *l'anévrisme faux* ne s'étend pas par tout l'espace qu'il y a entre les *artères articulaires supérieures*, & les *inférieures;* nous serions obligés dans les deux cas d'intercepter par la ligature le cours du sang dans ces *artères;* par conséquent, n'y ayant dans cet endroit d'autres rameaux artériels qui communiquent avec ceux de la jambe, la gangrène seroit inévitable. C'est ce que Masotti a déjà très-bien remarqué **: encore moins l'opération seroit-elle pratiquable, si l'*anévrisme* s'étendoit jusqu'à l'endroit où la *crurale* perce le tendon du *triceps;* parce qu'alors il ne resteroit d'autre rameau de communication pour porter la nourriture à la jambe, que le très-petit qui descend de l'arcade de l'anastomose de la *circonflèxe externe* qui n'est pas suffisant pour cet effet. Un très-habile Chirurgien fit en ma présence l'opération d'un *anévrisme au jarret*, qui s'étendoit jusque vers la partie interne de la cuisse, & quoiqu'il n'eût fait qu'une seule ligature, quelques jours après, le pied & la jambe se gangrenèrent, comme il arriva aussi, il y a quelques années à la jambe d'un domestique de notre illustre Collègue Mr. le Marquis de Brezé, à qui je

* *Ramos femoralis arteriae frequentiores & majores formare anastomoses, quam arteria brachialis.*

** Loc. cit. pag. 13 & 14.

fis moi-même, au moyen de deux ligatures, l'opération d'un *anévrisme* qui occupoit tout le jarret.

Lorsque l'*anévrisme* est petit & près des muscles jumeaux, l'opération est plus indiquée:

1.° Parce que dans ce cas l'on peut toujours conserver les *artères articulaires supérieures*, & les rameaux qui, comme nous avons dit, partant au-dessus de celles-ci vont se distribuer aux tendons des muscles fléchisseurs de la jambe.

2.° Parce que l'anévrisme se trouveroit peut-être dans la *poplitée*, après avoir donné la *tibiale antérieure* qui est assez grosse pour porter le sang nécessaire sans le secours d'autres rameaux. J'ai fait observer qu'il n'est pas rare que la *tibiale* tire son origine de la *poplitée* près des condyles du fémur, & quoique Mr. Testa avoue de ne l'avoir jamais rencontrée si haut; néanmoins appuyé sur les observations des autres Anatomistes il est le premier qui ait fait observer que dans ce cas l'opération seroit certainement très-heureuse. Il est même à présumer que le bon succès des opérations faites par Kaysser, Masotti & Guattani aura dépendu de cette situation de l'anévrisme ou de la hauteur de la *tibiale*.

Dans le cas rapporté par Guattani *l'anévrisme* étoit si bas que probablement il occupoit le tronc de la *poplitée* au-dessous de la *tibiale*, vu que l'Auteur même dit que pour faire la ligature inférieure il a été obligé de diviser une partie des *muscles jumeaux* & *solaire*. Je serai porté à croire que le cas de Masotti fût à peu près le même que celui de Guattani, ou s'il n'étoit pas tout-à-fait le même, du moins a-t-on dû conserver les *artères articulaires supérieures*.

Hunter & Guattani, avant que de venir à l'opération d'un *anévrisme vrai*, donnent pour règle générale de faire auparavant pendant quelque tems une compression modérée; car selon eux cette compression peut non seulement s'opposer à une trop prompte augmentation de la maladie, mais encore faire dilater peu à peu les vaisseaux collatéraux qui, à cause de leur petit diamètre, ne seroient pas capables de recevoir dans l'instant la quantité de sang nécessaire à la vie du membre.

Mais si aucun des moyens indiqués n'a pu guérir l'*anévrisme au jarret*, n'y-a-til plus aucun autre expédient que l'amputation de la cuisse? C'est bien fâcheux d'être réduit à une telle ressource, puisqu'elle est ordinairement suivie de la mort. Guattani rapporte quatre exemples de cette opération faite dans de semblables cas, toujours sans succès. Mr. Testa en a deux, & moi j'ai eu occasion d'en voir deux autres, & je ne connois jusqu'à présent aucun cas où elle ait réussi, hormis celui qui est rapporté par Grimius au §. 20. de sa *dissertation*. Cela étant, ne pourroit-on pas substituer à une opération aussi effrayante & aussi douloureuse, & qui ne réussit presque jamais, pas même lorsqu'on la fait dans d'autres maladies, ne pourroit-on pas, dis-je, en substituer un autre plus simple & moins douloureuse, & dont le succès dans d'autres circonstances est presque sûr? Je veux parler de l'amputation de la jambe. Il semble que je suis autorisé à la préférer d'après l'observation que j'ai faite sur trois sujets dans lesquels, soit qu'on ait fait la compression ou la ligature de l'*anévrisme au jarret*, soit qu'on l'ait abandonné à la nature, la gangrène qui s'y est formée ensuite, s'est toujours bornée à la partie supérieure de la jambe & au-dessous du ge-

nou, en laissant une partie triangulaire des tégumens en vie, qui s'étendoit jusqu'au-dessous de la tubérosité du tibia, preuve évidente que les artères du genou continuoient à y porter la nourriture.

Il y a donc tout lieu de croire que quoique l'on eût lié l'*artère poplitée*, & que l'on eût fait après cela l'amputation de la jambe, cette même nourriture continueroit à se porter dans la petite partie qu'on y auroit laissée. On lit dans Joseph Cavallini une observation qui semble autoriser ce que j'avance*. Il s'agit d'une opération d'un *anévrisme au jarret*, qui a été suivie trois jours après de la gangrène au pied & à une partie de la jambe; malgré cela le malade a encore vécu 7 mois & ½; & ce n'a été que trois jours avant sa mort que la jambe s'est désarticulée du genou, laissant à découvert une portion du fémur. Il est à observer que l'*anévrisme* occupoit tout le vide du jarret, & qu'on fut obligé de faire la ligature à l'*artère crurale* même. Si donc, non obstant l'interception des *artères articulaires*, & de celles qui descendent aux parties latérales interne & externe du genou, la partie supérieure de la jambe a continué à se nourrir pendant un si long-tems, nous devons espérer avec beaucoup plus de fondement, que dans le cas qu'on conserve ces *artères articulaires supérieures* & *inférieures*, ou au moins les *supérieures*, & les rameaux latéraux du genou & les autres, qui se distribuent aux tendons fléchisseurs de la jambe, on conservera aussi ou l'article entier ou cette petite partie de la jambe qu'on aura laissée par l'amputation. On peut donc

---

* *Collezione istorica di casi chirurgici* tom. 1 part. 2 pag. 121.

conclure qu'après avoir fait la ligature de l'*artère poplitée*, chaque fois qu'elle semble être indiquée, si l'on voit que la gangrène s'empare du pied, & fasse des progrès, on doit faire l'amputation de la jambe à l'endroit où nous avons dit que la gangrène se borne ordinairement, c'est-à-dire au-dessous & près de l'insertion des tendons fléchisseurs, au lieu de celle de la cuisse, que l'on a jusqu'à présent pratiquée presque toujours sans succès.

Avant de finir ce Mémoire, il ne sera pas hors de propos de dire un mot sur un moyen qui a été proposé par notre ingénieux Correspondant Mr. Testa à la fin de l'ouvrage que nous avons cité plusieurs fois, pour remédier aux *anévrismes vrais du jarret;* ce moyen consiste à introduire, après avoir ouvert le sac de l'anévrisme, un tuyau de gomme élastique dans les deux bouts de l'artère, & de l'assujettir, au moyen de deux ligatures, l'une au bout supérieur & l'autre à l'inférieur. Il croit (sans cependant en avoir jamais fait l'expérience) que ce tuyau de gomme élastique en se collant aux parois du vaisseau suppléera au morceau de l'artère qui manque, & maintiendra la continuité du canal. La pensée est ingénieuse, & il seroit certainement à souhaiter qu'elle pût réussir dans la pratique, mais il semble que l'on ne peut pas trop s'y fier, surtout si l'on réfléchit que les deux ligatures ne tarderont pas à tomber par la suppuration, qui sera d'autant plus abondante, qu'elle sera entretenue par la présence de ce corps étranger, & qu'après la chute des ligatures le tuyau sera chassé hors de sa cavité par l'impulsion du sang, & par le mouvement continuel de l'artère, supposant que les deux bouts de l'artère ayent conservé leur cavité naturelle.

Je devrois faire mention d'un autre moyen également ingénieux communiqué par Mr. le Comte Chirurgien à la Société Royale de Médecine *; mais je me réserve d'en parler dans le Mémoire suivant.

---

* Tom. I. pag. 302 & suiv.

RECHERCHES

ANATOMICO-PATHOLOGIQUES

SUR LES ANÉVRISMES.

DES DIVISIONS, RAMIFICATIONS ET DES ANÉVRISMES DES ARTÈRES DE L'ÉPAULE ET DU BRAS

PAR LE MÊME AUTEUR

Les mêmes raisons qui m'ont engagé à faire des recherches sur les anévrismes des *artères crurale* & *poplitée*, me déterminent encore à examiner ceux des *artères axillaire* & *brachiale*. Lorsque l'anévrisme se rencontre au-dessus du pli du bras plus ou moins près de l'aisselle, les Auteurs proposent en général pour unique ressource ou l'amputation ou l'extirpation du bras: je crois cependant être assez fondé pour avancer, qu'à cause des anastomoses des artères de l'épaule avec celles du bras, & de celles-ci avec les artères de l'avant-bras on pourroit très-souvent conserver le membre, ou du moins substituer à l'extirpation une opération plus sûre *.

* Ce qu'on a de la peine à expliquer, c'est que quoique les cures heureuses des anévrismes au pli du bras soient en plus grand nombre que celles des anévrismes au jarret, elles sont cependant plus fréquentes à l'égard de l'*artère crurale* qu'à l'égard de la *brachiale*, tandis que l'Anatomie semble nous promettre le contraire.

Pour prouver mon assertion & pour rendre mes recherches intéressantes & utiles, je donnerai

1.° La description des artères de l'épaule & du bras, tirée des meilleurs Auteurs :

2.° Le résultat des injections liquides & solides que j'ai faites moi-même pour m'assurer de la vérité de cette description, & des variétés qui s'y rencontrent plus fréquemment:

3.° J'indiquerai quel parti doit prendre le Chirurgien dans les différens cas que l'anévrisme se trouve au-dessus du pli du bras:

4.° Je finirai mon mémoire en faisant quelques réflexions sur quelques moyens qui ont été proposés pour arrêter l'hémorragie & guérir la blessure des artères.

L'*arc de l'aorte*, qui n'est ni circulaire, ni parabolique, puisque sa partie droite est courbe, & la gauche presque droite, donne naissance à l'*artère sous-clavière droite*, à la *carotide gauche*, & à la *sous-clavière* du même côté. La *sous-clavière droite*, placée plus en avant que les deux autres, a aussi un diamètre plus grand, parce qu'elle donne origine à la *carotide droite ;* j'oserois même dire que la *sous-clavière droite* dérive de *l'aorte ascendante*, & la *sous-clavière gauche* de la *descendante ;* puisque cette dernière se trouve plus bas que les autres après la fin de l'*arc*. Je ne parlerai pas des variétés que l'on rencontre quelquefois par rapport à l'origine des artères qui partent de cet *arc*, parce qu'elles n'ont rien de commun avec notre but.

Les *artères sous-clavières* montent l'une & l'autre, depuis leur origine, obliquement vers le cou, derrière l'extrémité antérieure des deux premières vraies côtes, & sortent de la poitrine en se portant un pouce au-dessus de la première de

ces côtes : ensuite elles se plient presque transversalement vers les *scalènes antérieurs*, & se cachent derrière ces muscles, étant placées entr'eux & les *petits scalènes*, d'où elles ressortent pour se porter un peu obliquement de haut en bas, & du côté interne vers l'externe dans l'intervalle qu'il y a entre les *scalènes antérieurs* & les *latéraux ;* de-là elles passent devant ces derniers muscles, & se cachent en descendant derrière la clavicule. C'est ici qu'elles perdent le nom de *sous-clavières*, pour prendre celui d'*axillaires*, quoiqu'à la rigueur, selon la remarque très-exacte du Baron de Haller *, ce seroit précisément l'endroit où elles devroient commencer à s'appeler *sous-clavières*, puisqu'elles se portent jusque là au-dessus, & non au-dessous de la clavicule.

Les *artères sous-clavières*, avant ou après leur sortie de la poitrine, donnent quelquefois un petit rameau au thymus: mais après qu'elles en sont dehors, elles en fournissent toujours un constant qui passant sur la plèvre, parcourt la superficie du poumon, celle du péricarde, des glandes bronchiales & de la trachée-artère, & finit dans les *muscles longs du cou :* ce rameau s'anastomose avec les *artères bronchiales supérieures.*

Après ce petit rameau, en parcourant transversalement le court espace des parties latérales du cou, les *sous-clavières* fournissent, avant que de se cacher derrière les *muscles scalènes antérieurs*, un grand nombre d'artères assez considérables : de leur face supérieure elles donnent les *intercostales supérieures*, de leur face postérieure & supérieure les *vertébrales*, & de la même face supérieure les *thyroïdiennes inférieures*, quelque-

---

* *Icon. anatomic. fascicul.* VI. pag. 9.

fois aussi les *cervicales profondes*, & enfin les *mammaires internes* de leur face inférieure; c'est du même endroit de la *sous-clavière gauche* que part communément la *bronchiale supérieure*.

Les *sous-clavières*, dès qu'elles sont sorties de derrière les *muscles scalènes antérieurs*, donnent assez souvent les *cervicales* proprement dites, & plus rarement les *sus-scapulaires*, comme aussi quelque petit rameau à ces muscles, aux *sous-claviers* & à la première côte. Je ne parlerai pas ici ni des *vertébrales*, ni des *intercostales*, ni des *mammaires internes*, ni des *bronchiales*, puisqu'elles n'ont aucune communication avec les artères des extrémités supérieures qui font l'objet de mes recherches; je m'arrêterai seulement aux *thyroïdiennes inférieures*, aux *cervicales* & aux *sus-scapulaires*, en me contentant même, à l'égard des deux premières, d'en suivre seulement les branches qui vont à l'épaule.

Les *artères thyroïdiennes inférieures* que Winslow * nomme les *cervicales antérieures*, naissent des *sous-clavières* après les *vertébrales* à très-peu de distance du bord interne des *muscles scalènes antérieurs*. Bien près de leur origine elles se divisent presque toujours en trois ou quatre branches, dont la première qui est en même tems la plus grosse, conserve le nom de *thyroïdienne*, parce qu'elle se porte dans la glande de ce nom; l'autre s'appelle *scapulaire superficielle*, parce qu'elle se distribue sur la face externe de l'omoplate, presqu'immédiatement au-dessous de la peau; la troisième enfin se nomme *cervicale*, à cause qu'elle va aux parties latérales & postérieures du cou.

---

* *Expos. anat. traité des artères* n. 92.

La *scapulaire superficielle* naît de la *thyroïdienne inférieure* entre la branche *thyroïdienne* proprement dite, & la *cervicale :* elle donne dès son origine un petit rameau rétrograde qui se porte en avant vers le sternum en se distribuant aux parties voisines & en s'anastomosant avec les rameaux supérieurs de la *mammaire interne :* son tronc s'avance transversalement de devant en arrière le long du bord supérieur de la clavicule, derrière les muscles *sterno-cleido-mastoïdiens*, en donnant dans son trajet des rameaux à ces muscles, aux *sterno-hyoïdiens*, aux *sterno-thyroïdiens*, aux *omohyoïdiens* & aux *sous-claviers*, pour se terminer ensuite dans la peau de l'omoplate, & dans le muscle *sur-épineux*, où il s'anastomose avec les rameaux *scapulaires* de la *cervicale transversale*. Quelquefois cette artère naît de la *mammaire interne*, ou de l'*intercostale supérieure*, & quelquefois de la *thoracique humérale*, ou du tronc même de la *sous-clavière*.

La branche *cervicale* de la *thyroïdienne inférieure*, qui naît après la *scapulaire superficielle*, se divise pour l'ordinaire, à trois ou quatre lignes de son origine, en deux rameaux: l'un qui est le plus considérable & qui se porte aussi transversalement de devant en arrière aux parties latérales & postérieures du cou, se nomme *cervicale transversale*, l'autre qui naît quelquefois du tronc de la *thyroïdienne* ou même de la *sous-clavière*, est appelé *cervicale ascendante*, parcequ'il monte le long des apophyses transverses des vertèbres du cou, en se distribuant à tous les *muscles scalènes*, au *releveur* de l'omoplate, au *splénius*, au *complexus*, & aux glandes jugulaires.

La *cervicale transversale*, après avoir donné dans son cours différens rameaux au muscle *trapèze*, au *releveur*, au *splénius*,

en fournit aussi quelques-uns plus haut qui vont s'anastomoser avec ceux de l'*artère occipitale*, & quelques autres plus bas qui s'avancent vers l'omoplate, & s'anastomosent avec la *scapulaire* & la *cervicale superficielles* dont nous parlerons ci-après.

Les *artères cervicales* proprement dites sont ordinairement au nombre de quatre, deux de chaque côté du cou. On les divise en *superficielles* & en *profondes*.

Les *cervicales profondes* que Winslow * nomme *cervicales postérieures*, naissent presque toujours des *sous-clavières* près de l'origine des *thyroïdiennes inférieures*, & quelquefois des *vertébrales*, elles donnent tout de suite plusieurs petits rameaux aux *muscles scalènes*, & aux autres parties voisines; ensuite après avoir communiqué avec les *artères vertébrales* & *occipitales*, elles montent vers la tête le long des apophyses transverses des vertèbres du cou, pour se terminer vis-à-vis de l'atlas dans la peau.

Les *cervicales superficielles* tirent leur origine des *sous-clavières*, après leur sortie de derrière les *muscles scalènes antérieurs;* de-là elles se portent vers la partie postérieure du cou, & donnent dans leur cours des rameaux aux *muscles scalènes*, au *releveur*, au *trapèze*, au *splénius* &c., & s'anastomosent avec les *cervicales ascendantes* & *transversales* de la *thyroïdienne inférieure:* ces mêmes *cervicales* fournissent presque toujours un rameau considérable à l'épaule, que Winslow ** appelle l'*artère scapulaire externe*, & Walther *** la *scapulaire supérieure*.

---

* *Expos. anat. traité des artères* n. 93.

** Loc. cit. n. 126.

*** *De vasis vertebral.* pag. 13.

Ce rameau que d'autres nomment avec plus de raison l'*artère sus-scapulaire*, étant parvenu à la *côte supérieure* de l'omoplate, passe ordinairement par l'échancrure qui se trouve à cette même côte près de l'apophyse *coracoïdienne* par où il se porte dans la fosse *sur-épineuse* poûr se distribuer dans le muscle *sur-épineux*, dans le *deltoïde*, dans le périoste de l'acromion, & dans la pointe de l'épaule : son tronc descend enfin dans la fosse *sous-épineuse*, où il se distribue dans le muscle du même nom & dans les *ronds*, où assez souvent il se termine. Il arrive fréquemment que les *cervicales superficielles* naissent des *thyroïdiennes inférieures*, ou des *intercostales supérieures*, ou des *cervicales profondes*. On a observé quelquefois que les mêmes *cervicales superficielles*, outre les rameaux que nous venons de décrire, en donnoient un autre qui cotoyoit la base de l'omoplate depuis sa partie supérieure jusqu'à l'angle inférieur, en se ramifiant dans les muscles *sur-épineux* & *sous-épineux*, dans le *dentelé postérieur* & *supérieur*, dans le *grand dentelé*, le *grand dorsal*, le *rhomboïde* & le *trapèze*, & finalement dans la peau. La branche *sus-scapulaire* des *cervicales superficielles* naît quelquefois du tronc des *sous-clavières* & alors, outre ces rameaux que je viens de faire observer, elle en produit dès son origine un petit qui se porte vers l'articulation de la clavicule avec le sternum, & se distribue dans les muscles *sterno-cleido-mastoïdiens*, & dans cette articulation, en s'anastomosant aussi avec le rameau rétrograde de la *cervicale superficielle*, & avec les premiers rameaux de la *mammaire interne*.

Le tronc des *artères axillaires*, après avoir passé au delà des muscles *scalènes latéraux*, descend obliquement vers l'aisselle

derrière la clavicule entre cet os, & la première vraie côte; ensuite en s'approchant de plus en plus de l'aisselle, il sort de derrière la clavicule, s'écarte un peu de la poitrine, & placé entre le *petit pectoral* & le *sous-scapulaire*, vis-à-vis du bord supérieur de la seconde des vraies côtes, il continue à descendre jusqu'au bord inférieur du même muscle *sous-scapulaire*, où les mêmes artères changent de nom pour prendre celui de *brachiales* ou *humérales*. Dans leur cours, depuis leur sortie de derrière la clavicule jusqu'au bras, elles fournissent premièrement de leur côté externe une petite branche qui se distribue presque toute dans le *grand* & le *petit pectoral*, dont un petit rameau remonte pour se terminer dans la clavicule & dans le muscle *sous-clavier;* quelquefois le rameau qui se jette dans le *petit pectoral* naît séparément de la face interne du tronc même de l'*axillaire* vis-à-vis du précédent: ensuite les *axillaires* donnent l'une après l'autre & à peu de distance quatre autres branches appelées par Haller * du nom général d'*artères thoraciques externes*, parce qu'elles se répandent principalement sur la face externe du thorax; il les désigne sous le nom de *thoracique supérieure*, *moyenne*, *humérale* & *sous-axillaire*. Après les *thoraciques* on voit naître l'*artère sous-scapulaire* & les *circonflèxes* du bras.

Les deux premières *thoraciques* sont plus connues sous la dénomination de *mammaires externes*. La *thoracique supérieure* ou *mammaire externe supérieure* naît du côté interne de l'*axillaire* derrière le *petit pectoral*, & vis-à-vis de la première des vraies côtes. Elle donne tout de suite un petit rameau qui des-

* *Icon. anatomic. fascic.* VI. pag. 10.

cendant de derrière en avant le long du bord inférieur de cette côte, va s'anastomoser sur le *sternum* avec les rameaux de la même *thoracique* du côté opposé: elle cotoye aussi avec un autre rameau le bord inférieur de la première vraie côte, & s'anastomose avec la *mammaire interne;* mais en général elle se distribue dans les muscles *pectoraux*, dans les *intercostaux*, & dans le *grand dentelé* en donnant des rameaux considérables aux mammelles.

La *thoracique moyenne*, vulgairement appelée la *mammaire externe inférieure*, est beaucoup plus longue & plus grosse que la précédente, puisqu'elle descend jusqu'au cinquième & même jusqu'au sixième espace *intercostal*, en fournissant dans son cours des rameaux aux mammelles, aux *muscles intercostaux*, aux *pectoraux*, au *grand dentelé* &c. qui s'anastomosent avec les *artères intercostales*, avec les *mammaires internes*, & avec les rameaux des autres *thoraciques externes.* Cette artère tire son origine du bord inférieur de l'*axillaire* cinq ou six lignes après la *thoracique supérieure;* quelques-uns de ses rameaux vont se terminer à la partie supérieure du bas ventre où ils s'anastomosent avec les *épigastriques*, en donnant même quelques petits rameaux au *diaphragme.*

La *thoracique humérale* qui est la plus grosse de toutes les *thoraciques*, dérive de l'*axillaire*, entre la seconde vraie côte & l'apophyse *coracoïdienne* près du bord inférieur du *petit pectoral:* dès son origine elle fournit un rameau aux premières dentelures du *grand dentelé* qui s'anastomose avec les premières *intercostales:* elle se porte ensuite en haut, & arrivée au bord supérieur du *petit pectoral*, elle donne un autre rameau *rétrograde* au muscle *sous-clavier*, & un autre plus con-

sidérable à la partie *sternale* du *grand pectoral;* le premier s'étend jusqu'au *sternum* pour s'unir avec celui de l'autre côté: le second fournit des rameaux aux mammelles, & s'anastomose avec les *mammaires internes* & avec les *intercostales supérieures.* Après avoir donné ces rameaux, le tronc de la *thoracique humérale* se porte vers le bras, & descend entre le *grand pectoral* & le *deltoïde* si bien collé contre la veine *céphalique* que Winslow * a cru qu'il s'insinuoit par son extrémité dans les tuniques de la veine, comme s'il y avoit une anastomose entr'elles; il va ensuite se terminer dans les muscles *coraco-brachial* & *biceps*, d'où il envoie aussi plusieurs rameaux vers l'acromion, dont quelques-uns vont au-dessous du *deltoïde*, & dans l'articulation du bras avec l'omoplate: quelquefois il y en a un, selon l'observation du même Winslow **, qui descendant entre les muscles *brachiaux interne* & *externe*, va s'unir à une branche de l'*artère radiale.*

Enfin la *thoracique sous-axillaire*, ainsi nommée, parce qu'elle se distribue principalement dans les glandes de l'aisselle, naît de l'*axillaire* après l'*humérale:* après s'être distribuée dans ces glandes & dans le *petit pectoral*, elle envoie assez souvent un rameau considérable au-dessous de l'omoplate, qui se perd dans le muscle *sous-scapulaire:* quelquefois ce rameau vient aussi du tronc même de l'*axillaire* entre la *thoracique moyenne* & l'*humérale*, & après avoir répandu les rameaux ordinaires dans le muscle *sous-scapulaire* & dans les *ronds*,

---

* *Expos. anat. traité des artères* n. 24.

** Loc. cit.

il s'avance jusque dans l'articulation où il s'anastomose avec les *artères circonflèxes* du bras.

L'*artère sous-scapulaire*, appelée aussi *scapulaire interne* ou *scapulaire inférieure*, a presque la moitié du diamètre de l'*axillaire*. Cette grosse branche, dès qu'elle est arrivée au bord inférieur du muscle *sous-scapulaire* entre ce bord & le muscle *grand rond*, s'avance de devant en arrière contre le çou, & ensuite le long de la côte *inférieure* de l'omoplate, en passant au commencement entre le muscle *grand rond*, & le *long extenseur de l'avant-bras:* étant arrivée au milieu plus ou moins de la longueur de cette côte, elle change de direction pour se porter dans la fosse *sous-scapulaire*, où après avoir fourni plusieurs rameaux à la tête de l'humérus, & à son articulation, dont quelques-uns s'anastomosent avec les *artères circonflèxes* du bras, elle se distribue dans le muscle *sous-scapulaire*, dans le *grand* & le *petit rond*, & dans le *long extenseur de l'avant-bras* pour se perdre enfin dans l'os même. Près de son origine elle jette une petite branche dans le muscle *sous-scapulaire*, laquelle après s'être partagée dans ce muscle & s'être anastomosée avec l'*artère musculaire* (qui est une autre branche de la même *sous-scapulaire*) va se perdre dans l'articulation; d'autres fois elle s'avance jusqu'à l'apophyse *coracoïdienne* & donne des rameaux aux muscles qui en partent. Trois ou quatre lignes après cette première branche, elle en donne une autre qui s'étend le long du bord supérieur du *tendon* du *grand dorsal*, & après avoir fourni des rameaux à ce muscle & au *grand rond* elle se porte sur la tête de l'*humérus* & dans l'extrémité antérieure du muscle *sous-scapulaire*, pour gagner, après s'être distribuée dans ce muscle & dans l'articulation,

la sinuosité de la longue tête du *biceps*, & pour s'anastomoser avec une artère ascendante du tronc de la *brachiale* ou de la *profonde*. Quelques lignes après il en part une troisième branche plus grosse que les deux précédentes, laquelle se distribue dans la partie moyenne du muscle *sous-scapulaire*, & après avoir percé ce muscle, va finir dans le périoste, & dans l'os même. Ensuite il en part une quatrième qui se perd presqu'en entier dans les glandes *sous-axillaires*.

Après que l'*artère sous-scapulaire* a fourni ces quatre branches & quelques-unes plus petites, elle en donne une cinquième beaucoup plus grosse, que l'on appelle l'*artère scapulaire circonflèxe*, celle-ci en passant derrière l'attache du tendon du *long extenseur* de l'*avant-bras* entre le muscle *petit rond* & la côte inférieure de l'omoplate, se replie de devant en arrière autour de cette côte, pour se porter sur la face postérieure de cet os, où elle se distribue dans les muscles *sous-épineux* & *sur-épineux*, dans le *trapèze* & dans le *rhomboïde*, donnant ainsi origine à l'artère nommée par quelques-uns l'*artère dorsale* de l'omoplate, qui s'anastomose par ses différens rameaux avec les autres *scapulaires externes* provenantes de la *thyroïdienne inférieure* & des *cervicales*.

A deux pouces environ de la branche dont j'ai parlé, elle en produit finalement une sixième plus grosse que toutes les autres, que Winslow * a appelée l'*artère thoracique inférieure* & Roederer ** *thoracico-scapulaire*. Celle-ci continue son cours le long de la face interne de la côte inférieure de

---

* *Exposit. anat. traité des artères* n. 125.

** Pag. 10

l'omoplate, en se ramifiant dans ce trajet dans le muscle *sous-scapulaire*, dans le *grand dorsal*, & le *grand rond* & dans les glandes *sous-axillaires:* un de ses rameaux descend sur les parties latérales du *thorax*, & après s'être distribué dans le *grand dorsal*, dans le *grand dentelé* & dans les muscles *intercostaux*, parvenu au bord supérieur de la première fausse côte il s'anastomose avec l'*artère intercostale* qui est entre cette côte & la dernière des vraies.

Le tronc de cette artère, dès qu'il est arrivé sur la face interne de l'angle inférieur de l'omoplate, se replie de bas en haut pour suivre la face interne de la base de cet os, & pour s'anastomoser avec l'artère de cette même base, en donnant dans son cours plusieurs rameaux aux muscles *sous-scapulaire*, *grand dentelé*, *grand* & *petit rond*, & au *grand dorsal*, dont quelques-uns en se tournant de devant en arrière pour gagner la face postérieure de l'omoplate, s'anastomosent avec les *scapulaires externes*.

Les *artères circonflèxes* du bras, selon leur situation, prennent le nom de *circonflèxe postérieure* & celui de *circonflèxe antérieure*. La *postérieure* appelée par Winslow *humérale* * est la plus grosse, & naît de l'*axillaire* à peu de distance de la *sous-scapulaire*. Cette artère qui pourroit être nommée la *récurrente* de l'épaule ou *deltoïdienne*, se porte dès son commencement autour de la face postérieure du cou de l'humérus entre les *muscles ronds*, le *long* & le *court extenseurs de l'avant-bras*, ensuite elle se replie de derrière en avant autour de ce même cou, étant toujours couverte par les muscles voisins &

* Loc. cit. n. 129.

surtout par le *deltoïde*, & donnant dans son cours plusieurs rameaux considérables, quelquefois l'*artère profonde* du bras & plus souvent encore la *circonflèxe antérieure;* mais il est constant qu'elle fournit dès son origine une petite branche à l'articulation, une autre au *petit rond* & au *court extenseur*, une troisième au *coraco-brachial* & au *périoste* de la partie voisine de l'humérus, & à l'os même: celle-ci entre assez souvent dans la sinuosité du *biceps* pour s'anastomoser avec les rameaux descendans des *scapulaires externes* & de la *sous-scapulaire &c.* A mesure qu'elle continue à se replier de derrière en avant autour du cou de l'humérus, elle envoie aussi différens rameaux à l'articulation, au cou de l'omoplate, à la tête de l'humérus, aux tendons des muscles *sur-épineux* & *sous-épineux*, & du *sous-scapulaire*, au *long* & *court extenseurs de l'avant-bras*, qui se joignent en plusieurs endroits aux rameaux de la *circonflèxe antérieure*, de la *profonde*, & de la *sous-scapulaire:* son tronc se divise ensuite en deux branches, dont la plus grosse se porte dans le *deltoïde* pour s'anastomoser avec les *scapulaires externes &c.*, & la plus petite descend le long du côté externe de l'humérus entre le *long* & le *court extenseurs* jusqu'au condyle interne où il s'anastomose avec l'*artère récurrente* de la *cubitale* *.

La *circonflèxe antérieure* qui est toujours plus petite que la *postérieure* tire ordinairement son origine de l'*axillaire* très-proche de la *circonflèxe postérieure*, c'est-à-dire au-dessous du bord inférieur du muscle *sous-scapulaire*, & vis-à-vis du tendon du *grand rond*, ou encore plus bas du *grand dorsal*,

* Voilà pourquoi Winckler & Tarin l'ont appelée *circumflexa humeri ulnaris*.

souvent elle naît de la *circonflèxe postérieure*, en se repliant comme elle autour du col de l'humérus, mais dans un sens opposé, c'est-à-dire que la *circonflèxe antérieure* de devant se porte derrière, au lieu que la *postérieure* de derrière se replie devant. L'*antérieure* passe dans son commencement entre le *biceps* & le *sous-scapulaire* au-dessus de l'extrémité supérieure du *court extenseur*, couverte du *coraco-brachial*, du *biceps* & du *deltoïde*. Dans son origine elle donne un rameau considérable qui va se perdre dans le *sous-scapulaire*, dans le *grand dorsal* & dans le *long extenseur*: elle en fournit ensuite plusieurs autres moins remarquables à la tête de l'humérus & au ligament articulaire lesquels s'anastomosent avec ceux de la *profonde* ou de la *brachiale*, qui montent le long du *biceps* & du *coraco-brachial*. Son tronc pénètre dans la sinuosité du *biceps* & fournit un rameau à l'articulation qui s'anastomose avec les *artères scapulaires externes* & *internes*: dès qu'il est sorti de cette sinuosité, de devant il se porte derrière, & s'anastomose aussi avec la *circonflèxe postérieure*. Un de ses rameaux qui mérite d'être remarqué est celui qui descend le long du bord interne de l'humérus entre le bord antérieur du muscle *brachial externe* & le bord externe du *brachial interne*, pour s'anastomoser dans son cours avec d'autres qui naissent de la *profonde* ou de la *brachiale* & pour finir vers le condyle interne de l'humérus en s'unissant avec la *récurrente* de la *radiale* *.

L'*artère axillaire* arrivée sur les tendons des muscles *grand rond* & *grand dorsal* perd ce nom pour prendre celui de *bra-*

---

* C'est pourquoi Winckler & Tarin l'ont appelée *circumflexa humeri radialis*.

chiale, en faisant un angle très-aigu avec l'articulation, lorsque le bras pend contre les côtes; de-là elle continue à descendre en s'appuyant sur la face antérieure des mêmes tendons très-près de leur insertion dans l'humérus, ensuite sur le *coraco-brachial*, & sur le côté interne de la tête courte du *biceps*. Arrivée dans cet endroit elle continue presque directement son cours en bas en suivant le trajet du *coraco-brachial*, mais à l'endroit où ce muscle finit elle s'écarte un peu de sa direction & gagne un peu plus la partie moyenne de la face antérieure du bras. Étant ainsi appuyée sur la face antérieure du *brachial interne* elle descend jusqu'au pli du bras, en passant contre le tendon inférieur du *biceps* recouverte de son aponévrose. Dès qu'elle a passé au-delà de ce pli, elle se divise communément en deux branches qui sont les *artères radiale* & *cubitale* & quelquefois en trois, formant alors l'*intér-osseuse*.

L'*artère brachiale*, tandis qu'elle est encore appuyée sur le tendon du *grand dorsal*, donne en premier lieu un rameau qui en passant au-dessous des muscles *coraco-brachial* & *biceps*, monte le long des tendons du *grand rond* & du *grand dorsal*, & se distribue ensuite dans ces deux muscles, dans le *deltoïde* & dans le *grand pectoral*, pour entrer dans la sinuosité du *biceps*, où il se joint avec un rameau ascendant de la *profonde*, & avec la *circonflèxe antérieure* & va enfin se perdre dans la tête de l'humérus: elle en fournit en second lieu un autre médiocre qui en descendant se distribue dans le *court extenseur de l'avant-bras*, dans le *coraco-brachial*, & dans le *biceps*, & quelques lignes après elle en donne un troisième qui, après s'être ramifié dans les mêmes muscles & dans la peau, envoie un petit rameau en bas qui accompagne le *nerf médian*.

Après ces trois petits rameaux l'*artère brachiale* parvenue au-dessous du bord inférieur du tendon du *grand dorsal*, un travers de doigt ou environ plus bas que la *circonflèxe antérieure*, en donne un quatrième assez gros que l'on appelle l'*artère profonde du bras:* ensuite vers le milieu de la longueur du bras près de l'insertion inférieure du *coraco-brachial*, elle en fournit un autre plus petit qui va se perdre dans l'os même, nommé pour cette raison l'*artère nourricière moyenne* de l'humérus; enfin avant que d'arriver au pli du bras elle donne l'*artère anastomotique* des muscles *brachiaux.*

Il arrive assez souvent que la *profonde* est double, mais soit double, soit simple, elle tire communément son origine du tronc de la *brachiale* quoiqu'on l'ait vue naître quelquefois de la *sous-scapulaire*, ou de la *circonflèxe postérieure.* Dès son origine elle se cache au-dessous des muscles *long* & *court extenseurs de l'avant-bras:* elle descend ensuite le long du premier, pour se replier autour de l'humérus entre le *court extenseur* & le *brachial externe.* Étant arrivée au point où ce dernier muscle touche & s'unit plus ou moins au bord postérieur du *brachial interne* & où l'humérus est presque nu, cette artère se divise en deux branches dont la plus grosse qui est aussi la plus superficielle descend vers le condyle externe pour s'anastomoser avec l'*artère récurrente* de la *radiale:* l'autre qui est la plus petite & la plus courte, mais la plus profonde, se porte vers le bord postérieur de l'humérus & vers le condyle interne, pour s'anastomoser avec la *récurrente* de la *cubitale.*

L'*artère profonde* du bras avant que de se bifurquer donne 1.° un rameau considérable aux muscles *long* & *court extenseurs*, qui se joint avec quelques rameaux de la *circonflèxe postérieure;*

2.° un peu plus bas elle en fournit un autre qui en passant au-dessous de la tête courte du *biceps* & du *coraco-brachial* va se distribuer dans le *grand rond* & dans le *grand dorsal* & ensuite dans le périoste de l'extrémité supérieure de l'humérus: 3.° quelques lignes après elle en fournit un troisième qui se divise presque tout de suite en deux branches, dont l'une monte vers l'articulation pour se joindre avec la *circonflèxe antérieure*, & l'autre gagne la sinuosité du *biceps* pour s'anastomoser avec la même *circonflèxe*, avec d'autres rameaux de la *brachiale* & avec les descendans des *scapulaires externes* & *internes*: 4.° dans l'instant même que de devant elle se replie derrière autour de l'humérus en perforant les muscles *long* & *court extenseurs*, elle donne un rameau assez remarquable qui se joint avec la branche *descendante* de la même *circonflèxe antérieure*: 5.° Un peu après, elle en fournit un autre encore plus gros qui monte pour s'anastomoser avec la *circonflèxe postérieure*: enfin près de sa bifurcation, elle donne un autre rameau qui se perd dans les *extenseurs* de l'*avant-bras*; quelquefois près de son origine elle envoie une branche particulière à l'os même qui forme l'*artère nourricière supérieure* de l'*humérus*.

Je ne parlerai pas des différens petits rameaux que donne la *brachiale* dans son cours le long du bras & qui se distribuent dans les parties voisines, parce qu'outre qu'ils ne sont pas constans, les anastomoses qu'ils contractent soit entr'eux, soit avec les *artères récurrentes* de l'*avant-bras*, sont trop petites pour pouvoir être de conséquence dans l'opération de l'anévrisme; mais il est indispensable de faire une description exacte de l'*artère anastomotique* des muscles *brachiaux*.

Cette artère qui est ainsi appelée, parce qu'elle est commune au muscle *brachial interne* & au *brachial externe*, naît de la *brachiale* du côté du condyle interne trois ou quatre travers de doigt au-dessus de l'articulation. Un peu après son origine elle se divise en plusieurs rameaux, parmi lesquels il y en a un qui va au *long extenseur* & se joint avec un rameau de la *profonde*, & un autre plus gros qui va au muscle *sublime*, au *pronateur rond* & au *brachial interne* & s'anastomose avec des rameaux de la *cubitale* & de la *radiale*. Après avoir fourni ces rameaux, cette artère perce l'espèce de toile ligamenteuse qui sépare le muscle *brachial interne* de l'*externe*, & sort de dessous le premier précisément vis-à-vis de la ligne âpre de l'humérus qui répond au *cubitus*. De-là elle s'avance sur le muscle *brachial externe* auquel elle donne plusieurs branches dont les unes descendent sur le condyle interne & se joignent aux rameaux ascendans de l'*inter-osseuse*, & les autres montent vers l'épaule & s'anastomosent avec les rameaux de la *profonde* & de la *brachiale* qui se distribuent dans les muscles *extenseurs*. Le tronc de l'*artère anastomotique* se cache ensuite derrière ces muscles, se replie autour de la partie postérieure de l'articulation du coude & forme une espèce d'arc artériel qui communique avec toutes les artères qui de l'avant-bras viennent au bras.

L'*artère brachiale* parvenue au-delà du pli du coude donne la *radiale*: cette artère quoique plus petite que la *cubitale*, paroît néanmoins par sa direction être la vraie continuation du tronc de la *brachiale*. Son origine est vers la fin du *brachial interne*, à côté du *pronateur rond* & du tubercule *bicipital* du *radius*. Dès son commencement elle donne un petit rameau au *long supinateur* & à la peau, qui se

divise en plusieurs autres & s'anastomose avec une petite branche qui se porte de la *brachiale* dans le muscle *brachial interne*. Quelques lignes après elle fournit l'*artère récurrente* qui est une branche assez considérable que l'on a vue naître quelquefois tout près du tronc de la *brachiale*, & quelquefois même avant sa bifurcation en *radiale* & en *cubitale*.

Cette artère *récurrente*, après s'être un peu écartée du tronc de la *radiale*, remonte vers le condyle externe de l'humérus en passant entre le tendon du *biceps* & le muscle *long supinateur*. Arrivée dans cet endroit elle commence par donner un rameau au *pronateur rond* & au *court supinateur* qui se répand dans les muscles *radiaux externes* & s'anastomose vers le milieu de la longueur de l'avant-bras avec une autre petite branche du tronc de la *radiale* : ensuite elle en fournit deux autres au *long supinateur* & aux mêmes *radiaux externes*, ainsi qu'au muscle *brachial interne* & à l'*extenseur commun des doigts* qui s'anastomosent presque tous avec l'*artère anastomotique* des muscles *brachiaux* & avec une autre branche de la *brachiale* qui se porte dans le *biceps* & dans le *brachial interne* : ils forment ainsi à la partie antérieure de l'articulation l'arc *artériel antérieur* qui s'étend d'un condyle à l'autre. Lorsque l'*artère récurrente* de la *radiale* est arrivée au-dessous du *long supinateur* elle fournit près de la tête du radius différens rameaux aux ligamens de l'articulation, au périoste & à l'os : un de ces rameaux passe sur cette tête, sur la surface du *court supinateur* & après avoir donné des rameaux à l'*extenseur commun* des *doigts* & au *cubital externe* il va se perdre dans la peau, en s'anastomosant auparavant avec un rameau de l'*inter-osseuse* &

avec un autre qui descend de la *profonde* du bras. La même *récurrente* continue son cours en haut premièrement entre le *long supinateur* & l'os, en se portant obliquement de la face interne vers l'externe du condyle extérieur de l'humérus, & ensuite entre ce même condyle & le bord antérieur de l'olécrane où elle finit en se joignant à la *profonde*, au rameau descendant de la *circonflèxe antérieure* & à un rameau qui part de la *brachiale* deux ou trois doigts au-dessus de l'articulation du coude.

L'*artère cubitale* est la branche la plus considérable de la bifurcation de la *brachiale:* elle passe le long du *cubitus*, comme la *radiale* le long du *radius*. Dès sa naissance elle s'enfonce profondément au-dessous du *pronateur rond* & s'approche du *ligament inter-osseux*. Dans ce petit trajet elle donne des petits rameaux au même *pronateur* & aux *fléchisseurs du poignet* & des *doigts* près de leur origine commune, quelquefois elle fournit aussi l'*artère nourricière supérieure du cubitus*, ainsi qu'une branche plus profonde qui se porte au-dessous du *brachial interne*, pour se perdre dans ce muscle & dans le *ligament capsulaire*, en s'anastomosant avec les artères qui forment l'*arcade antérieure* de l'humérus. Ensuite, à une petite distance du tubercule *bicipital* du *radius*, elle donne aussi de sa partie postérieure la *récurrente*.

Celle-ci remonte vers le condyle interne de l'humérus, en donnant 1° une petite artère *nourricière* au *cubitus;* 2.° un petit rameau à l'articulation du radius avec le cubitus; après quoi elle se divise en deux branches dont l'une, qui est superficielle, se perd dans les muscles *sublime* & *profond*, & l'autre monte à côté de l'origine du *long fléchisseur* du pouce, en passant entre l'olécrane & le condyle interne, & aprés avoir fourni

plusieurs rameaux à l'articulation & au tendon des *extenseurs de l'avant-bras*, elle contribue à la formation de l'*arcade artérielle postérieure*, en s'anastomosant aussi avec le rameau descendant de la *circonflèxe postérieure*, avec un semblable rameau de la *profonde* & enfin avec ceux de l'*artère anastomotique* des muscles *brachiaux*.

Après la *récurrente* l'*artère cubitale* fournit communément l'*inter-osseuse* qui naît presque toujours près du commencement de la chair du *long fléchisseur du pouce*, & du bord postérieur du *court supinateur*: quelquefois elle naît plus bas & plus près du ligament *inter-osseux*, & d'autres fois du milieu de la bifurcation de la *brachiale*. Dès son origine elle donne un rameau considérable que l'on nomme l'*artère perforante supérieure*, parce que de la face interne de l'avant-bras elle se porte à l'externe, en perçant le ligament *inter-osseux*. À peine cette première *perforante* est-elle arrivée à cette face externe de l'avant-bras, qu'elle donne la *récurrente* de l'*inter-osseuse*: celle-ci monte vers l'articulation au-dessous du *petit anconé* & passe sur la facette que l'on remarque à la face postérieure de l'olécrane vers son bord antérieur. Cette *récurrente* se distribue au commencement dans le *court supinateur*, dans le *cubital interne* & dans l'*extenseur commun* des *doigts*: ensuite, dès qu'elle a passé le condyle externe de l'humérus & la capsule articulaire, elle donne deux ou trois rameaux qui se joignent à la *récurrente* de la *radiale* & à la *profonde* du bras, pour se terminer enfin dans les muscles *extenseurs* de *l'avant-bras*.

Après la description que je viens de faire des principales distributions & anastomoses des *artères sous-clavière*, *axillaire* & *brachiale* suivant qu'on les rencontre dans le plus grand nom-

bre de cadavres, il me paroît à propos de faire observer plusieurs variétés que l'on trouve plus rarement, mais qu'il est très-nécessaire de connoître à cause du grand avantage que les malades sont dans le cas d'en tirer dans l'opération des anévrismes qui arrivent à l'*artère brachiale*. Après avoir injecté avec de la graisse & avec un peu de vermillon les bras de dix cadavres, j'ai trouvé à un bras de trois d'entr'eux une grosse branche presqu'égale au tronc qui alloit de la partie supérieure du bras en descendant au-dessous des tégumens jusqu'à la main. Dans un elle naissoit de la face antérieure de la *brachiale* un travers de doigt plus bas que l'origine de la *circonflèxe postérieure*, &, marchant tout le long de la face interne du bras & de l'avant-bras vers leur bord antérieur, elle s'avançoit en passant au-dessous du *ligament annulaire interne du poignet*, jusque dans la peaume de la main où elle se joignoit à la *cubitale* & concouroit à la formation de l'*arcade palmaire superficielle*, ainsi qu'on peut le voir dans les Planches qui y ont rapport. Dans le second cadavre elle naissoit très-près de la même *circonflèxe*, & faisoit le même chemin que la précédente, avec cette seule différence qu'elle passoit au-dessus du même *ligament annulaire interne du poignet*. Dans le troisième cette branche extraordinaire partoit de l'*axillaire* même deux ou trois lignes au-dessus de la *sous-scapulaire* & descendoit aussi tout le long de la face interne du bras, mais vers son bord postérieur. Étant arrivée au condyle interne elle passoit au-dessous du *long palmaire* pour suivre son chemin jusqu'à la peaume de la main & se terminer dans l'*arcade palmaire* comme dans les deux autres. Il faut remarquer que dans les deux premiers, quoique

l'*artère brachiale* se bifurcât, comme à l'ordinaire, au pli du coude, les deux branches qu'elle donnoit étoient la *cubitale* & l'*inter-osseuse;* la *radiale* manquoit, & celle qui naissoit près de l'extrémité supérieure de l'humérus suppléoit à son défaut. Au contraire, quoique dans le troisième cadavre il y eût au pli du coude la *radiale* & la *cubitale ;* comme la *radiale* étoit plus petite qu'elle n'a coutume de l'être, il partoit du commencement de la *cubitale* une branche qui se portoit le long du *radius*, & formoit une seconde *radiale* ; de manière que dans ce sujet il y avoit pour ainsi dire deux artères *radiales* & deux *cubitales;* je ferai remarquer encore que dans ce même cadavre trois ou quatre lignes avant la bifurcation de la *brachiale*, il en partoit une branche assez considérable, qui en descendant se tournoit un peu derrière pour pénétrer dans le *radial externe long;* & de-là en se repliant un peu devant elle passoit sous le tendon du *biceps* & sembloit aller finir par plusieurs rameaux dans le *long supinateur* où elle s'anastomosoit avec des rameaux de la *radiale* & de sa *récurrente.*

André du Laurens * est peut-être le premier qui ait observé que l'*artère radiale* naît quelquefois de la partie supérieure de la *brachiale*, puisqu'il dit dans son *Anatomie* que l'*artère basilique* (c'est le nom qu'il donne à la *brachiale*) se divise en deux branches, l'une *profonde* & l'autre *cutanée*, & que celle-ci forme au poignet l'artère du pouls. Après Du Laurens, Bidloo **, qui la nomme *brachiale cutanée*, assure d'avoir ren-

* Andreae Laurentii *hist. anatom.* lib. V. cap. II. pag. mihi 764.

** Voy. Idonis Wolf *observationum medico-chirurg.* pag. 64

contré si souvent cette origine de la *radiale*, qu'il regarde comme une chose extraordinaire lorsqu'elle manque. Heister l'a observée tirant quelquefois son origine près de la partie supérieure du bras, d'autres fois de la partie moyenne de sa longueur *. La même observation a été faite par Winslow **, mais il ajoute que cela arrive rarement.

Parmi les sept autres cadavres, dans lesquels l'*artère radiale* naissoit à son ordinaire de la bifurcation de la *brachiale*, j'observai sur trois des branches assez considérables qui tenoient lieu de la *profonde*, & qui, partant à peu de distance de la *circonflèxe postérieure*, alloient finir les unes dans la *brachiale* même plus ou moins près de sa bifurcation, les autres s'anastomosoient avec la *récurrente*. Voyez les Planches

Quoique par la dissection de plusieurs autres cadavres dont j'avois injecté les artères des extrémités supérieures, j'eusse observé la plupart des distributions, ramifications & anastomoses que je viens de décrire, néanmoins pour mieux m'assurer des différentes communications que les artères de l'épaule ont avec celles du bras, & celles-ci avec celles de l'avant-bras, je liai l'*artère axillaire* entre la *sous-scapulaire* & la *profonde* en comprenant dans la ligature la peau sans découvrir l'artère; je coupai ensuite le bras au-dessous de l'insertion du muscle *deltoïde*; alors, ayant fait des injections d'eau chaude par la *sous-clavière*, j'observai presque dans l'instant que l'eau couloit au commencement goutte à

---

* *Compendium anat.* n. 293. & nota 66.

** *Exposit. anat. traité des artères* n. 143.

goutte de la surface du moignon, & ensuite à petits jets des rameaux des *circonflèxes*, & des ascendans de la *profonde*.

Je fis deux ligatures à l'*artère brachiale* de l'autre bras du même cadavre, la première un travers de doigt au-dessous de la *circonflèxe postérieure* près du bord inférieur du tendon du *grand pectoral*, & l'autre environ deux doigts au-dessus de sa division en *radiale* & en *cubitale*. Je coupai ensuite l'avant-bras quatre travers de doigt au-dessous de l'articulation, & ayant poussé de l'eau chaude dans la *sous-clavière* comme dans l'expérience précédente, je vis sortir de la surface du moignon des gouttes d'eau qui augmentoient peu à peu à mesure que l'on poussoit avec plus de force. Pour me convaincre de plus en plus de l'effet des anastomoses que la *sous-scapulaire* & les *scapulaires externes* ont avec les *circonflèxes* & avec la *profonde*, je liai enfin l'*artère axillaire* au-dessus de la *profonde*, & la *sous-clavière* au-delà de la *clavicule*, & ayant injecté de l'eau colorée avec du safran par la *récurrente* de l'épaule nommée *deltoïdienne*, je trouvai les parois internes de la *sous-clavière* teintes de jaune depuis la ligature inférieure jusqu'à la supérieure, signe évident que la matière de l'injection avoit passé de la *récurrente* dans les *scapulaires*, & de celles-ci dans l'*axillaire* & dans la *sous-clavière*.

Cela étant, il me paroît que l'on est en droit de conclure avec Belloste & Heister, que dans les *anévrismes* soit *vrais*, soit *faux* qui arrivent à l'*artère brachiale* depuis la cavité de l'aisselle jusqu'au pli du bras, on peut avec succès en faire la ligature & conserver ainsi le membre. Je ne doute pas que, si les Anciens avoient eu la connoissance que nous avons des différentes anastomoses qu'ont les artères du bras,

ils n'eussent donné les instructions pathologiques que je tacherai d'inculquer aux jeunes Chirurgiens, au lieu que dépourvus de ces notions anatomiques ils se sont contentés d'individuer les cas où ils croyoient que l'on ne devoit point opérer. Paul d'Egine * défendoit de faire aucune opération aux anévrismes situés dans la cavité de l'aisselle, & cela *propter vasorum amplitudinem.* Les modernes les ont également regardés comme incurables, ou tout au plus ils ont recommandé pour dernière ressource l'extirpation du bras d'avec l'épaule. Et quoique Lancisi ** & Melli *** ayent observé chacun la guérison d'un anévrisme dans cette partie, ces deux cas ne prouvent cependant rien à l'égard de la possibilité ou de l'impossibilité d'en faire l'opération; car ces deux anévrismes se dissipèrent par une cure interne & par l'application de remèdes corroborans sur la tumeur.

Mais est-il vrai, comme l'avancent tous les Chirurgiens du siècle, que dans un pareil cas si le hasard ou la nature ne guérit pas ces anévrismes, il n'y ait plus aucune autre ressource que celle d'extirper le bras, ou de laisser périr misérablement le malade?

D'après la description que j'ai faite de la distribution des *artères sous-clavières* il me paroît que les branches *cervicales* & *scapulaires* de la *thyroïdienne inférieure* communiquant toujours avec plusieurs rameaux de la *sous-scapulaire* & avec les *scapulaires externes* & celles-ci avec les rameaux ascen-

---

* *De re medica* lib. VI. cap. XXXVIII.

** *Op. posth.* edit. 2. pag. 250.

*** Tom. I. *dispaccio* 2. pag. 125.

dans des *circonflèxes* & de la *profonde*, au lieu de l'extirpation il vaudroit mieux faire l'amputation du bras près de la tête de l'humérus; parce que ces anastomoses pourront très-bien suffire à la nourriture du court moignon qui resteroit. Dans ce cas où je suppose que la dilatation ou la blessure de l'artère est en avant dans l'aisselle, il faudroit en faire la ligature dès sa sortie de derrière la clavicule, puisque l'on ne pourroit la pratiquer dans cette cavité sans risquer de blesser le cordon des nerfs qui l'embrassent, se trouvant alors plus écartés qu'à l'ordinaire par la maladie même. La ligature est très-aisée à faire dans cet endroit, à cause que l'artère s'y trouve presqu'à nu, qu'on en sent le battement & qu'il est même possible d'en faire la compression ou avec les doigts ou avec quelque instrument convenable *. Cela posé l'on voit quel avantage il en résulte pour le malade, l'amputation étant toujours beaucoup moins effrayante, moins douloureuse & moins à craindre que l'extirpation.

Si l'anévrisme situé entre l'*artère sous-scapulaire*, les *circonflèxes* & la *profonde* est petit, l'on pourroit alors selon moi conserver le membre entier, en faisant deux ligatures une au-dessus & l'autre au-dessous de l'anévrisme, parce que les anastomoses que la *sous-scapulaire* & les *scapulaires externes* ont avec la *profonde*, & celle-ci avec les *récurrentes* de l'*avant-bras* & avec d'autres branches assez considérables qui partent du tronc de la *brachiale* dans son trajet le long de l'humérus, sont assez grosses, & assez multipliées pour pouvoir le nourrir. Le succès de l'opération seroit encore plus sûr, si

* Voyez les *Opérations de Chirurgie* de Mr. le Blanc article *extirpation*.

les *artères circonflèxes* n'avoient pas été comprises dans la ligature, & dans le cas que la gangrène s'emparât du membre quelques jours après l'opération, on seroit toujours à tems d'en faire l'amputation.

Un soldat qui avoit été blessé dans la dernière guerre d'Italie par un coup de fusil à la partie supérieure de l'humérus près de l'aisselle avec lésion de l'artère, mourut quelques jours après d'hémorragie.

Un Officier qui avoit reçu un coup d'épée à la fin du tiers supérieur du bras aussi avec lésion de l'*artère brachiale*, mourut de même quelque tems après d'hémorragie, pour n'avoir employé d'autres moyens que la compression afin d'arrêter l'hémorragie primitive. Dans le premier cas l'on auroit pu lier l'*artère axillaire*, & ensuite couper le bras près de son articulation. Dans le second on auroit dû faire la ligature de l'*artère blessée* au-dessus & au-dessous de la blessure, & par ce moyen l'on auroit non seulement empêché l'hémorragie consécutive, mais encore avec la vie du malade on en auroit conservé le membre.

Mon espérance dans ce dernier cas n'est pas fondée sur de simples raisonnemens & conjectures. Ætius * pratiquoit déjà la ligature de l'*artère brachiale* à la partie supérieure de l'humérus dans les anévrismes du pli du coude, pour se rendre maître du sang, comme l'on fait aujourd'hui avec le tourniquet. Il savoit donc que, quoique l'artère fût liée si haut, la nourriture continuoit a se porter dans le reste du bras. Moi-même j'ai été obligé de lier l'*artère brachiale*, près de l'insertion du

* *Sermone* 3. cap. 10.

tendon du grand *pectoral*, à un domestique de cette ville, à qui l'on avoit déjà inutilement répété deux fois la ligature au-dessus de la tumeur pour un *anévrisme vrai* au pli du bras qui s'étendoit au-dessus des condyles: le malade guérit, mais le bras resta tant soit peu plus petit que l'autre. Donc dans les *anévrismes vrais* ou *faux* qui peuvent arriver à l'*artère brachiale* depuis la partie supérieure de l'humérus jusqu'au pli du bras, l'on doit sans regret en faire la ligature, toutes les fois que la compression n'est pas indiquée, ou bien qu'elle ne suffit pas.

Heister qui a été, comme nous l'avons dit ci-devant, un des premiers à avancer cette proposition, se fonde principalement sur la fréquence de l'origine de la *radiale* près de la partie supérieure du bras; car si cela n'arrive pas si souvent que l'a dit Bidloo, il arrive néanmoins assez fréquemment pour devoir beaucoup y compter, quoiqu'en disent Haller * & Camper **, puisque j'ai rencontré ce cas sur trois des dix cadavres que j'ai disséqués. Haller voudroit même nous décourager en disant: *sed ea spes, certe per mea experimenta, mediocris est, cum rara ejus fabricae exempla sint.* Mais je veux supposer avec lui que cette origine de l'*artère radiale* soit rare, il y a néanmoins des communications de la *profonde* & des *circonflèxes* avec les *récurrentes* de *l'avant-bras* qui suffisent pour nourrir le membre, sans compter les autres anastomoses extraordinaires que nous avons déjà fait observer; puisque l'on a vu que de dix il y en a six qui outre les anastomoses ordinaires ont

---

* *Icon. anatomic. fascic.* VI. pag. 34.

** Lib. I. *démonstrat. anatomic.* pag. 15.

des branches de considération capables dans le besoin de fournir la nourriture au membre.

Dans mon premier mémoire j'ai dit qu'il y a en général deux moyens de guérir les anévrismes, la compression & la ligature: la compression peut être utile lorsque l'anévrisme est petit & sans une grande extravasation de sang dans le tissu cellulaire; mais il faut qu'elle tombe précisément sur la tumeur ou sur les bords de l'ouverture de l'artère, sans comprendre la circonférence du membre, autrement elle seroit nuisible, puisque lorsque l'on fait une compression circulaire ou lorsqu'on l'étend sur une surface trop large, est-elle trop laxe? elle ne produit aucun effet, est-elle trop serrée ? non seulement elle empêche que le sang ne coule dans les *artères anastomotiques*, mais encore elle s'oppose à leur dilatation, & peut occasioner la gangrène par infiltration: il me semble que pour faire cette compression partielle au bras, l'on peut construire un bandage composé de trois plaques d'acier, dont l'une soit externe, l'autre interne & la troisième moyenne, garni d'une courroie & d'une boucle pour pouvoir le serrer plus ou moins selon le besoin, à peu près comme l'on fait avec le tourniquet ordinaire; il faut suffisamment matelasser ces plaques aux endroits qui doivent être contre les os, afin que les parties qui leur servent d'appui n'en soient point endommagées: on applique cette espèce de tourniquet sur l'avant-bras quatre travers de doigt au-dessous de son articulation avec le bras; de la plaque interne doit partir une lame élastique de la longueur de quatre ou cinq travers de doigt plus ou moins, selon la situation de l'anévrisme & le volume du membre, terminée en écusson pour l'*anévrisme vrai*, oblongue & plate pour le *faux*

avec plusieurs trous qui doivent servir pour soutenir le papier maché, l'amadou ou l'éponge que l'on se sera proposé d'appliquer sur la partie affectée. Pour rendre plus sûre cette compression, & afin que l'écusson ou autre appareil ne puisse pas être dérangé par les mouvemens du malade, l'on aura soin d'attacher avec des vis deux autres lames plus épaisses au côté de la précédente qui soient à peu près de la même longueur, & également trouées à leurs extrémités pour que l'on puisse, au moyen de liens, unir les trois pièces ensemble: avec cet instrument l'on peut faire une compression partielle & centrale, sans que ni les parties molles d'alentour, ni les artères collatérales y soient comprises.

Mais quoique ce bandage n'ait aucun des inconvéniens qu'ont les bandages circulaires, il deviendroit néanmoins inutile ou dangereux, comme les autres, pour les *anévrismes vrais* qui occupent une grande partie du membre, & pour les *faux* qui sont accompagnés de l'épanchement d'une grande quantité de sang. Dans les premiers il faut découvrir par une longue incision des tégumens non seulement toute l'étendue du sac, mais encore au-delà: dans les autres il faut par une semblable incision découvrir l'artère au-dessus & au-dessous de la blessure & dilater l'aponévrose du *biceps* en cas que le sang y soit épanché au-dessous: on fait ensuite sortir tout ce même sang: après quoi si la blessure de l'artère ne paroît pas, on relâche le tourniquet pour la reconnoître par le sang qui sortira à gros jets. Dès que la tumeur *anévrismale* ou l'*artère blessée* est bien découverte, l'on passe à sa partie supérieure un ruban de fil ciré, & un autre semblable à sa partie inférieure au moyen d'une aiguille émoussée & plate trouée à

un travers de doigt de sa pointe: on divise chacun de ces rubans en deux: les plus éloignés de la tumeur ou de la blessure doivent servir pour lier l'artère principale, & les deux autres pour lier les artères latérales, comme nous le dirons ci-après.

Ces ligatures doivent être assez étroites, pour qu'elles empêchent la sortie du sang, ce que l'on connoîtra en rélâchant le tourniquet. Si le sac est grand, l'on en coupe la voute & on laisse le reste pour qu'il puisse soutenir ces mêmes ligatures; s'il est petit, il suffit de l'ouvrir, & la suppuration finira avec le tems de le détruire. Molinelli veut que, lorsque l'anévrisme se trouve bien près de l'angle de la bifurcation de la *brachiale* en *radiale* & en *cubitale*, l'on fasse une ligature particulière aux deux dernières artères; il me semble qu'il vaudroit mieux les comprendre toutes les deux dans une seule; car de cette façon il seroit plus aisé d'éviter de lier leurs rameaux *récurrens*, qui partent presque toujours à très-peu de distance de la bifurcation, ce qui préviendroit la gangrène de l'avant-bras qui est presqu'inévitable, lorsque ces rameaux sont compris dans la ligature.

Valsalva & le même Molinelli sont d'avis que, pour abréger l'opération, l'on peut sans risque lier le nerf avec l'artère; ils croyent même que l'opération est ainsi plus sûre, puisque l'on évite le danger de le blesser en voulant le séparer de l'artère. La ligature du nerf ne cause, selon eux, qu'une douleur instantanée & une légère stupidité dans le membre, qui passe dans peu de tems, étant à présumer que les petits filets nerveux qui n'ont pas été compris dans la ligature, grossissent comme font les petites branches collatérales

des artères (les expériences, faites dernièrement sur les nerfs des animaux par M. Felix Fontana *, semblent confirmer cette conjecture); mais il me paroît à propos de faire à cet égard une distinction très-essentielle. Dans les *anévrismes vrais* d'un certain volume, ainsi que dans les *faux primitifs* ou *consécutifs*, lorsqu'il y a une grande quantité de sang épanché, ordinairement les nerfs sont écartés de l'artère, de manière qu'on peut la lier sans les comprendre avec elle. Je me souviens d'avoir vu faire deux fois cette opération par deux de mes Confrères, sans que l'on ait été obligé ni d'écarter les nerfs ni de les lier. Moi-même je liai l'année passée l'*artère brachiale* ouverte par la lancette, sans y comprendre les nerfs, puisque le sang épanché depuis plusieurs jours, qui avoit élevé le muscle *biceps* & son aponévrose deux bons travers de doigt, avoit aussi éloigné les nerfs de l'artère. Dans les *anévrismes faux* où il y a simplement la plaie de l'artère & où le nerf se trouve en contact avec la même, il est certainement plus sûr de le comprendre dans la ligature que de chercher à l'en écarter; mais pour peu qu'il en soit éloigné naturellement ainsi qu'il arrive souvent, il est mieux de ne pas le lier, parce que, selon la remarque de Guattani & de plusieurs autres en le comprenant dans la ligature, le malade est plus long-tems à guérir.

La ligature des *artères anévrismales* ou *blessées* est très-ancienne. Galien, Ætius, Paul d'Egine & ensuite tous les Arabes ont enseigné la manière de la faire. Galien ** dit avoir guéri par la com-

* Voyez *son traité sur les poisons tom.* 2 pag. 177 & suiv. où il parle de la reproduction des nerfs.

** *Meth. medendi* lib. 5 cap. 5.

pression, dans le court espace de trois jours, la blessure de l'artère au pli du coude faite avec la lancette par un jeune Médecin; mais il avertit que si cette blessure ne guérit pas dans trois jours, il faut alors lier l'artère. Il paroît que Galien ne faisoit qu'une seule ligature. Ætius est le premier * qui en recommande deux, une au-dessus & l'autre au-dessous, d'où il me paroît pouvoir conclure que ce grand homme avoit quelque connoissance des anastomoses des artères collatérales avec le tronc. Paul d'Egine & les Arabes, comme Rhasis, Albucasis & Avicenne ont suivi la doctrine d'Ætius & reconnu la nécessité des deux ligatures, ainsi que Vesale, Fallope & le grand Fabrice d'Acqua-pendente. Saviard ** dans deux cas qu'il rapporte n'a fait que la ligature supérieure, mais il recommande aux jeunes Chirurgiens de pratiquer aussi l'inférieure, puisqu'il a vu reparoître, faute de cette ligature, une hémorragie considérable. Anel & Dionis ***, quoiqu'ils dussent être plus instruits, que leurs antécesseurs, des anastomoses des artères du bras, ont été des premiers à adopter la pratique de la seule ligature supérieure, pratique qui a couté la vie, ou du moins la perte du membre à un très-grand nombre de malades. Ce qu'il y a de plus étonnant est que cette pernicieuse méthode ait été suivie par des praticiens modernes non seulement à l'égard des artères du bras, mais encore à l'égard de celles de la cuisse; heureusement qu'elle est aujourd'hui presqu'universellement abandonnée.

La pratique de ceux qui font une seule ligature à l'artère sans la découvrir en comprenant avec elle les tégumens, est

---

* Loc. cit.

** Observ. 33 pag. 132 & suiv.

*** *Cours d'opérations* 8 dém. pag. 703 *commenté* par Mr. De la Faye.

encore plus dangereuse. Il y a plusieurs grands inconvéniens à craindre dans cette méthode qui n'auroit aucun autre avantage sur l'autre que celui d'être plus expéditive. Le premier est qu'en passant avec l'aiguille au-dessous de l'artère que l'on ne peut pas voir, l'on risque de blesser le nerf pour peu qu'il se trouve près d'elle: le second est que l'on peut percer également l'artère, comme il arriva à un homme sur qui je l'ai vue pratiquer au bras; le sang sortit dans l'instant des deux côtés de la ligature, & continua à couler pendant plusieurs jours de suite, & le malade seroit mort d'hémorragie sans deux autres ligatures qu'il fallut faire, l'une au-dessus & l'autre au-dessous de l'artère blessée, après l'avoir découverte. Un troisième inconvénient est que, quoique l'on ne blesse ni le nerf ni l'artère, il y a toujours à craindre que l'hémorragie ne se renouvelle par le sac ouvert ou par l'ouverture de l'artère blessée primitivement.

Les rameaux collatéraux qui communiquent avec le sac anévrismal ont obligé Valsalva & Molinelli à faire autant de ligatures qu'il y avoit de ces rameaux, sans quoi l'hémorragie n'auroit pas discontinué. Mais il me semble qu'on auroit pu les épargner, en laissant en liberté, comme je l'ai conseillé plus haut, deux rubans de fil ciré, l'un au-dessous & l'autre au-dessus des deux premières ligatures. Avec ces deux rubans l'on auroit pu en cas de besoin comprendre des deux côtés comme en une seule ligature tous les rameaux qui pouvoient aboutir dans le sac anévrismal ou dans le tronc de l'artère blessée entre les deux ligatures. Voyez les Planches

Que le Lecteur me permette, en terminant ce mémoire, de lui rappeler la méthode que Teychmeyer * Beau père du Baron de Haller proposa en 1734, & après lui Trew **, Mulner & plusieurs autres, pour guérir tous les *anévrismes faux*. Elle consiste à découvrir l'artère ouverte & à la comprimer avec un bouton de vitriol ou avec des tampons de papier maché & trempé dans l'esprit de vin, jusqu'à ce qu'en relâchant le tourniquet elle ne donne plus de sang. Ces Auteurs s'imaginent que par cette compression le tissu cellulaire fait corps avec l'artère blessée, qu'il en bouche ainsi l'ouverture, & que le sang continue son cours, comme auparavant, dans le canal de l'artère sans aucune interruption. Cette hypothèse est appuyée sur ce que quelques minutes après le premier pansement le pouls revient. Mais cela, selon la remarque de Mr. Murray ***, ne prouve point la continuation du canal, puisque l'on sent le pouls également aussitôt dans quelques opérations d'anévrismes faites par la ligature. Il semble qu'on est plus en droit de conclure que l'artère ayant été oblitérée par la compression, le sang a passé par les artères collatérales & anastomotiques qui étoient naturellement d'un certain diamètre. S'ils avoient disséqué les bras guéris par leur méthode, ils auroient observé que l'artère blessée à l'endroit où elle avoit souffert la compression, s'étoit en effet oblitérée, comme elle s'oblitère, lorsqu'on en a fait la ligature; en sorte que sans risquer de voir des hémorragies fréquentes, ou de faire passer le membre en gangrène par une trop forte compression, il sera toujours

* Loc. cit. pag. 503.

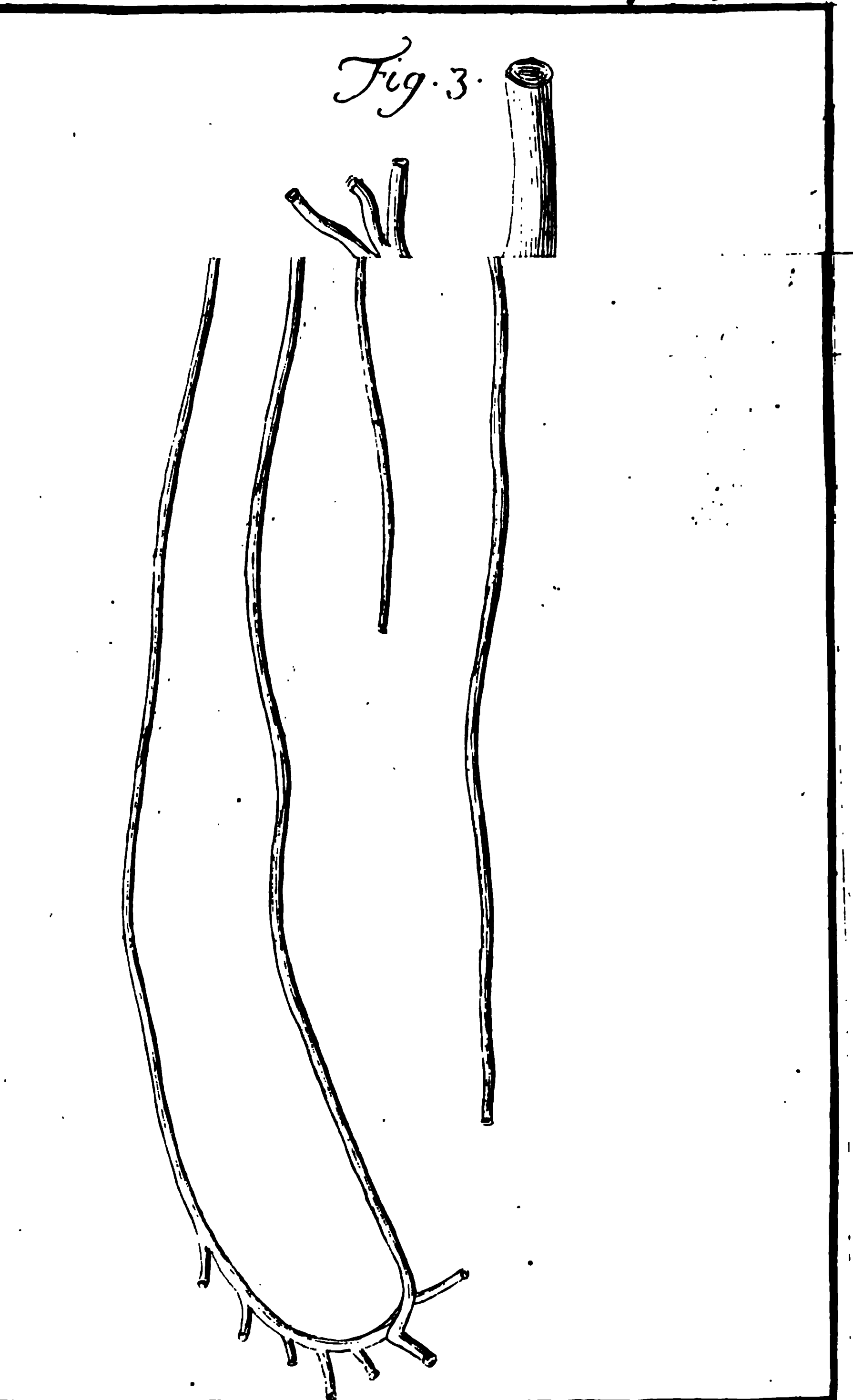
** Voyez *aneurysmatis spurii hist.* Norimb. 1769 in 4.

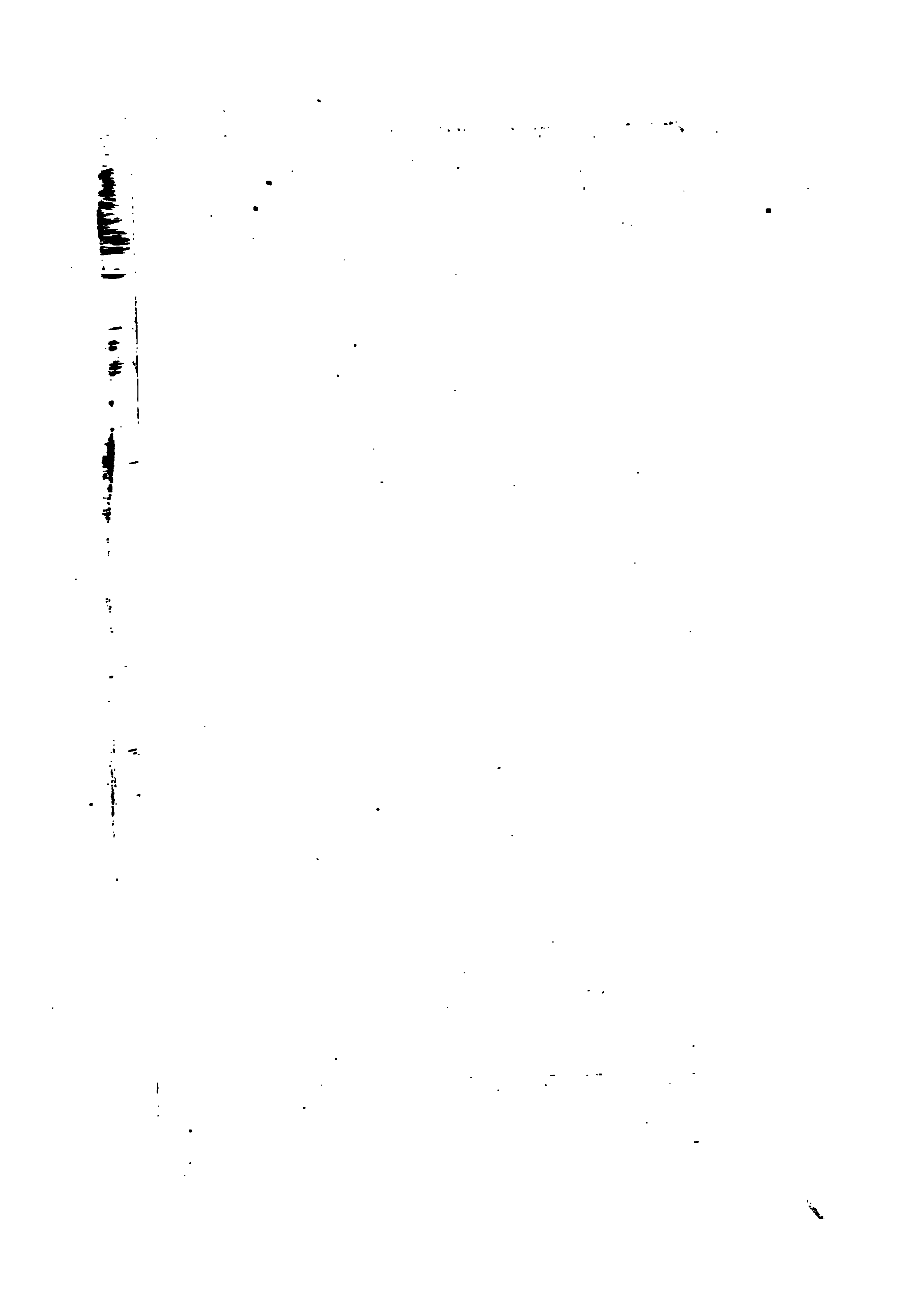
*** Recueil de Mr. Lauth. pag. 513.

beaucoup mieux de faire les deux ligatures, moyennant lesquelles on évite tous ces dangers. On doit dire la même chose de la méthode de Mr. Lambert qui consiste à faire à l'artère blessée une suture entortillée à peu près comme pour le bec de lièvre. Voyez les expériences que Mr. Asman * en a faites sur les chiens.

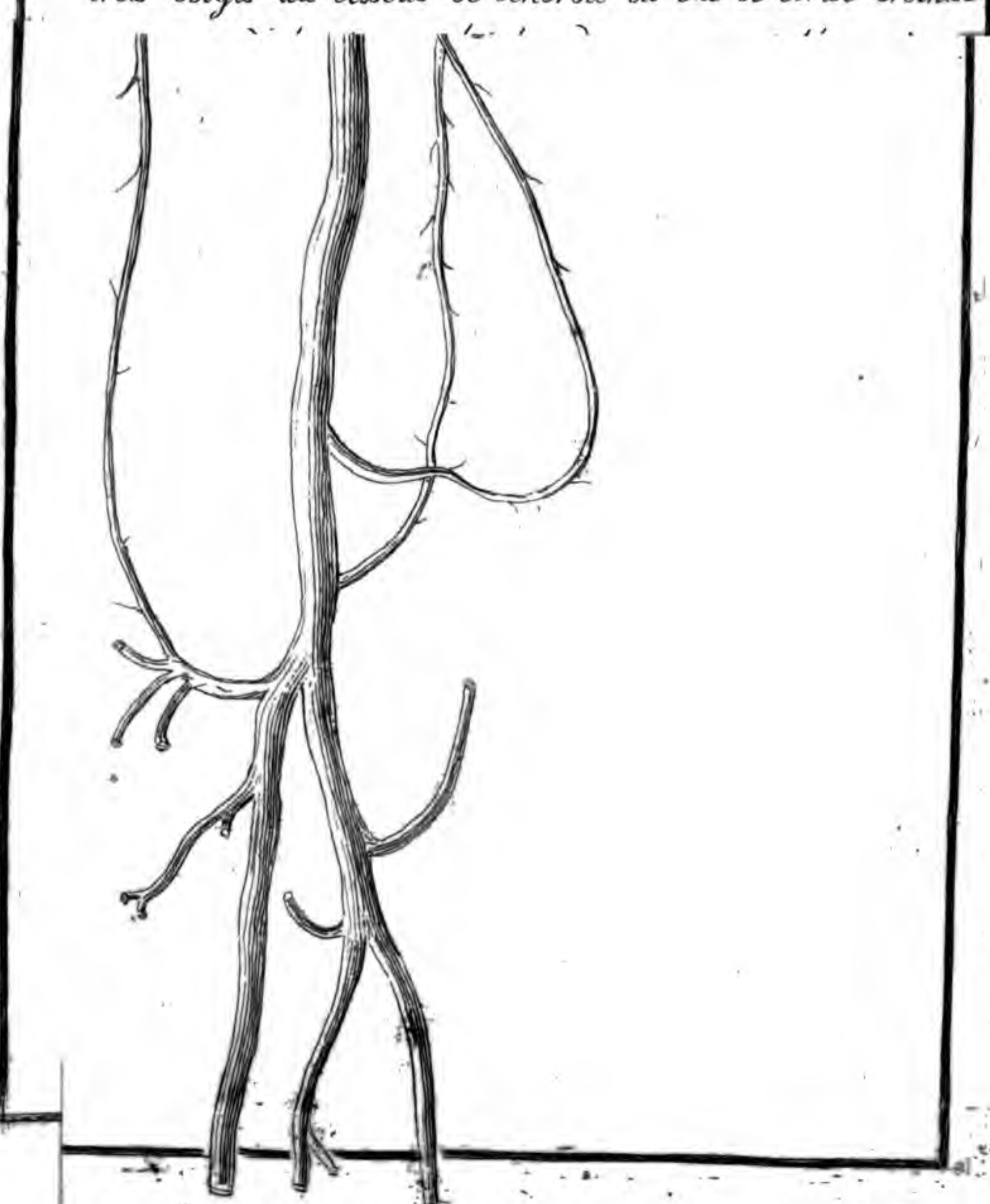
Mr. le Comte célèbre Chirurgien a proposé, dans ces derniers tems, un autre moyen moins conséquent, à la Société Royale de Médecine de Paris, qui l'a fait insérer dans son premier tome pag. 302 & suiv. Mr. le Comte veut qu'on renferme l'artère ouverte dans un tuyau de plume fendue suivant sa longueur, après en avoir tapissé l'intérieur & l'extérieur avec un ruban très-fin, dont on laisse deux bouts assez longs pour affermir le tuyau autour de l'artère: il prétend par cette méthode d'arrêter en peu de tems l'hémorragie & de procurer la réunion des tuniques de l'artère, sans que sa cavité s'efface. Les Commissaires, nommés par la Société pour répéter sur des animaux vivans les expériences de Mr. le Comte, n'en ont point fait un rapport favorable; parce qu'ils ont observé, excepté dans un seul cas, que la cavité de l'artère ainsi renfermée dans le tuyau s'obliteroit à peu près comme lorsqu'on en fait la ligature, & qu'on y applique une compression forte & constante. Ils remarquèrent d'ailleurs qu'il est très-difficile d'ôter les rubans & le tuyau, lorsqu'on a lieu de croire que l'artère est cicatrisée, parce que, quelques jours après l'opération, les tégumens se gonflent & l'artère s'enfonce & se cache.

* Dans sa diss. *De aneurysmate* pag. 615 du dit Recueil.


Fig. 3.



ig. I. Artère sous-clavière droite depuis son origine jusqu
trois doigts au-dessous de l'endroit où elle se divise ordinai-



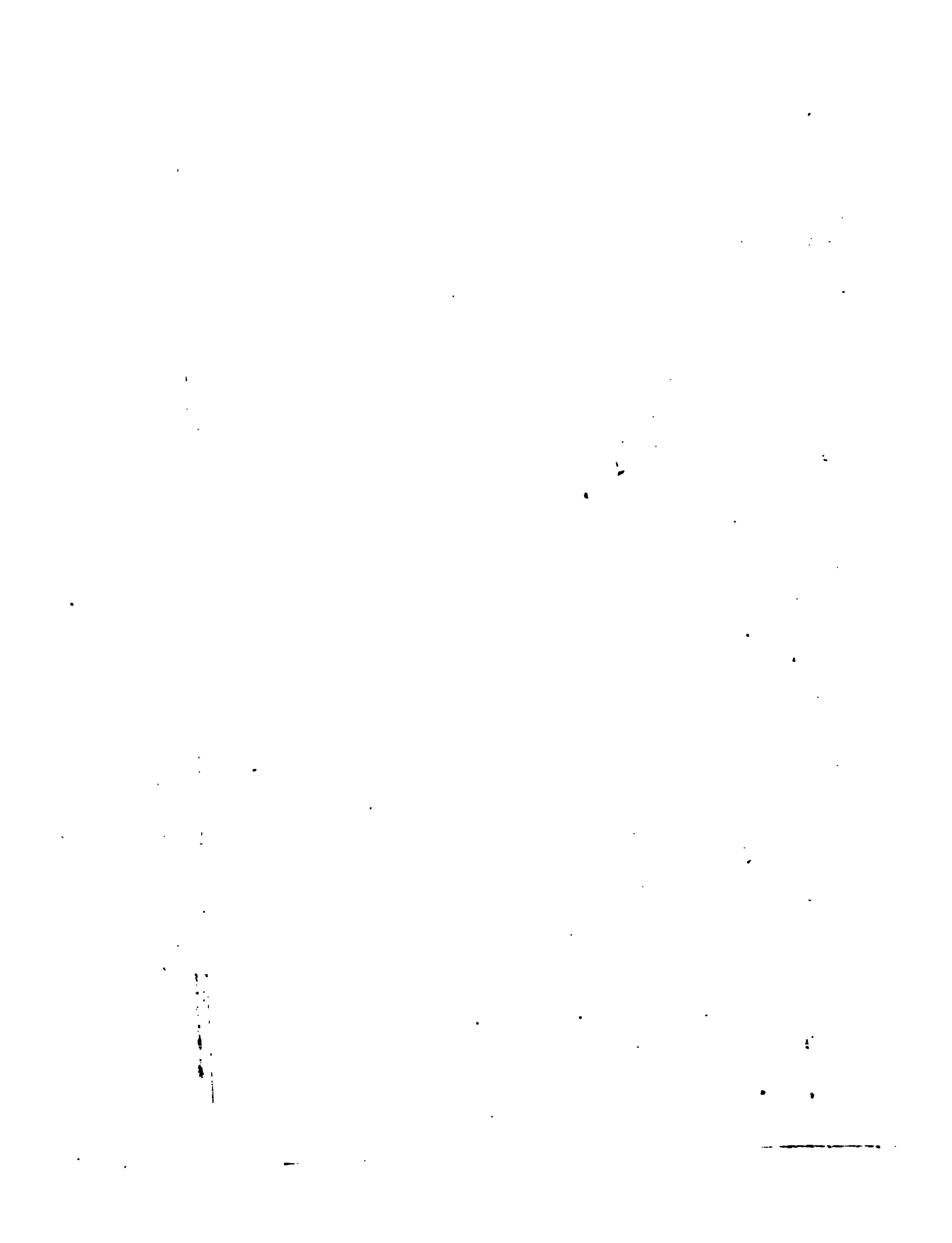
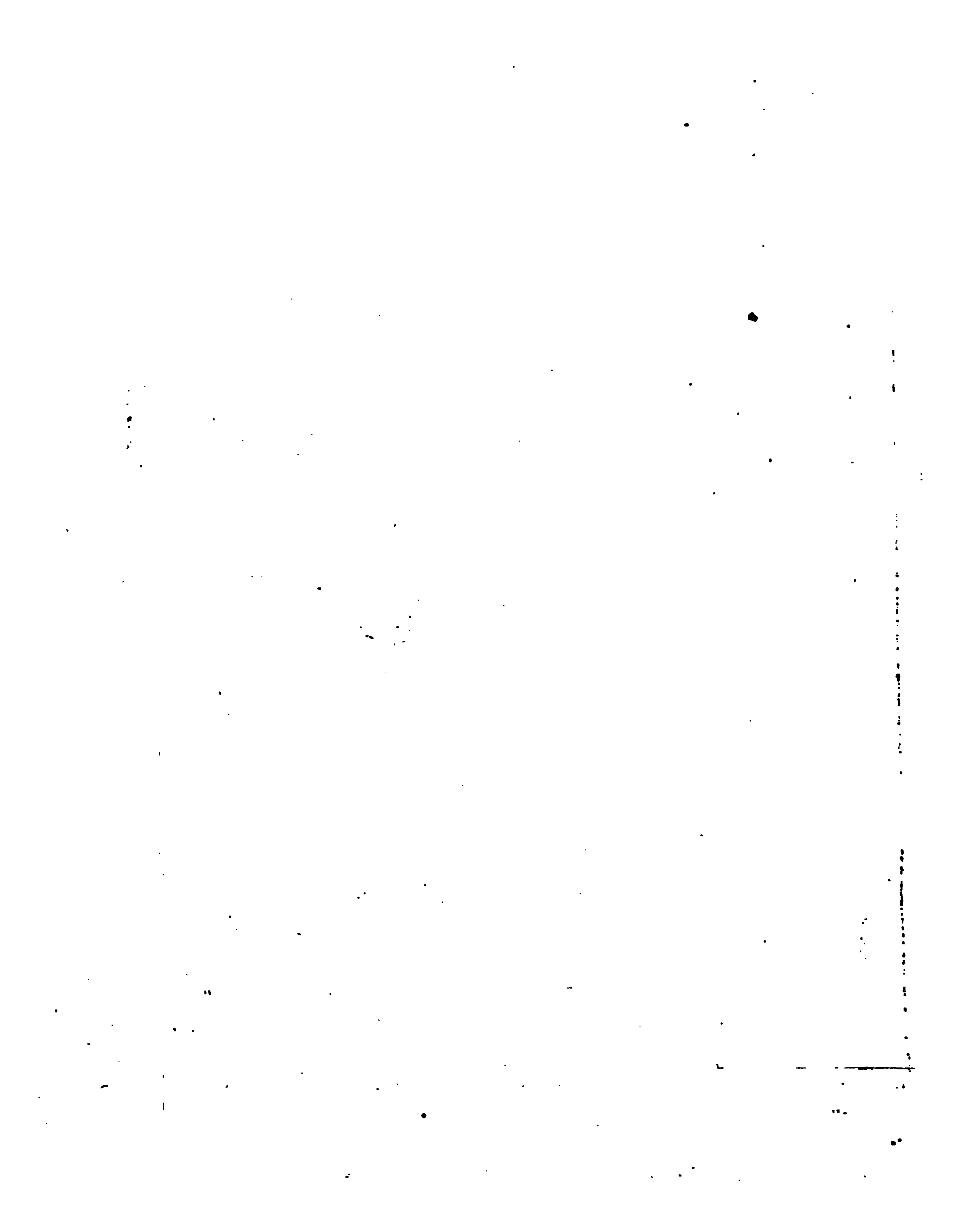


Fig. 1ère Cette figure représente 1.° l'artère sous clavière droite avec toutes ses branches, et ramifications depuis son origine jusqu'à l'inter-osseuse: 2.° les anastomoses des rameaux [illegible]



ESSAI GÉOGRAPHIQUE

SUIVI

D'UNE TOPOGRAPHIE SOUTERRAINE, MINÉRALOGIQUE, ET D'UNE DOCIMASIE

DES ÉTATS DE S. M.

EN TERRE FERME.

PAR M.r LE CHEVALIER NICOLIS DE ROBILANT.

ESSAI GÉOGRAPHIQUE

1. La chaîne des montagnes, qui règne depuis le Lac Majeur jusqu'à la Turbie & qui comprend les Alpes Pennines, les Grayes, les Cottiennes & les Maritimes, sépare les États du Roi en deçà des Monts du Vallais, du Duché de Savoie, du Dauphiné, de la Provence & d'une partie du Comté de Nice: depuis ce lac appelé par les anciens *Lacus Verbanus* jusqu'à N. D. de Charmey elle s'étend d'orient en occident; mais au col de la Roue elle se plie vers le midi en continuant selon cette dernière direction depuis les hauteurs de Bardonêche jusqu'à celles de Raus & de Brouis près de la mer. C'est de-là, & plus particulièrement des élévations de la Bzimaude entre la Roja & la Livenza, que se détache l'Appennin pour traverser l'Italie dans toute sa longueur, en la divisant en deux parties presqu'égales. Les montagnes les plus remarquables qu'il nous présente d'abord, sont, après la Bzimaude, les Viozènes & les Frabouses qui bordent les Provinces de Mon-

dovi, de Cève, les Langues, le Montferrat, & parmi lesquelles se trouve celle de Valbella qui est une des plus hautes, puisqu'elle s'élève à 1073 toises au-dessus du niveau de la mer: en le suivant d'occident en orient jusqu'aux sources de la Trebia dans le Plaisantin on observe qu'il donne origine aux Bormides, à la Scrivia, à la Staffora, & qu'il sépare les États de S. M. d'avec ceux de la République de Gênes, abstraction faite du Marquisat de Dolceacqua, de la Principauté d'Oneille, de Balestrin, de Louan, qui sont enclavés dans le Domaine de cette République.

2. La chaîne des Alpes depuis le St. Gothard qui donne origine au Rhin, au Tesin & au Rhône jusqu'au petit Mont-Cenis, est d'une hauteur prodigieuse: elle baisse ensuite insensiblement jusqu'à la mer où nous avons dit que commence l'Appennin. La montagne qu'on y distingue la première par la grande élévation de ses cimes au-dessus de celles d'alentour, est le Mont-Rose *, anciennement appelé *Mont-Sylvius*, qui formant le sommet des vallées d'Anzasque & de Sesia, & de celles d'Èse & d'Évenson dans le Duché d'Aoste embrasse un périmètre immense. Ses hauteurs sont perpétuellement couvertes de glace qui fournit dans la saison la plus chaude des eaux en abondance, pour nourrir les fleuves qui arrosent & fertilisent les plaines. La température de l'air sur ces cimes glacées est si différente de la nôtre, que le thermomètre de Réaumur n'y arrive tout au plus qu'à 6 ou 8 degrés lors même qu'il en marque plus de 25 dans la plaine. C'est là une

* La hauteur du Mont-Rose peut être calculée environ à 2600 toises au-dessus du niveau de la mer.

disposition bienfaisante de la nature qui ménage ainsi la consommation de ces masses de glace dont la fonte soudaine & trop précipitée submergeroit les régions inférieures.

3. Depuis le St. Gothard la chaîne va toujours en montant jusqu'à la cime du Mont-Rose: les grandes masses qui en font la continuation, sont des dépendances du Mont-Sempion qui environnant le haut-Novarois termine les vallées de Formazza, d'Antigorio, de Vedro & d'Ossola. Entrecoupée néanmoins d'enfoncemens & de gorges elle y laisse des passages libres d'un pays à l'autre: l'on voit au même St. Gothard la communication de Locarno avec le Canton d'Ury, & au Sempion celle de Domo-d'Ossola avec le Vallais, communications très-importantes pour l'Italie & pour l'Allemagne. Vers l'occident du Mont-Rose la chaîne va toujours en descendant, & ce n'est qu'après avoir bordé le Duché d'Aoste qu'elle remonte pour former les points capitaux de son élévation: c'est en effet au sud-ouest du grand St. Bernard, & aux glaciers de Chamonix que l'on voit reparoître des sommets pointus d'une hauteur étonnante, dont les plus élevés sont le Mont-Blanc & le Mont-Malet tous les deux en Faucigny. Là la chaîne se replie au midi par les pas d'Alexblanche, du petit St. Bernard & de la vallée de Grisanche pour se lier ensuite au Mont-Iseran. La hauteur de ce mont d'où sortent l'Isère & l'Arc en Savoie, l'Orco & la Sture en Piémont, quoique fort grande, n'est nullement comparable à celle du Mont-Rose, de manière qu'elle ne doit être rangée que parmi les éminences du second ordre. Tel est aussi le pic graniteux du Mont-Servin qu'on apperçoit dans le Duché d'Aoste au-dessus de la vallée de Tournanche, & qui n'est qu'une appartenance du même Mont-

Rose. Tel est encore celui de Cogne qui se fait remarquer entre les montagnes parallèles qui bordent la Doire Baltée, & dont la suite étant interrompue par le courant de cette rivière près d'Ivrée recommence aussitôt par d'autres grands mas, qui se succédant les uns aux autres de l'est à l'ouest vont se lier de même au Mont-Iseran. De-là partent deux autres branches considérables de la chaîne, qui se continuent à de grandes distances. La première en s'avançant d'orient en occident par des inégalités tantôt plus, tantôt moins saillantes, sépare la vallée de l'Isère d'avec celle de l'Arc, & en parcourant ainsi toute la Tarantaise & la Maurienne se prolonge jusqu'à Ayton & à Bonvillard dans la Savoie propre: elle forme surtout une répartition de montagnes qui embrasse les hauteurs remarquables de Tignes, de Champagny & de la Vanoise. Cette dernière se présente comme une cime à part qui ayant été mesurée par Mr. Needham & Milord Rochefort a été trouvée de 1800 toises au-dessus du niveau de la mer. L'autre branche comprenant le Mont-Soane & les élévations des vallées de Champourcher, d'Orco & de Lans, descend vers le midi & va se relever à la droite du Mont-Cenis en une pointe à pic appelée Rochemelon.

4. Le Mont-Cenis ayant aussi été mesuré par les deux observateurs Anglois que nous venons de citer, a été estimé de 800 toises au-dessus du niveau de la mer. Les montagnes qui lui sont subordonnées & qui s'étendent à sa gauche, se suivent à diflérens ressauts jusqu'à N. D. de Charmey, au col de la Roue & à Bardonêche. De-là la chaîne continue par le Mont-Genèvre & par les hauteurs de Pragelas jusqu'au Mont-Viso qui forme un pic très-apparent d'où sortent le Po & la Du-

rance: toujours variée par différentes élévations & par différens abaissemens elle poursuit son cours par les cols de Ristolas, de l'Agnel, de St. Veran & Longet, & par les cimes de la vallée de Maïre pour aller former les montagnes de l'Argentière, de St. Dalmas le sauvage & d'Entraunes, qui donnent leur source à la Sture, à la Tinée & au Var. A ces endroits les Alpes se relèvent & séparent le Comté de Nice des vallées de Sture & de Gès. Parmi ces masses énormes on remarque particulièrement les hauteurs de Corborant au-dessus des thermes de Vinay, celles des bains de Vaudier, celles de N. D. des Fenêtres au-dessus d'Entraives, celles de Gourdolasque sur la gauche du col de Tende & enfin celles des lacs des Merveilles. Toutes ces cimes surpassent par leur élévation le restant de la chaîne qui depuis le col de Tende se continue par les hauteurs de Pesio, de la Briga, de Frabouse jusqu'aux Viozènes où elle prend le nom d'Appennin qui donnant naissance aux Bormides de Calissan & des Carcares, à l'Orba, à la Scrivia & à la Staffora, s'avance jusqu'aux sources de la Trebia.

5. Les plus élevées de toutes ces cimes sont les réservoirs des eaux des rivières qui se distribuent en deça & en delà des montagnes pour porter la fécondité aux pays inférieurs, & les cols qui les lient les unes aux autres offrent des passages assez commodes d'une Province à l'autre. Si on observe ces montagnes on y reconnoît un désordre général de positions, d'où résulte l'ordre actuel, nécessaire pour la conservation des régions qui en dépendent. Les vallées présentent un renversement de grosses masses de montagnes sans direction régulière: tantôt elles se courbent en angles sans correspondance

de rentrans & de saillans, tantôt elles se tournent en un sens opposé. L'on en reconnoît des traces bien marquées dans la direction de la Sesia qui va en serpentant depuis le Mont-Rose jusqu'à Borgo. La vallée d'Aoste nous représente également une disposition de montagnes irrégulières qui en se resserrant forment des gorges, & en s'élargissant se multiplient en vallées qui sont pour ainsi dire autant de ramifications. D'abord on la monte par une direction au nord, ensuite elle se recourbe d'orient en occident, & sans la montagne du petit St. Bernard où elle aboutit, elle iroit se joindre à la Tarantaise. Aussi voit-on que la Doire Baltée, après avoir commencé par se diriger vers le sud, a été obligée de se tourner vers l'orient & de suivre cette direction pendant l'espace de plus de 40 milles pour reprendre au Mont-Jouet son cours vers le midi. L'Arc qui arrose la Maurienne, nous donne aussi des preuves certaines de la révolution qu'ont éprouvée les montagnes de cette vallée: il commence & continue son cours de l'est à l'ouest jusqu'à Modane où il se tourne vers le nord, sans ne plus s'écarter de cette direction jusqu'à son confluent dans l'Isère au-dessous d'Ayton. On doit de même regarder comme un renversement de montagnes toute cette étendue de pays qui est comprise depuis l'Abbaye de Tamier jusqu'à Montmeillan, & depuis Montmeillan jusqu'à Annecy, & qui constitue les Bauges, le lac d'Annecy & celui du Bourget. L'Arve nous retrace de semblables dérangemens: il prend sa source aux glaciers de Chamonix se dirigeant au nord-ouest; mais à Cluses il se replie vers le sud-ouest pour suivre ainsi son cours jusque près de Genève où il se jette dans le Rhône. Le lac de Genève que les Anciens appeloient *Lacus Lemanus* démontre,

aussi-bien que les lacs d'Annecy & du Bourget la même espèce de confusion. Enfin tous ces coteaux, tous ces mas de montagnes, toutes ces chaînes & ces sommets marquent une texture par couches tantôt peu, tantôt beaucoup inclinées & quelquefois verticales, & un renversement de grosses masses de rochers produit par des explosions souterraines qui ont formé les montagnes telles que nous les voyons aujourd'hui.

OBSERVATIONS

SUR L'ORDRE DES COUCHES

6. Toute l'étendue des montagnes, depuis le Lac Majeur jusqu'à la Doire Baltée, est constituée en grande partie de granit qu'on appelle *migliarolo*, dont la base est tantôt quartzeuse, tantôt de mica noir parsemé ou mélangé de grenats, de talc & de feld-spath: les couches de ces montagnes gardent naturellement cet ordre: les granits qu'on reconnoît toujours à leur base sont suivis de couches quartzeuses & talqueuses: au-dessus de celles-ci l'on voit paroître les couches serpentines, où l'on trouve souvent des grenats mélangés aussi-bien que de l'asbeste & de l'amianthe. Ces couches sont couvertes de pierres réfractaires & cornées de toutes couleurs, de pierres argileuses compactes aussi de toutes couleurs, après lesquelles viennent les schisteuses à minces filets, les savonneuses plus minces, les ardoises grises, noires, rouges, bleuâtres & jaunâtres, & le tout est enfin couvert de terre végétale: c'est dans ces montagnes que règnent les filons aurifères.

BLOCS ET CAILLOUX ROULÉS

7. Les blocs de rochers primitifs détachés, qui sont répandus dans les plaines, dans les vallées, dans les *combes* & dans les ravins, & jusque sur la cime de très-hautes montagnes où certainement ils n'ont pu tomber d'aucune autre éminence, étant un mélange de toutes ces sortes de pierres dont nous avons parlé ci-devant, font connoître évidemment qu'ils sont un véritable effet du bouleversement universel de la croûte du globe, & que c'est par les eaux que dans la suite des tems ils ont été transportés & dispersés indifféremment dans tous ces endroits. C'est aussi à ce bouleversement du globe que les montagnes actuelles doivent leur formation: d'abord il semble qu'elles datent de la première création, mais on peut prouver qu'elles ont été formées postérieurement, & que leur état présent répond naturellement à la catastrophe du déluge universel. Je tirerai la première preuve, du mélange de roche primitive & de sédiment qu'on observe dans nombre de montagnes: on y voit des couches secondaires *sinuosées* sur des couches primitives: les premières suivent la forme externe des montagnes primitives: les dernières ont leur inclinaison angulaire sur celles-là: ce qui prouveroit qu'elles sont d'une opération antérieure: les couches *sinuosées* que nous nommerons *superpositions*, étant calcaires, fissiles & remplies de pétrifications d'une nature différente de celle des collines, peuvent être regardées avec raison comme des produits d'une lente opération dans les mers préexistantes au déluge, & leur mélange avec les couches primitives annonce clairement la

rupture du fond de la mer ou des lacs, & fait voir que c'est à l'occasion de cette rupture que ces montagnes ont été formées; ce n'est en effet que dans les montagnes de seconde formation qu'on découvre les mines de sel gemme, de houille, les sources salines & les ardoises bitumineuses. L'autre preuve se tire de la constitution des couches des grandes plaines qui sont en grande partie formées de cailloux roulés provenans des pierres des hautes montagnes. Ces cailloux qui datent surement de la première formation du monde de même que les montagnes dont ils sont des éclats, existent à des profondeurs immenses dans les plaines qui n'ont pourtant été formées que par les eaux du déluge, comme les collines.

8. Les États de S. M. en deçà des Monts fournissent un grand témoignage de cette assertion: ils présentent dans le couronnement des Alpes & de l'Appennin les bords pour ainsi dire d'une digue immense qui n'est ouverte que du côté de la Lombardie & du Plaisantin. En supposant donc cet espace de pays qui est entouré de ces montagnes regorgeant d'abord des eaux du déluge jusqu'au-dessus des sommets les plus élevés, on comprendra qu'à leur décroissement il dut se former dans ce lac immense des courans dont nous avons encore des traces dans les deux principaux fleuves qui nous restent, le Po & le Tanare dont le confluent est au-dessous de Bassignane. Mais comme l'entre-deux de ces fleuves dut être alors moins agité, il s'y fit naturellement des dépôts, d'où se formèrent les collines qui commencent à Montcalier, & qui vont finir en forme d'île à Bassignane en gardant communément à leur surface le nivellement du pied des Alpes; & comme le cours de ces fleuves depuis Turin jusqu'à Bassignane décline de plus

de 50 toises, la hauteur de ces collines baisse aussi à peu près de même & suit la déclivité générale.

9. Ces collines sont les seules où l'on reconnoisse clairement ce que des personnes qui ont écrit sur l'histoire naturelle, se sont peut-être trop hâtées de déterminer d'une manière générale en avançant que toutes les montagnes proviennent des courans de la mer. Ces Écrivains peuvent avoir été trompés par la correspondance des angles rentrans avec les saillans; parce qu'ils n'ont point observé que cette correspondance n'a effectivement lieu qu'à l'égard des collines de dernière formation dont la substance est toute calcaire, marneuse, limoneuse, sablonneuse & remplie de corps marins, & dont les lits sont plus ou moins inclinés, selon la nature & la figure du sol où se firent les sédimens. Une particularité bien marquée que nous reconnoissons dans les collines autour de Turin & dans les plaines qui les environnent, est que le sable dont quelques-unes sont entièrement formées, est analogue à celui de la mer, puisqu'il est mêlé de corps marins & qu'il tient du bitumineux. L'on rencontre dans ces collines du soufre pur accompagné de plâtre, de charbon fossile & de sources salées. En les suivant depuis Montcalier jusqu'aux hauteurs de Chivas, l'on trouve continuellement des blocs de pierres roulées, analogues aux couches vives des montagnes de première formation, qui règnent dans les vallées de Suse, de Lans & de l'Orco: outre cette analogie on reconnoît encore dans ces blocs des minéraux & des marcassites de toutes espèces, & même des fragmens quartzeux & spatheux des filons qui serpentent dans les montagnes relatives de la chaîne des Alpes; ils doivent donc y avoir été roulés par la

violence des courans des eaux, & s'être ainsi entremêlés parmi les sédimens diluviens.

10. Il est naturel que toute la suite du pied des Alpes & de l'Appennin se borda aussi de collines par les dépôts successifs qui s'y firent dans les espaces intermédiaires qui pendant l'abaissement des eaux furent moins agités par leurs courans; & il est clair que si les montagnes des environs étoient de première origine, les collines qui ne furent formées que de leur débris, en doivent par conséquent participer. Pour s'en convaincre on n'a qu'à parcourir les collines de la Principauté de Masseran, celles de la Serre d'Ivrée & de tout le Canavois, & se transporter depuis cette Province jusque dans le Vallais qu'on appelle de St. Maurice; car loin d'y trouver du calcaire ou du sédiment marneux, tout s'y ressent de la fracture, du dérangement & des restes des montagnes primitives correspondantes, dans lesquelles on voit les signes des mines superficielles d'or qu'elles recèlent, & qui arraché & entraîné par les ravines qui cavent ces vallées, se dépose & se fixe aux coudes les plus tranquilles du Tesin, du Cerf, de la Doire Baltée, de l'Orco & du Malon, où les Paysans ont toujours accoutumé de le recueillir & de le laver, comme le témoignent les anciens mémoires en nous apprennant qu'autrefois le lieu de la Besse, derrière la Serre d'Ivrée, étoit renommé par les lavages qu'on y faisoit de ce métal, dont on a encore des restes dans les rebuts. Si l'on suit les Alpes dans les vallées de Pragelas & du Po, on y trouve les mêmes dispositions de collines toujours analogues aux montagnes des environs. Au reste ce qui prouve encore plus la rupture générale de la croûte terrestre, ce sont les roches primitives isolées d'Ivrée,

celles de la Sacre de St. Michel aux environs d'Aveillane, celles de Cavour & de Revel; les écueils qui bordent les lacs, aussi-bien que les tertres & les buttes qu'on ne peut regarder que comme des pointes & des masses de roc investies des mêmes débris qui constituent les plaines, les vallées & les collines adjacentes, selon l'ordre qu'ils s'y sont déchargés à l'entour.

11. Les collines commencent à devenir mélangées à mesure qu'elles participent des montagnes qui paroissent n'être que des produits du fond des mers antédiluviennes. Nous en avons des preuves dans les collines des environs de Busque, de Carail, de Vignol, de Boves & de Peveragne qui sont toutes remplies de tuf, de stalactites & de sédimens calcaires & marneux, participant de la constitution des montagnes dont elles dépendent. A mesure qu'on s'avance dans l'Appennin qui, par ses grandes carrières de marbre & de pierre à chaux, tient plus de la mer que les Alpes, on s'apperçoit que les collines correspondantes sont composées de fragmens qui en dérivent, telles sont les collines de Cève, d'Albe, de St. Etienne de Belbe, de Nice de la Paille & d'Acqui, qui de plus abondent en charbons fossiles, en couches bitumineuses, calcaires & marneuses, en sources salées & en bois pétrifiés.

12. Les montagnes qui bordent les hautes vallées des Bormides, de Garès, de l'Erro, de l'Orba & de la Scrivia, sont de première formation: aussi remarque-t-on que les collines qui les avoisinent, sont de semblable nature: elles sont remplies de blocs de pierre primitive, de cailloux roulés de même origine avec des terres plus minérales, martiales & vitrioliques, que calcaires; ainsi il n'est pas surprenant que l'or se trouve

dispersé dans les rivières qui coulent dans ces vallées, & que l'on rencontre partout où on le lave du sable de fer attirable à l'aimant. Ce métal se montre encore en plus grande quantité dans toutes les collines du Biellois & du Canavois, où après les pluyes & les orages il paroît presque partout une terre rouge dont les plaines sont aussi constituées. L'on y voit partout encore une terre dominante de sable noir qui est un indice certain de la coëxistence de l'or.

13. En s'avançant au-delà de la Scrivia jusqu'au Plaisantin on voit recommencer les collines de dernière formation atténantes à l'Appennin, & celles de Voguère jusqu'à Chateau St. Jean, dont la formation qui est toujours due aux deux courans principaux, le Tanare & le Po, répond parfaitement aux causes mécaniques auxquelles nous avons attribué celle des autres. Le Tesin qui dut former un courant venant du nord, se jetoit au-dessous de Pavie dans le Po, qui ayant déjà reçu le Tanare dans son lit se dirigeoit vers la Lombardie; mais la Trebia agissoit à son tour sur lui près de Plaisance, de manière qu'il en dut résulter un état tranquille dans l'entre-deux du Tanare & de la Trebia, dans lequel entre-deux il se fit par conséquent des dépôts d'où résultèrent les collines de troisième formation qu'on voit depuis Tortonne jusqu'à Chateau St. Jean, & qui sont en effet toutes analogues dans leur substance à celles du Montferrat.

14. Si l'on considère les abaissemens postérieurs des eaux du déluge on conçoit qu'à mesure que le pied des montagnes & des collines fut à découvert, il fallut que les courans de chaque vallée agissent sur les dépôts qui formoient les plaines en les sillonnant profondément: c'est effectivement à cette

époque qu'on doit fixer les profondes & longues excavations parallèles jusqu'au fleuve principal qu'on distingue par ses hautes rives, hormis qu'on veuille revoquer en doute les témoignages les plus convaincants qu'en rend continuellement la nature: tels sont les sillons que nous voyons dans le Tesin depuis le Lac Majeur jusqu'aux hautes rives du Po; dans la Doire Baltée, dans la Sesia jusqu'à son entrée dans la plaine, dans l'Orco, dans le Malon, dans la Sture, dans la Doire de Suse, dans le Sangon, dans la Sture de Coni, dans le Tanare & dans tous les débouchés des vallées principales au deçà des Monts, & à mesure que l'abaissement des eaux parvint à son terme, les fleuves prirent leurs lits actuels, tantôt serpentant d'un côté, tantôt de l'autre, & formant de bas rivages dans leur cours présent. Toutes ces réflexions répondent entièrement à la figure topographique actuelle de ce Pays.

15. Si on considère avec attention la Savoie divisée en trois vallées principales, celle d'Arc dans la Maurienne, celle de l'Isère dans la Tarantaise, & celle d'Arve dans le Faucigny; nous reconnoissons le même désordre dans la ligne de direction de ces vallées dépendantes du cours irrégulier que les courans des eaux y durent prendre suivant la position des masses de montagnes qui s'y présentoient. Les montagnes des Bauges qui bordent l'Isère depuis Tournon jusqu'à Montmeillan, & qui de Montmeillan s'étendent jusqu'à Annecy, sont toutes des pièces renversées qui s'étant pliées par leur ados soit au nord, soit au levant ont laissé un abyme qui forme le lac d'Annecy: de même le Mont du Chat & les mas de rochers au-dessous vers l'occident de Chambery du côté d'Apremont ont formé un autre abyme qui constitue le lac du Bourget.

Telle semble avoir été l'origine de ces lacs: l'on peut conjecturer la même chose de celui de Genève, du Lac Majeur en Italie, des petits lacs d'Ivrée, de ceux de Vivron & de Candie & de ceux qui sont dans les plus hautes montagnes, comme celui du Mont-Cenis & ceux des Merveilles. Tous ces abymes étant fermés à leur sortie par des rochers transversaux, & n'ayant pu d'ailleurs être remplis par les débris des montagnes plus élevées qui les bordoient, durent former autant de réservoirs d'eau douce traversés par des fleuves principaux, tels que le Rhône & le Tesin dont l'un traverse le lac de Genève, & l'autre le Lac Majeur, ou bien par des ruisseaux tels que ceux qui passent par le lac d'Annecy, par celui du Bourget & par ceux des hautes montagnes dont nous venons de parler.

16. Il résulte de cette théorie des vallées que les rivières qui les arrosent, sont plus ou moins rapides à proportion de l'espace plus ou moins court qu'elles parcourent pour arriver au fleuve principal; & comme la plus grande partie des villages situés aux pieds des montagnes, sont élevés de plus de 300 & même de 400 toises au-dessus du niveau de la mer, & que le cours des eaux qui descendent de ces montagnes & coulent dans ces vallées, doit être d'autant plus rapide que leur pente est plus grande; il seroit impossible qu'il ne s'y ensuivît de continuelles dévastations, si la Providence n'eût mis des barrières invincibles formées de rochers transversaux, dans l'ordre des vallées jusqu'à leur débouché dans les plaines. C'est par cette sage architecture que les fonds des vallées subsistent: c'est par ces grands amas de matériaux que la nature forme, dans les intervalles des rochers qui contras-

tent en tout sens, les réservoirs des eaux qui fournissent perpétuellement des sources nécessaires aux pays inférieurs. Ces rochers, qui coupent transversalement les vallées, forment des gorges où l'on voit ordinairement avec surprise les cataractes, ou les cascades des rivières : ces cascades sont fréquentes dans les vallons, il n'y a presque pas un torrent qui n'y en fasse de très-belles, celle de l'Orco dans la vallée de Pont au village de Novasque est des plus admirables. Cette rivière qui prend sa source dans les plus hautes montagnes de l'Iseran, de Severanche & de Cogne après avoir coulé au travers d'agréables prairies tombe à Ceresole tout à coup en une cascade formant une ligne verticale que j'ai jugée de plus de 400 toises, pour continuer son cours jusqu'à Pont. On n'admire pas moins la cascade que le torrent Évenson qui descend du Mont-Rose dans la vallée de Challand, fait aussi à un demi-mille de Verrez par une verticale de plus de 200 toises pour s'aller jeter ensuite dans la Doire : c'est ce qu'on appelle le Pison de Brusecou. Je ne m'étendrai pas davantage sur cet article qui seroit infini, je me contenterai d'avertir que bien des endroits de ces grandes vallées démontrent avoir été de grands lacs qui, par la rupture des digues transversales de rochers, dont ils étoient retenus, occasionnée ou par des tremblemens de terre ou par d'autres accidens, durent porter dans les pays inférieurs les plus grands désordres, & laisser dans leur capacité de vastes étendues de terrein très-propre à la culture, qui n'eut pourtant lieu que dans la suite des tems.

17. Le desséchement qui dura probablement plusieurs siècles, dut occasionner par la filtration des eaux souterraines des effervescences dans les amas des minéraux pyriteux, & par

conséquent des inflammations souterraines tantôt avec explosion tantôt avec simple conflagration, suivant la position de ces amas. Dans le premier cas il dut s'ensuivre de violens tremblemens de terre, par l'action des vapeurs sôuterraines qui cherchant à s'ouvrir un passage au déhors ne purent que changer la position de bien des rocs, en déranger la texture, comme on le reconnoît à la conduite des filons, & causer enfin différentes ruines. Dans le second cas ces feux souterrains durent s'ouvrir des cratères par où ils auront continué à jeter des matières inflammables selon leur abondance, & à vomir des courans embrasés de substances fluides qui se montrent encore aujourd'hui par des laves, par des pierres ponces, par des basaltes & par des sables brulés qu'on nomme *pouzzolanes*. Dans les endroits où il n'y eut qu'une conflagration locale on reconnoît les couches supérieures qui sont brûlées & rouges. Quiconque considère les collines de la Principauté de Masseran & fait attention à l'aspect rouge qu'elles présentent est aussitôt convaincu d'une de ces anciennes combustions. Les couches du Biellois depuis Gaglianico jusque vers Saluzzola sont de pareille couleur, & l'on en rencontre aussi de semblables dans les plaines, telles que celles de Villeneuve d'Asti jusque vers Pralorme. J'omets un plus long détail parce que ceci peut suffire pour déterminer notre théorie, n'y ayant rien de plus simple que de se persuader que toute substance ocracée mêlée avec les terres se change en rouge de brique aussitôt que le feu l'attaque.

18. Les hautes montagnes contigues à la Vanoise au-dessus de St. Michel s'offrent à la vue sous un aspect brûlé & en guise de cratères, qui pourroient faire juger qu'il y eût an-

ciennement quelque volcan qui se soit éteint dans la suite: quoique bien des circonstances ne m'ayent point permis de confirmer ma présomption sur les lieux, elle acquiert néanmoins le poids d'une preuve par la multitude des morceaux de pierre de couche noire & de basalte, qui rendent presque noir le sol de la rivière d'Arc qui coule en Maurienne. Comme d'ailleurs ces montagnes ignivomes ont dû, en vomissant des torrens de flammes & des monceaux de cendres, occasionner de grands tremblemens & de grands renversemens dans leurs masses, on pourroit conclure que c'est de-là que provient le désordre qui règne dans celles des environs de St. Michel. Le voisinage de Cève donne lieu à la même conjecture par le désordre qu'on observe dans les côtes des montagnes, par la couche de pierre sablonneuse rouge dont elles sont couvertes au-dessus de Bagnasc, & enfin par la quantité des porphyres pareillement rouges qui tapissent tout le lit du Tanare, & qui ne peuvent tirer leur origine que des couches fixes d'alentour où abondent les matières combustibles, puisqu'il y règne partout des couches vives de charbon de pierre de la plus excellente qualité, qui s'étendent fort au loin dans les penchans des montagnes latérales & dans les vallées. Voilà à mon avis quels sont les endroits qui peuvent avoir été embrasés anciennement, & qui de nos jours ne donnent plus que quelques indices d'un feu caché: ces indices sont les eaux thermales qui sortent dans leur voisinage, comme celles d'Aix dans la Savoie propre, celles de la montagne de St. Jean de Maurienne & celles de Montagny & de Salins derrière la même montagne dans la vallée de Doron en Tarantaise: & en deçà des Alpes les eaux thermales de Vinay dans la vallée de

Sture de Coni, celles de Vaudier dans celle de Gès, celles d'Acqui dans le Montferrat sur la Bormide, sans parler de tant d'autres qu'on a découvertes dans le Tortonnois vers les Appennins, & dont je n'ai qu'une légère connoissance. Celles que je viens de nommer, & que j'ai eu lieu d'examiner, exhalent presque toutes un foie de soufre; elles supposent donc encore la présence & la continuité d'un feu souterrain entretenu par des pyrites dans des veines saumâtres, d'où il doit résulter nécessairement ce foie de soufre: telles sont en particulier celles de Vaudier, de Vinay & d'Acqui qui ayant la disposition martiale sont alkalines, muriatiques, sulfureuses & pourvues de substances volatiles, spiritueuses & qui concourent par là d'une manière efficace au rétablissement des malades qui en font usage: ce qui fait voir que les montagnes d'où elles sortent, sont toutes composées de pierre à chaux, de marbre, de schiste, d'argile marneuse & de tuf: il n'y a que les eaux thermales de St. Didier au sommet de la vallée d'Aoste qui n'offrant dans leur cours que des sédimens ocracés n'indiquent aucun feu actuel: elles doivent prendre leur chaleur en traversant des bancs de chaux vive, mais cela suppose toujours des embrasemens intérieurs dans les tems passés, & démontre que c'est à l'occasion de ces embrasemens que la chaux y est devenue vive.

TOPOGRAPHIE SOUTERRAINE MINÉRALOGIQUE

19. Je dois à présent distinguer, autant qu'il m'est possible, les pierres qui constituent les montagnes de la chaîne des Alpes, des Appennins, des collines & des plaines, pour

donner un jugement sur la Topographie souterraine de notre Pays. Ayant déjà parlé des montagnes graniteuses, il me reste à ajouter que les couches qui terminent soit les plus hautes cimes, soit les cimes moins élevées, sont d'une pierre dont la texture a été dérangée par le long séjour des neiges, & dont les blocs se sont exfoliés: cela arrive surtout aux couches schisteuso-quartzeuses par lesquelles finissent ordinairement les plus grandes élévations, & plus particulièrement à celles des montagnes schisteuso-savonneuses, schisteuso-cornées de toutes couleurs, & des montagnes schisteuso-calcaires qui sont encore plus sujettes à être décomposées par les intempéries de l'air. Les montagnes de cette pierre originaire ne donnent aucune indication de corps marins: or on a vu que chaque mas est formé de couches inclinées en différens sens, & que toute la face qui présente la sortie des couches & qui est ordinairement la plus rapide, se décompose & s'écroule continuellement; il n'est donc pas surprenant de voir à leur pied une quantité de décombres qui sont de-là entraînés par les lavanges & par les ravines dans les ruisseaux, & par les ruisseaux dans les fleuves. Les angles de ces éclats primitifs s'émoussant par ce roulement continuel s'amincissent, & continuant à être chariés avec violence se brisent enfin & s'arrondissent, de sorte qu'il se forme un sable de leur *détritus* qui dans les inondations est transporté avec les cailloux roulés jusque dans les fleuves. Ce sable selon la matière du *détritus* est tantôt cristallin angulaire & talqueux, & c'est alors qu'il provient des montagnes granitiques: tantôt il est mélangé de fragmens schisteux, quartzeux, savonneux & serpentins avec des marcassites, & dans ce cas il cause des efflorescences dans les cimens avec la chaux, surtout à l'aspect

du N. E. & des vents humides. Comme il y a des montagnes, tel que le Mont-Rose, qui ont un aspect brûlé & rougeâtre causé par les alternatives de l'action du soleil & des fermentations qui s'opèrent dans les substances pyriteuses qui y domine, on trouve aussi du sable de cette nature.

20. En parcourant la crête des Alpes depuis les hauteurs de Brusson & de Champourcher dans le Duché d'Aoste jusques aux Glaciers de Chamonix & jusqu'au Mont-Iseran, & de là en continuant par les montagnes de la Maurienne à droite & à gauche de l'Arc jusqu'aux éminences de Rochemelon & du petit Mont-Cenis, on voit régner en Aoste les couches argileuses, les cornées, les serpentines avec grenat ou sans grenat, les schisteuses, les savonneuses, les talquées, les *sarisseuses* * & les quartzeuses, on y voit de même les pierres argileuses vertes ou grises à grands bancs, dans lesquelles dominent ordinairement les filons ou les couches de cuivre. Il est rare cependant que dans ces montagnes le cuivre se montre par filons, on l'y trouve par couches suivant la texture du lieu. On en a des exemples généraux dans les mines, qui s'y cultivent, de Valpelline, de St. Marcel, de Fenis, de Champ de Pras, de Gressoney & dans les indices de celles qui ne sont point en exploitation, à Arnaz, à Antey, à Ayas, à Nus, à Champourcher, à Verrez, à Graine &c. Les couches des mines de cuivre suivent la marche des couches de la montagne, même dans leurs sinuosités; elles sont cependant toujours accompagnées de matrices argileuses, quartzeuses & spatheuses.

---

* Le Gneuss des Allemands.

Ces mas de montagnes finissent bien souvent par de puissantes couches de tuf calcaire & stalactitique, qui les recouvrent. Il faut observer ici que les mines de toutes ces montagnes ne donnent pas le plus foible indice d'or quoiqu'il y ait une infinité de vrais filons les uns épais, les autres minces, de mine de galène ou luisant de plomb de texture différente à grosses & à petites graines & à écailles minces, ou épaisses & antimoniales, ou avec de la pseudo-galène dans des matrices de quartz, de spath, ou même de schiste & de talc: on n'a pas non plus le moindre signe d'or ni dans les mines qu'on trouve à Brozzo, à Quazzolo, à Tavagnasc, ni dans celles qui se rencontrent à Issogne, à Aymeville, à Cogne, à Courmayeur dans la montagne du Labyrinthe, à Alexblanche, à Joule au-dessus du Pré St. Didier, & à la mine de la Thuille: mais elles sont accompagnées de quelque mélange cuivreux antimonial & arsénical avec du zinc. La chaîne de ces montagnes dans la Maurienne & dans la Tarantaise est de pierre schisteuse, quartzeuse & talqueuse, de schisteuso-savonneuse, & schisteuso-cornée, ou bitumineuse surmontée de grandes couches de tuf, & depuis Moutiers jusqu'à St. Michel, de mas de plâtre, de chaux avec des ardoises, dont une partie a souffert de combustions qui ont produit des couches sulfureuses noires, qu'on appelle houille, mais qui n'ont presque point de bitumineux. On tire de cette houille à Montagny au-dessus de Moutiers pour l'usage des salines de cette ville sans que cependant il en résulte un grand bénéfice pour les cuites. L'on sait que c'est dans les montagnes de ces environs que l'on trouve les sources de sel marin, & que c'est à Moutiers qu'on le gradue & qu'on le cuit. La Tarantaise est plus intéressante

pour la minéralogie que la Maurienne. Les filons de N. D. de Pesey au-dessus de St. Maurice, mine très-importante d'argent & de plomb à petite graine, dans une matrice schisteuse & quartzeuse, qui a produit depuis 35 ans plus de $\frac{100}{m}$ marcs d'argent, & $\frac{200}{m}$ quintaux de plomb qui reviennent environ à 8 millions: ces filons, dis-je, donnent chaque année l'une sur l'autre $\frac{210}{m}$ liv. Les mêmes montagnes offrent encore en bien des endroits des indices de mines fines, comme à Ayme, à Macault, à Mont-Valaisan, à Grenier, aux Allues, à St. Bon. Toutes ces mines sont ou de plomb & argent, ou de cuivre & argent de nature vitrée & obscure. Dans la Maurienne on a à Bonneval des mines de plomb & argent blanches, & au Pelvo des mines très-riches d'argent blanches ou livides qui ne sont point exploitées. L'on en trouve à Modane de plomb & argent qui étant exploitées dans la fosse des Sarrasins sur les plus hauts sommets de N. D. de Charmey, donnent un bénéfice de $\frac{10}{m}$ liv. ou environ, il y a encore des indices aux Herbiers dans la même montagne. L'on a aussi à Ste. Thecle au-dessus de St. Jean, à N. D. de Cuines au-dessus de la Chambre, à Argentine au Mont-Chabert, à Bonvillard dans la Savoie propre, à la Rochette aux Huilles, des mines qui sont toutes exploitées, & qui rendent de l'argent & du plomb, & même de l'argent livide à Malrocher aux Huilles. La montagne au-dessus d'Aiguebelle à St. George de Urtières fournit des mines en puissantes couches de spath de fer à petites écailles. Il règne aussi dans ces veines des rameaux de cuivre qui sont importants: car outre le cuivre qu'on fond à Château-neuf on nourrit tous les fourneaux & forges à fer de la Maurienne & de la Savoie propre:

mais dans toute l'étendue de ces montagnes on ne rencontre aucun indice d'or, il n'y a que quelque apparence d'argent & d'autres métaux.

21. Si on tourne ses regards sur les montagnes de Doucy en Tarantaise, vers celles de Beaufort du côté de St. Leude dans la Savoie propre, à Chamonix, Servoz, Salanche jusqu'à Cluses en Faucigny on y voit reparoître les couches granitiques, quartzeuses, schisteuses, & par conséquent les minéraux tenants argent y sont aurifères; les filons qui y serpentent, sont remplis de cristaux de roche très-beaux & de pseudotopazes. Parmi tous ces postes, celui de Servoz est actuellement exploité par des compagnies étrangères. Dans les montagnes de St. Leude, de N. D. de la Gorge, des Samoëns, il y a des mines de plomb & d'argent sans or, parce que la pierre n'en est plus graniteuse.

22. Les basses montagnes des Bauges, de Tamier, de Menthon, d'Annecy, du Reposoir, de Rumilly, du Chat, & d'Apremont sont toutes ou entièrement composées de pierre à chaux & de marbre, ou seulement par superposition sur la roche primitive avec mille tours & détours qui en accompagnent les extrémités. On y rencontre surtout vers Hautecombe, outre de belles carrières de marbre, des couches d'excellent charbon de pierre, des pétrifications marines de plusieurs espèces, & c'est là encore qu'on remarque la fameuse fontaine périodique de la merveille célébrée par tant d'Auteurs.

23. En recommençant nos recherches par les départemens graniteux, schisteux, quartzeux & serpentins des montagnes du haut-Novarois, de la vallée de Sesia, du Biellois, & des vallées de Challand & du Mont-Jouet l'on rencontre à Antigorio

dans la montagne de Crodo des filons d'or dans des marcassites & dans le quartz, qui sont en exploitation, & de semblables mines d'or dans la vallée de Vedro: on rencontre aussi de ces mines d'or dans les vallées d'Antrona piana & de Bugnanc, l'on trouve surtout dans celle d'Anzasque aux montagnes de Macugnaga sept à huit filons de marcassites aurifères en exploitation qui peuvent donner actuellement 40 à 50 marcs d'or au titre de 16 à 18 K. Dans la même vallée vers les montagnes de St. Charles aux fosses appelées *De' Cani* l'on a des mines pyriteuses, cuivreuses & aurifères avec du plomb & avec de la pseudo-galène qui ont été exploitées sur les hauteurs de Vogogne, & l'on rencontre des indices de mines de plomb & d'or à Ornavas. L'on voit à l'endroit nommé Laidavon des veines de fer en masse de nature brune & de matrice serpentine, dont l'ouverture est au jour. De l'autre côté des montagnes de Macugnaga au sommet de la vallée de Sesia se trouvent les mines d'or de Sainte Marie & de *Cava vecchia* sur un même filon principal, la première a donné des minéraux d'argent blancs arsenicaux & aurifères de 40 onc. par quintal d'argent dans une matrice de quartz, des marcassites aurifères aussi dans le quartz & de la terre rouge. En 1758 ce filon produisit plus de 160 marcs d'or & $\frac{3}{m}$ marcs d'argent. On exploite dans les montagnes serpentines du village d'Alagne les mines de cuivre pyriteuses qu'on trouve dans le schiste ou dans la pierre argileuse verte & douce dans des couches décidées & très-importantes de St. Jacques & de St. Jean. Dans la vallée de Sermenza qui est une branche de cette même vallée, l'on a à Raza & à Carcofaro des indices de cuivre, l'on en a de mine d'argent & de plomb

à Valmala & d'or à Rimella dans la vallée de Mastalon : l'on trouve à Valbella une mine de mauvais fer pyriteuse qu'on fondoit sur le lieu pour le compte de S. M., & qui donnoit un fer cassant à chaud. L'on connoît aussi à Alagne & à Scopel le grand département des mines que j'y ai formé : à Alagne il consiste dans l'ouverture des communications principales & dans les bâtimens de bocambre & de lavage pour l'or & pour le cuivre & à Scopel dans les fonderies du cuivre, du fin & de leur séparation.

24. En descendant encore la vallée l'on rencontre à Valdugia, qui est une branche de la vallée de Sesia vers l'Orient, des indices de filons de plomb & de pseudo-galène qui mériteroient d'être cultivés. Cette vallée fournit aussi des carrières de marbre serpentin très-beau qui approche du vert antique d'où l'on a tiré entr'autres les fameuses colonnes du Sanctuaire de N. D. de Varallo. L'on compte dans cette vallée plus de treize forges où l'on travaille le fer & où l'on fabrique toutes sortes d'outils tranchans & de labourage : deux fourneaux pourvoient ces forges de gueuse, le premier qui appartient à la maison Dada est à Locarno dans la vallée de Sesia, l'autre est à Postua dans la Principauté de Masseran, où l'on fond une des mines en fer les plus riches qu'il y ait sur ces montagnes, & il est construit à l'Allemande, façon qu'on trouve beaucoup plus utile : ce village avoit les matériaux de différente qualité nécessaires pour la réalisation du fer. Dans la même Principauté sur les hauteurs de Crevecœur on voit les anciennes mines de la Monta qui fournissent des filons de marcassites aurifères qu'on tient en grande réputation, & on remarque les filons de galène de plomb argentifères & aurifères qui règnent dans la Région des Torini.

On trouve à Sessera au-dessous du Mont-Marzo des filons d'or & d'argent avec du plomb, qu'on a attaqués & où l'on a fait bâtir une fonderie, des bocambres & des lavoirs; l'on en retiroit de l'or à un titre bien plus haut que celui d'Alagne qui n'étoit qu'à 16 K, tandis que le premier passoit les 22: le filon traverse des bancs de granit. Au pied de la vallée au village de Cogiola se trouve la molybdène ou terre à creuset. Les montagnes de Sostegno vers la plaine donnent aussi des indices de mine de plomb fusible. Ces mines sont dans des montagnes graniteuses où l'on voit serpenter le fameux *feld-spath* ou *petun-sé* propre à la porcelaine. La vallée d'Andorno, d'où le torrent Cerf prend son origine au Mont-Marzo, a été de tout tems renommée: on y cultive près de Saillan une mine de cuivre qui a donné de grands produits, & de laquelle on a obtenu le cuivre natif qui est aussi dendritique: c'est encore là qu'existent la fameuse mine briquetée, la crysocolle & la mine hépatique & pyriteuse; l'on a aussi dans le voisinage un bocambre, un lavage & sa fonderie. On découvre à Real de Mos bien des indices de la mine de cuivre & argent qui, après avoir été exploitée sous la Régence de Madame Royale, fut enfin abandonnée; à Campiglia l'on fait encore la recherche de plusieurs filons aussi de cuivre & d'argent. Le Cerf donne dans ses sables de l'or d'un titre au-dessus de 23 K. Depuis Saïllan les habitants le lavent exactement bien: mais en suivant les mêmes montagnes de Bielle l'on n'en trouve plus aucun indice au-dessus de Saillan, & du fameux Sanctuaire de N. D. de l'Oropa. La Serre d'Ivrée qui sépare le Biellois du Canavois, renferme les lieux aussi renommés par les lavages de l'or: ces lieux sont le plan de la

Besse dont on a déjà fait mention. Au-dessus du village de Mont-Grand on voit des campagnes entières toutes couvertes de cailloux roulés distribués par rangs de monceaux de plus d'une toise de haut & d'une assez grande longueur, qui se suivent parallélement & qui ne peuvent être que le rebut des lavages : il y a encore à présent quelques coins ou ravins où les paysans trouvent de l'or par le même lavage. Dans ces collines au-dessus de Cerion l'on voit des galeries & des puits qu'on prétend avoir été des mines d'or, mais aucun jusqu'ici n'en a pas fait la moindre recherche.

25. En deçà de la Serre d'Ivrée on trouve la vallée de la Doire Baltée qui charie aussi de l'or, depuis le Mont-Jouet jusqu'à son confluent dans le Po. En descendant cette vallée, on est porté à considérer les montagnes de Challand qui ont fait le sujet des recherches des importantes mines d'or, dont je fus le mobile principal : il ne sera pas hors de propos que j'en donne ici l'histoire en peu de mots. En 1740 un Paysan en creusant sous un genevrier trouva un morceau de métal qu'il prit pour de l'airain à cause qu'il étoit spongieux & rempli de terre rouge : ce morceau qui pesoit plusieurs marcs fut suivi de quelques autres morceaux plus petits: on en fit la découverte au-dessus de la Paroisse d' Émarèze à l'entrée d'une forêt de pins qui s'étend jusqu'au sommet de la montagne d'Arbe : cet or fut pesé à Verrez où l'on en porta en différens tems plus de 40 marcs, sa qualité passoit le titre de 22 K. Des marchands l'ayant acheté à bon prix de ceux qui l'avoient découvert, le revendirent à Genève. Le Gouvernement ayant été informé de cette découverte y envoya les experts des Finances pour en examiner le terrain : ils y trou-

vèrent encore quelque peu d'or toujours mêlé & couvert de pierres & de terre végétale, mais sans aucune continuation ni indice de filon. On découvrit en même tems dans la montagne de Challand au village de Paysan de l'or natif en lames dans le quartz d'un filon nommé le *Bouchey* qu'on fit sauter avec de la poudre. On présenta au feu Roi un de ces morceaux de quartz tout pénétré de lames d'or natif de la valeur de 150 liv. L'on fit creuser en conséquence quelque peu dans ce filon, mais on s'en dégouta bientôt & on abandonna l'entreprise en 1752.

26. Ce fut pendant l'été de la même année qu'informé de la richesse de ces endroits j'allai en reconnoître toute l'étendue depuis les hauteurs d' Émarèze jusqu'au bas du village de Quinzaud & jusqu'à la *Gouille du Poulin* qui est une cascade du torrent Evenson. A cette occasion on visita les endroits du *Bouchey*, du *Bouret*, de la grande *Guillate*, de Viabecchia, de la *Borne d'Oreno* & d'Arbe, ceux qui sont sous le château de Challand & dans tout le cours de l'Evenson, & les ruines au-dessous du *Pison d'Arles* qui est une autre cascade du torrent. Tous ces endroits avoient des filons minces de quartz avec de la mine d'argent livide depuis 3 jusqu'à 5 onces par quintal, avec de l'or. Celui d'Arbe filon principal qui coupe cette montagne & qui se montre du côté d'Aval vers l'Orient de deux pieds d'amplitude est incorporé dans le quartz: le minéral qu'on en tire est livide & contient du plomb & de l'argent aurifère. On s'insinua dans ces filons par des galeries; mais à cause de l'extrême dureté de la pierre l'ouvrage avançoit peu. On trouva dans le filon d'Arbe qu'on n'essaya que peu de tems, la très-belle mine de plomb verte & brune incorporée dans un

quartz sauvage & avec des cristaux exaèdres. On trouva à l'endroit du Bouchey dans le puits à la profondeur de 6 toises l'or natif en lames : ce fut en 1758 que j'eus par hazard le bonheur de le rencontrer le premier : on envoya les morceaux à S. M. & on en retira un lingot de 5 onces ; mais selon les relations ces indices favorables disparurent, parce que le filon, qui étoit incorporé dans une pierre molaire rougeâtre, se subdivisoit en branches. Comme j'avois fait entreprendre à la profondeur de 30 toises une galerie d'écoulement qui traversoit les bancs en sens contraire, & que la pierre de repos étoit d'une dureté extrême ; je fis faire un revirement à gauche où la pierre, qui étoit schisteuse & plus traitable, auroit donné quelqu'espérance de meilleur succès, si l'on avoit eu la constance de poursuivre l'entreprise qu'on abandonna après six ans de recherches qui à la vérité n'avoient pas coûté beaucoup. Je dois encore ajouter qu'aux endroits du Mont-Salé au-dessous de la montagne d'Arbe on découvrit dans une forêt plusieurs filons de quartz qui avoient été attaqués avec le feu par les Anciens ; mais ils étoient si remplis de décombres & si noyés qu'il n'y eut pas moyen de les reconnoître. Comme ils se suivoient de près dans la même masse, je fis passer à la profondeur d'environ 12 toises une traverse pour les couper tous : mais cette traverse ne put pas les atteindre, & la suspension du travail de ces endroits fit tout quitter.

27. L'on avoit remarqué au *Pison d'Arles* dans la montagne au-dessus de Challand des veines de quartz très-amples & fort subdivisées en quartz & en terre rouge avec des veines de pierre molaire : comme cet endroit n'est que de demi-heure éloigné de celui d'Émarèze, j'en fis tenter les filons & les

blocs de montagne qui règnent vers le pied tout rempli de broussailles,& en faisant rompre plusieurs de ces masses les plus quartzeuses, l'on y découvrit entr'autres deux morceaux d'or natif, spongieux & rempli de terre rouge,qui affectoient une texture particulière en lames,& que l'on conserve dans le cabinet de l'Arsenal avec quelques autres morceaux plus petits qu'on trouva dans le lavage des entre-deux des blocs.Mais mon idée étant de fixer quelque excavation dans ces filons apparens & de remuer par des recherches réglées tous ces blocs & toutes ces rocailles,pour en laver le sol & pour en tirer l'or qui probablement devoit y être parsemé, je renvoyai ces opérations à des tems plus favorables.

28. Le cours du torrent Evenson offroit depuis bien des années une pêche continuelle d'or: pour qu'elle se fît dans l'ordre,je crus devoir en partager toute l'étendue entre différentes troupes de gens,dont chacune, dans le tems de l'abaissement des eaux, fût obligée d'y vaquer. On eut par ce moyen là le bonheur d'y trouver un caillou de quartz tout pénétré d'or qui fut payé 50 louis. On le coupa & on le plaça dans le cabinet de minéralogie de l'Arsenal: l'on en trouva aussi un autre d'or massif lisse de plusieurs onces qu'on y apporta de même & qu'on y conserve. Ces lavages donnèrent tous les ans quelques marcs d'or au titre de 22 à 23 K. Ils auroient produit bien davantage, s'ils avoient été dans le goût Hongrois, tels que ceux dont j'avois donné le dessein & qui sont les plus propres pour tirer le meilleur parti de ces pêches livrées à des gens sans force & sans industrie. Je dois dire encore pour plus grand éclaircissement de ces lavages qu'avec les paillettes d'or qu'on trouve

dans une terre glaise & blanche on rencontre aussi des grenats, de la manganèse & du sable de fer, & c'est à 50 pas de cette cascade de l'Evenson d'où les eaux, après bien des tournoyemens, se dégorgent en ruisseaux jusqu'à la Doire Baltée, que l'on trouva ce gros caillou dont nous avons parlé. Tout le monde crut qu'il devoit y avoir là de grandes richesses : dans cette persuasion un négociant entreprit de détourner la cascade par des diversions latérales, & d'en vider le bassin, il en vint à bout, mais il n'en tira que très-peu d'or qui ne le défraya point.

29. Il est bon de reprendre ici le fil de notre histoire minéralogique, & de parler des autres mines qui sont en exploitation : à Gressoney au sommet de la Vallaise on en rencontre une de cuivre qui a été fouillée & fondue sur les lieux par Mr. Lusco ; elle est d'un filon médiocre de 7 à 8 liv. pes.ᵗ p. % en cuivre pyriteux, & a produit plusieurs centaines de quintaux de ce métal. A Champ de Pras au-dessus du Mont-Jouet dans la montagne opposée à Émarèze on voit un ample filon en couches de pyrites de cuivre avec des grenats de 4 à 8 liv. pes.ᵗ p. % en cuivre : malgré sa bonté après l'avoir poursuivi pendant quelque tems par sa sortie & suivant son inclinaison, on avoit été obligé de l'abandonner : pour le rendre exploitable j'établis au côté opposé de la montagne une galerie d'écoulement qui fut ensuite ouverte, & actuellement il produit en abondance. Au pied de la montagne dans l'endroit nommé Balme une Compagnie a travaillé avec peu de profit à un filon de cuivre chargé de grenats. Au côté opposé de la même montagne au vallon de Fenis l'on poursuit une mine qui monte suivant l'inclinaison d'un ample filon & de pyrite de cuivre avec des grenats.

Le titre de cette mine est depuis 3 jusqu'à 8 liv. pes.t p. % en cuivre rosette: elle ne doit être regardée que comme la queue du même filon qui se montre au-dessus des anciennes mines de St. Marcel aussi de cuivre de même qualité. Elles méritent une description à part par la grande influence qu'elles ont dans ma théorie des montagnes: je dirai donc ici que la masse de roche qui règne depuis le vallon de St. Marcel jusqu'à celui de Fenis démontre évidemment la fracture qui a produit cette montagne, puisque le même filon supérieur est borné depuis sa tête jusqu'à la queue. La mine de St. Marcel a été découverte vers le commencement de ce siècle: on y pénétra par des souterrains bien conduits dans un filon ou dans une ample couche de mine de cuivre pyriteuse de la grosseur de 6 jusqu'à 8 pieds. La mine a été poussée avec le feu, & elle est disposée en plusieurs voûtes toutes alignées sur une largeur de plus de 5 toises: elles sont croisées par d'autres voûtes transversales, parmi lesquelles on a laissé des piliers de plus de 18 pieds. Nos Modernes qui dans leurs excavations sont plus occupés du gain que du bon ordre, après avoir effleuré différens endroits où les eaux frustrèrent l'espérance d'un plus grand profit, firent sauter les piliers des Anciens, parce qu'ils y voyoient palpablement la qualité du filon qui avoit ses couches inférieures très-riches de plus du 8 p. %, & les supérieures par cordon remplies de grenats & parsemées de pyrites; mais à force d'ôter l'appui à la fosse, elle s'écroula tout à coup avec un fracas épouvantable, & la mine en fut écrasée: on l'ouvrit ensuite vers le bas, & c'est ainsi qu'elle est encore en exploitation.

30. Au-dessus de cette mine dans la montagne opposée au-delà du ruisseau on cultive celle de la manganèse qui passe pour la plus excellente de toute l'Europe pour la purification du verre dont on fait un débit considérable: au-delà de cette montagne dans la vallée de Cogne se trouve la mine de fer dont l'ouverture à ciel ouvert est large de plus de 6 *trabucs* *: elle y est en amas dans la pierre serpentine: sa qualité est brune & compacte & donne plus de 60 p. $\frac{o}{o}$: elle est des plus importantes & nourrit seule les hauts fourneaux d'Aymeville, de Pontey & des environs de la Cité qui distribuent les gueuses aux forges répandues le long de la vallée.

31. Dans la même vallée aux endroits de Valeille l'on voit deux excavations faites dans des filons de quartz avec de la pyrite blanche & du plomb contenant de l'or & de l'argent. Comme les filons y ont été attaqués par la tête & que sans prendre la sage précaution de fixer des galeries d'ouverture dans les flancs on n'a fait qu'excaver de haut en bas, la place y est embarassée par les eaux; ils mériteroient pourtant une culture en règle pour en retirer l'or, & par cet établissement il pourroit se faire qu'on réussît à quelque découverte importante dans ces montagnes.

32. Le long de la vallée à l'entrée de Valdigne sur les hauteurs d'Avise dans le vallon de Vertousan il y a des filons qui se présentent par leur sortie dans la face de la montagne à l'aspect du couchant. Ils ne sont point exploités, & ils en-

* Le trabuc est de 6 pieds liprands, le pied de 12 onces & l'once de 12 lignes, & il est à la toise de France comme 2 est à 3 ou environ.

trent dans le vif avec une forte inclinaison: le minéral en est particulier, c'est une pseudo-galène claire, impregnée de galène fine de plomb argentifère & chargée de zinc dont l'exploitation seroit utile pour les établissemens des fabriques de laiton: elle contient 2 onces p. % d'argent.

33. En remontant la Doire on rencontre auprès de S. Didier un endroit déjà renommé dans le siècle précédent, on l'avoit fait reprendre avant mon retour de Saxe; mais on a reconnu qu'il est moins riche qu'on ne l'avoit pensé d'abord tant les filons y sont minces & inconstans. Il y a pourtant une mine fort particulière qui est un mélange de parties égales de plomb & d'antimoine très-fusible: on ne peut en tirer le plomb que par l'exhalaison de l'antimoine, & ce plomb ainsi séparé ne contient que quelques onces d'argent. Il s'y présente aussi des matrices azurées de spath fusible avec des parties parsemées de mine livide argentifère: il est sûr que ces filons pourroient devenir de quelqu'utilité en réduisant ces excavations en règle: on a découvert dans la montagne en face sur les hauteurs de Joule un petit endroit de mine d'argent blanche par taches dans une matrice de spath qui donne 20 onces d'argent p. %; il y a aussi sur le village de la Thuille au pied du petit St. Bernard, des fosses des anciens qu'on a reprises & qui donneront probablement du fin. Sur le col d'Alexblanche pour aller en Faucigny on avoit attaqué, dans la montagne latérale au lac, un petit filon de plomb & argent qui fut abandonné à cause de l'âpreté du lieu.

34. C'est au voisinage de Courmayeur dans la montagne nommée Labyrinthe que se trouve la fameuse mine d'exploitation ancienne & probablement Romaine appelée la *Borne de*

la Fée, parce que les brebis s'y retirent, & on appelle Courmayeur le village, parce qu'il étoit la *Curia major* si célèbre des Romains: non loin de-là dans le village d'Entraive on remarque encore les siéges de pierre où les Préteurs rendoient publiquement justice. Mais pour revenir à la mine on voit qu'elle fut conduite sur deux filons parallèles inclinés de 15 à 20 degrés à contre-sens dans une direction à peu près d'Orient en Occident. Les Pères de St. Bernard qui étoient établis dans le Duché d'Aoste aux passages de ces hautes montagnes, ayant entrepris de reconnoitre cette ancienne mine, en avoient trouvé les deux filons qui sont de galène de plomb à large face & compacte dans une matrice quartzeuse & calcaire. Tout ceci me donnant une idée de l'importance du lieu m'engagea à y appliquer des mineurs pour un court espace de tems: l'endroit où les filons se montrent, est le plus bas vers l'Occident. La structure & la disposition de cette mine ou fosse est admirable: elle fut poussée avec le feu, c'est ce qu'on reconnoit à la figure cintrée des communications. Son entrée est au côteau exposé au midi, 40 toises ou à peu près au-dessus du fond du vallon. Je dis à peu près, parce que les circonstances ne me permirent point d'en mesurer géométriquement la hauteur. Après une traverse en forme d'entrée dans une pierre corneo-calcaire on arrive à l'enchassure du repos du filon interieur, d'où l'on descend par deux galeries en rampe d'environ 30 degrés d'inclinaison, jusqu'à ses extrémités vers l'Orient & vers l'Occident. Ces galeries se replient ensuite par une semblable inclinaison & viennent se rencontrer à la verticale de l'entrée, d'où elles divergent aux points opposés d'Orient & d'Occident en s'étendant jusqu'à l'extré-

mité du filon apparent: ensuite par une pareille opération elles redeviennent convergentes à la verticale de l'entrée, & c'est enfin par des inflexions ainsi répetées qu'elles retournent au milieu. Comme les deux filons, autant que je puis m'en rappeler, ne sont distants l'un de l'autre que de quelques toises, & que, les stalactites, les stalagmites & les incrustations ayant tapissé toutes leurs communications, il ne me fut pas possible d'en observer distinctement la direction; je ne saurois décider s'ils suivent le parallélisme tant dans leur direction que dans leur chute, ou bien s'ils convergent à l'Orient ou à l'Occident. On sent que les descentes convergentes sont poussées l'une sur l'autre, & qu'ainsi la communication y est ménagée dans toute l'étendue de la fosse d'une manière admirable. Tout l'entre-deux des galeries est creusé par d'autres galeries parallèles aux descentes qui se croisent en sens opposé laissant dans leurs croisures des piliers de la veine, de sorte qu'on ne voit pas que dans cette mine l'on ait fait usage de bois pour l'étayer. Le plan des galeries est demeuré fort solide, il fait un ressaut d'une surface si lisse qu'elle semble avoir dû servir ou de glissoir aux manœuvres avec des vis sans fin pour porter les eaux aux sorties supérieures, ou de chemin aux charrettes qu'on chargeoit de mine ou de débris, & qu'on tiroit en haut au moyen des tours. Il faut convenir que les ouvriers de ce tems-là entendoient bien l'art de placer les buchers pour la calcination de la pierre sans déranger l'ordre des travaux. C'étoit peut-être le supérieur qui servoit pour la communication des manoeuvres. On rencontre d'un endroit à l'autre des puits parfaitement ronds & perpendiculaires dont je ne saurois fixer le nombre, ils n'ont pas plus de 26 onces de diamètre, ils communiquent d'une galerie

à l'autre, & peut-être servoient-ils de soupiraux pour laisser un libre passage à la fumée, ou pour faciliter la communication des matières soit en décharge soit par des tours.

Tout cela ne peut s'éclaircir que par des desseins exacts de ce monument d'architecture souterraine des Anciens. D'ailleurs le tems a produit tant de stalactites, que toute personne qui n'est pas instruite aux mines, prendroit au premier abord cet endroit pour une caverne naturelle; mais en reconnoissant cette fosse dans toutes ses parties on admire ce précieux reste de la manière avec laquelle on conduisoit anciennement les excavations sur des filons peu inclinés. On trouve une infinité de stalagmites dans les plans des incrustations, dans les enchassures de la chute & du repos. Le passage continuel des eaux qui filtrent à travers les rochers qui ont formé ces concrétions pierreuses, a aussi déposé de l'ocre en abondance sur tout le seuil, ce qui en rend la communication glissante & dangereuse. Il seroit à souhaiter qu'on entreprît de déblayer les emplacemens pour en rouvrir la communication presque bouchée de la plus haute entrée, & l'entre-deux des croisures répétées par des galeries de descente, & pour découvrir le roc vif des deux filons à l'Orient & à l'Occident, dans le dessein de reconnoître si on ne pourroit pas les attaquer avec profit par quelqu'autre endroit, & de s'assurer, en débarassant les profondeurs, jusqu'où les excavations s'étendent, & jusqu'à quel point & dans combien d'espace on trouveroit ces filons, étant encore incertain si ces excavations s'étendent au-dessous de la galerie inférieure; mais les circonstances n'ont pas permis jusqu'à présent de tenter une entreprise si difficile : ce ne sera qu'à la postérité éclairée à le faire & à prendre une mesure géométrique

de cette mine singulière, d'en tracer les plans & d'en relever les coupes.

35. Il ne sera pas hors de propos de faire ici mention des eaux médicales de Courmayeur: elles sortent du fond d'un cul de sac à quelques centaines de toises à l'Orient du village. J'en ai vu deux sources dont la première laisse des dépôts jaunâtres & l'autre en forme de plus blancs: les eaux de cette dernière ont un goût spiritueux & contiennent des parties calcaires que l'on reconnoît par la distillation, & de l'acide aérien piquant avec une base alkaline que l'on découvre par l'instillation des acides & par les analyses: mais il ne m'a pas réussi d'observer le moindre indice de fer dans celles que j'ai analysées moi-même: ce ne seroit donc que dans celles de l'autre source qu'on pourroit en appercevoir par le moyen de cette opération: cette expérience à déjà été tentée par Mr. le Docteur Gioanetti; on regrette que, quelques incidens ne lui ayant pas permis de la continuer, elle soit encore incomplète.

36. Les bains que fournissent les eaux de St. Didier sont aussi en assez grande réputation: ces eaux sortent de-dessous une montagne escarpée près du village & vers le ruisseau principal: elles sont chaudes & sans aucune odeur de foie de soufre, l'ocre qu'elles déposent dans leur cours, peut provenir des endroits pyriteux & enflammés sous terre, & précisément sous les mines que nous avons décrites: & comme le rocher d'où elles sortent contient beaucoup de marbre & de pierre à chaux qui a pu être réduite en chaux vive par ces feux, elles doivent augmenter leur chaleur dans leur cours intérieur & participer ainsi du calcaire & du martial.

37. L'ordre naturel minéralogique nous conduit aux fameuses mines de cuivre de Valpelline qui ont été découvertes au commencement de ce siècle, & ce n'est pas exagérer que de dire qu'on en a déjà tiré plus de $\frac{10}{m}$ quintaux de cuivre de rosette d'excellente qualité: leur bonté a réveillé l'attention de S. E. Mr. le Comte Perron qui en est le propriétaire & qui les faisant exploiter depuis sans relâche & avec intelligence en retire même au-delà de 1500 quintaux par an. Les minéraux s'excavent sur trois filons adossés l'un sur l'autre dont le plus vif & le plus abondant est celui du repos qui fournit par conséquent les minéraux les plus riches. La mine est une pyrite cuivreuse en lames dans une matrice quartzeuse & argileuse, & donne plus du 20 p. $\frac{o}{o}$: cependant les fontes se calculent l'une sur l'autre entre le 8 & le 10. Ces filons sont accompagnés de couches de pyrites grenées, solides, un peu cuivreuses & en abondance: la matrice ordinaire est un schiste verdâtre & savonneux: les filons sont exploités à une profondeur verticale de plus de 80 toises. J'y ai établi une roue hydraulique qui en même tems qu'elle sert au jeu des pompes qui vident les eaux du fond, & les élèvent au ruisseau principal, sert aussi de tour pour élever les caisses qui montent & descendent dans la mine. Cette roue enchassée dans l'intérieur, est mise en mouvement par une cascade d'eau interne qui se décharge par la galerie, & faisant ensuite mouvoir les doubles roues des bocambres placés sur le fond de la vallée au devant de la mine fournit la quantité d'eau nécessaire aux lavoirs. J'y ai aussi établi une maison de recuit avec les fourneaux du soufre qu'on recueille des grillages. Les fontes en matte se font au pied du vallon Olomon au village de Valpelline, &

ces mattes se réduisent en rosettes à la nouvelle fonderie que S. E. a établie près de son Château de Quart dans la grande vallée; on bat ces rosettes en chaudières aux martinets qui sont à Perouse au-dessous d'Ivrée, & tout cela forme un commerce considérable.

38. Il reste encore à parler du fourneau pour la fonte de la gueuse établie à Usseil en face de Chatillon : on fouille, dans la montagne à peu de distance du village, la mine de fer qui est des plus belles, compacte & de nature grenée, & qui donne des gueuses plus douces & un fer excellent: elle est bien irrégulière n'étant qu'une ramification de filons courts & sans ordre qui se croisent & qui sont de difficile exploitation dans une montagne de nature serpentine. L'on creuse aussi sur les plus grandes hauteurs du vallon de Champ de Pras une très-bonne mine de fer d'un filon plus décidé de quelques pieds d'épaisseur, & de qualité brune & compacte qui donne le 60 p. % dans la fonte. Cette mine jointe à une quantité de minéral de Cogne nourrit plusieurs fourneaux de fer à Bard, à Carême & ailleurs. Toutes ces fontes font fleurir le commerce de ce Duché & entretiennent une quantité de forges où l'on perfectionne le fer que l'on tire en fil & qu'on réduit en différentes manufactures, parce qu'il est singulièrement doux & bon.

39. Je dirai encore en passant que ce Duché qui a été peuplé dans les tems les plus reculés par les Salasses, & subjugué par les Gaulois, & ensuite par les Romains sous Auguste, offre des monumens d'une grande antiquité. Tel est d'abord le monument admirable de la coupe verticale du roc de granit, de l'étendue de plus de 50 toises, & en bien des endroits de plus de 6 de hauteur qu'on reconnoît aux cascanes qu'on

y voit sur le porton taillé dans le roc même par où les chariots passent; ce ne peut être là que l'ouvrage des Romains & celui d'une Légion sédentaire, fait pour assurer la communication des Gaules: telles sont encore les coupes qu'on trouve à *Roche-taillée*, aussi-bien que plusieurs ponts d'un seul arc en pierre de taille, dont les plus remarquables sont celui de St. Martin qui traverse l'Ese, celui de St. Vincent, ceux de Chatillon, & de la Cité qui ont tous deux beaucoup souffert dans la guerre de l'an 700, & celui d'É bâti sur un torrent bien profond pour la communication de Cogne par-dessous lequel pont il y a un aqueduc construit par Cajus Avilius apparemment pour conduire les eaux nécessaires aux forges inférieures; enfin le fameux arc de Terence Varron qui subsiste avec un ordre de colonnes corynthiennes surmontées d'un entablement dorique de pierre de grès grossier qui a beaucoup souffert par les injures du tems. Ces coupes, ces ponts, ces arcs, les portes de la Ville, le théatre dont on voit encore des morceaux, les souterrains, les inscriptions, tout enfin y annonce le séjour des Romains.

40 En sortant du Duché d'Aoste on trouve à Tavagnasc un fourneau pour le fer, subsistant par les mines de Traverselle & de celles des environs d'Ivrée. À l'Est du village de Brozzo, dans le Mont-Orion qui finit à la droite de la Doire en face de la montagne d'Andrate, & qui est presque tout de schiste quartzeux & graniteux, l'on a deux filons assez grands dirigés du N. au S. en sens direct de plus de 25 degrés, d'où la maison de St. Martin de Parelle a tiré beaucoup d'argent, d'or, de plomb & de cuivre. Ils sont exploités par des concessionnaires qui en retirent quelques centaines de marcs d'argent aurifère: & comme la pyrite y est en abondance, j'ai indiqué à cette Com-

pagnie les moyens de former le vitriol, dont la fabrique, qui est placée sur ce côteau, produit déjà considérablement.

41. Au-dessous de Brozzo au ruisseau Lassa on creuse dans la même montagne des filons d'une galène de fer ou *eisenglimmer* que des propriétaires fondent depuis plusieurs siècles à plus de six forges voisines; ce fer est d'une qualité dure, cassant à chaud, & ne s'emploie que pour former les clefs des bâtimens & tout ce qui n'exige point le fer doux.

42. Dans la montagne de Traverselle contigüe à ce vallon on travaille à la fameuse mine de fer de ce nom; elle y est par filons d'une qualité brune avec de l'ocre & de l'hématite dont l'abondance nourrit les fourneaux des environs d'Ivrée, ceux de Castellamont, de Baudissé, de Cuorgné & de Pont, qui fournissent aux Provinces & à la Capitale une grande quantité de fer dont les gueuses soutiennent une infinité de forges établies dans les lieux voisins, & même celles du Canavois & de Javen; c'est aussi de ces fourneaux qu'on tire tous les boulets, bombes & grenades pour l'arsenal.

43. A Castellamont & aux environs de Baudissé on a la fameuse terre blanche *lythomarga*, bonne pour la porcelaine: c'est une décomposition du feld-spath: à cet endroit l'on trouve aussi de très-belles truffes d'agates blanches, cornées & arborisées: on y excave des argiles supérieurement bonnes pour les creusets de même nature que celle de Ronc dans le Biellois: il y a encore dans les environs une carrière de marbre noir qui souffre un beau poli.

44. La vallée de l'Orco qui tire sa source des montagnes de Ceresole & de Champourcher, débouche à Pont: au-dessus de ce Bourg la vallée se partage en deux branches, celle de Valsoane

& celle de Novasque: dans la première sur la montagne de Sparron on cultive une mine de cuivre qu'on réalise dans la vallée. Au-dessus de Pont est la carrière du fameux marbre blanc dont le grain approche de celui de Paros, & qui fournit aux célèbres frères Collini Statuaires de S. M. une matière qui se prêtant sous leurs ciseaux délicats à tout ce qu'il y a de plus fin, s'anime au suprême degré, comme on le voit dans les pièces exécutées à Supergue, & à St. Jean de Maurienne au tombeau d'Humbert I. Cette rivière charie de l'or que les gens du pays ne reconnoissent qu'au-dessous de Pont jusqu'à Po; ce qui a confirmé l'opinion reçue des gens les plus versées dans l'histoire naturelle de ce pays, que c'est des terres, ravins & collines que ces paillettes d'or sont arrachées & entrainées dans le fleuve par la rapidité des eaux dans les tems orageux.

45. En remontant la seconde vallée qui est celle de Novasque on trouve des indices de mine de plomb & d'argent compacte: au-dessus de Novasque en allant à Ceresole sur les grandes hauteurs de la Cocagne on a des excavations des Anciens dont les échantillons sont de galène de plomb spéculaire & massif dans le quartz contenant de l'argent & de l'or: au couchant de Ceresole sur la montagne de la Bellengarde je vis des filons de spath de fer spéculaire, dans lequel il y a de l'argent livide parsemé; ils mériteroient d'être exploités, car ils donnent jusqu'à 8 onces d'argent. En revenant à Pont je visitai les fabriques où l'on creuse les chaudières & où l'on travaille le fer pour toutes sortes d'ouvrages. De-là je descendis à Valpergue, je suivis le pied de la montagne où je rencontrai la source du Malon, rivière qui charie aussi de l'or qu'elle reçoit des ravines, & qu'elle amène ensuite dans le Po.

47. La vallée de Lans qui est arrosée par la Sture qui descend du mont Iseran & des hauteurs de Rochemelon, se divise en trois branches, celle de Viu, celle d'Ala & celle de Groscaval qui est la principale. Dans la première on trouve au-dessus de Traves sur les bords du ruisseau d'Ordagno des filons de cuivre, dont la direction est du N. S. dans la montagne des Votes qui est de nature serpentine: le minéral est de cuivre vitreux, rouge & obscur riche de 60 p. % avec un peu d'argent: dès qu'on y eut travaillé pendant un an, le filon se serra dans sa production, on fit quitter ce lieu pour en investir le Vassal, & la quantité de minéral qu'on en avoit retirée, fut réduite en cuivre noir aux forges inférieures.

47. Les paysans de ces montagnes s'occupent, dans la saison propre, à en laver les surfaces pour en retirer le sable de fer par des lavages en cascade dans des serres qu'ils font le long des *combes* où ce même sable s'arrête, & d'où ils le portent sur leurs épaules aux fonderies de fer les plus voisines. Les plus importantes de ces fonderies & les martinets sont à Mésénil & à Pessinet sans compter les deux hauts fourneaux de gueuse l'un à Mésénil & l'autre à Germagnan, & sans faire mention des forges de Viu : elles sont en tout au nombre de plus de treize. Du côté de Lans on fond à la Vallone cette mine de lavage en masses qu'on tire ensuite au gros marteau, & on travaille le fer qui en résulte dans plusieurs autres forges où l'on en fabrique toutes sortes de meubles & d'instrumens de quincaillérie.

48. Près des hautes montagnes de Viu on a aussi trouvé un filon avec des marques de mine de cuivre vitreuse rouge & des grenats très-beaux, & même des druses de grenats bo-

trytes avec des hyacinthes. En remontant cette vallée jusqu'au village d'Usseil, on trouve dans les montagnes du Bessinet au-dessus du lac de la Rossa, & dans la montagne de la Mulatère sur les plus hautes croupes qui bordent la crête des Alpes contigües à Bessans en Maurienne, on trouve, dis-je, des filons de cobalt dont la couleur bleue d'azur est propre au Safre. C'est en 1753 qu'on fit cette importante découverte qui s'est soutenue au point de devenir un objet utile. Le cobalt y est de belle qualité: on en excave en-deça & en-delà de la corne des filons de 6 jusqu'à 18 pouces mélangés dans une matrice quartzeuse & spatheuse tantôt compacte tantôt de qualité grise scoriforme & avec des efflorescences vertes & de couleur fleur de pêche. Sa qualité a été trouvée si bonne qu'on le fait passer par la voie de Genève aux fabriques d'azur de Souabe, & les concessionnaires en retirent depuis 60 jusq'à 90 par quintal, étant conduit à Genéve. Si la compagnie étoit assez puissante, Viu seroit un endroit trés-propre à y établir les fabriques d'azur: ce qui feroit monter cinq fois autant sa première valeur. On y a aussi rencontré de l'arsenic en régule, du calciné blanc & noir, du nikel strié, & quelquefois du bismuth. Toutes les veines cultivées sont minces, & il y faudroit une traverse dans le bas pour ouvrir tous ces filons & en rendre la culture plus aisée. Parmi ces filons on en a trouvé aussi de tems en tems quelques-uns qui étoient argentifères de mine livide cuivreuse qu'on suppose assez riche en argent. L'on observe sur cette crête une grande enchassure d'Orient en Occident dans des endroits presque vides, se présentant comme une galerie de murailles à ciel ouvert qui coupe tous ces filons. La même montagne donne des hématites noires & hépatiques de fer

très-riches, dont on n'a pourtant pas su tirer parti faute d'expérience. J'y ai construit dans le bas des bocambres & des lavoirs, parce que tout cobalt de matrice spatheuse ou argileuse doit être bien purgé en sable dans le lavage, sans quoi la couleur en seroit dégradée; il n'y a que le quartz & le feldspath qui soient des moyens analogues pour la réussite de la couleur. Ces montagnes sont toutes schisteuses, quartzeuses, talqueuses & serpentines.

49. L'on tire de cette vallée de très-beaux marbres serpentins qui ont une belle nuance verte veinée de blanc, & qui prennent un beau poli. En suivant la grande vallée jusqu'à Mésénil on rencontre sur la montagne de Cantoïra près de Chalambert une fosse à présent noyée où la maison Graneri fit excaver une espèce de pyrite de fer en sable qui se décompose facilement à l'air: on la faisoit lixiver & cuire au village pour en retirer le vitriol martial; mais depuis long-tems on n'y a plus touché: il seroit pourtant aisé d'ouvrir un écouloir & de saigner le filon pour remettre cette fabrique sur pied.

50. La haute vallée de Lans, surtout depuis Groscaval jusqu'à Forno qui est la plus haute Paroisse, offre au-dessous des Glaciers du mont Iseran les plus grands indices de veines argentifères & cuivreuses dans le spath de fer spéculaire. Si l'on ajoute foi aux anciennes relations on y a attaqué en différens endroits plus de 12 filons de même nature ayant tous depuis 4 jusqu'à 8 onces d'argent par quintal, de façon que les établissemens des mines y seroient d'une très-grande importance.

51. En suivant l'ordre des vallées nous sommes conduits à celle de Suse qui se divise, comme l'on sait, à Exilles en deux vallées, celle d'Oulx & celle de Bardonêche, & où il n'y a main-

tenant aucune mine en exploitation, quoiqu'il n'y manque pas de bons indices de cuivre surtout.

52. Au côté gauche de la vallée dans le vallon de Mochie coule le ruisseau Grave qui charie dans les tems d'orage une immense quantité de craie grise dont il se forme des sédimens dans le cours de la Doire, & il y a sur l'Alpe de Bermoncel un filon de *6* à 8 onces d'un quartz décomposé contenant du cuivre avec de la crysocolle; le minéral peut donner 10 à 15 liv. par quintal en cuivre; comme ce filon est décidé on pourroit fort bien l'exploiter.

53. Au-dessus du village de Berzol en remontant le ruisseau de Pavaillon jusqu'aux Alpes de Cruin on trouve une minière de cobalt qu'on avoit découverte & que je décidai à mon retour de Saxe au laboratoire de Chimie, après quoi le Roi en fit faire des recherches en 1752 qu'on discontinua l'année suivante; le filon s'y montre par sa tête & entre en sens direct & incliné dans la montagne, se dirigeant d'Orient en Occident ou à peu près. Le cobalt est compacte gris avec une mauvaise matrice de spath de fer; il est à présumer que ce filon deviendroit important par les ouvertures qu'on pourroit y faire.

Vers le pied de cette montagne au-dessous de Cianoc se trouvent les fameuses carrières de pierre calcaire de nature de marbre blanc qui peuvent en donner des masses de la plus grande grosseur. Cette pierre a le défaut d'être dégradée par les intempéries de l'air; elle est pourtant fort employée aux bâtimens de Turin.

54. L'on a dans cette même vallée sur les hauteurs de Bussolin les carrières de marbre vert: en 1748 l'on y découvrit des blocs d'un vert approchant de l'antique, on établit un

moulin à scie & un polissoir à eau & l'on en retira de très-belles tables; mais on ne put pas en découvrir la couche vive de façon qu'on fut obligé de se borner aux anciennes carrières. C'est dans ces environs qu'on rencontre de beaux grenats & des chrysophrases.

55. Aux environs de Suse, à Giaillon, à Meana & à Chaumont l'on a d'anciennes fosses qu'on croit avoir été exploitées pour en retirer de l'argent, & l'on se fonde sur ce que les habitans les nomment encore les *argentières;* mais les recherches que l'on y a faites jusqu'à présent ne donnent que des indices de mine de cuivre. Au-dessus de la forteresse d'Exilles on regarde comme des mines de quelque importance les excavations appelées le Seguret qui, à ce qu'on assure, sont assez vastes, mais noyées pour la plupart: elles donnent de la mine grise d'argent & de cuivre d'un titre inconnu.

56. Les montagnes de l'Oursière qui séparent cette vallée de celle de Pragelas, ont leurs couches supérieures de *saris* ou schiste quartzeuse surmontées par d'autres plus compactes, & par des serpentines. Les couches inférieures présentent, à leur sortie qui est inclinée vers l'Occident, du granit d'une qualité très-dure, dont on a tiré une sorte de pierre qui approche du *migliarolo* ou d'un granit quartzeux mêlé de talc ou mica noir & de grenat, dont on peut tirer de gros blocs: la carrière en est à St. Antonin. Le rocher continue à être de la même qualité dans les montagnes inférieures jusqu'à Javen, à la Sacre de St. Michel & à Cumiane. Le voisinage de Turin a mis ces carrières en grande réputation, parce qu'on en tire tous les schistes quartzeux appelés *saris* pour tous les usages économiques des bâtimens, balcons, pavés, & pour la pierre de

taille de toute épaisseur : ce *saris* est fort mêlé de mica argentin. Les fentes & les séparations des couches des montagnes donnent de l'amiante de toute qualité, le *subermontanum*, la *caro*, l'asbeste & l'amiante proprement dite ; on travailla, il y a plus d'un siècle, dans les montagnes de Javen, à une mine que l'on croyoit d'or, mais l'on n'en retira que du cuivre. On trouve enfin à Forêt de très-bonnes carrières de marbre blanc.

57. Les montagnes autour de Pinerol qui embrassent les principales vallées de Pragelas & de Luzerne, auroient peut-être fourni de grandes richesses en fait d'histoire naturelle, si l'on avoit fouillé les endroits dont on a quelque connoissance par les anciens mémoires. Les vallées d'Angrogne, de St. Martin & de Luzerne formées par des montagnes de première origine, & constituées de granit & de schiste quartzeux, ont bien des endroits qui passent pour contenir des mines d'or, & qui sont à présent entièrement oubliés, quoiqu'ils mériteroient qu'on y fît d'exactes recherches pour reconnoître les plus utiles. On a seulement découvert aux hauteurs de Pralés dans une matrice quartzeuse une mine de cuivre qui a donné à l'essai 8 à 10 liv. de cuivre p. $\frac{0}{0}$, mais qui n'est pas en exploitation ; on y reconnoît des grenats de fer en grandes couches. On trouve sur ces montagnes la fameuse stéatite ou *lapis ollaris* blanche, savonneuse & très-utile pour bien des manufactures & pour les arts. St. Martin près de Pinerol possède une belle carrière de marbre blanc qu'on pourroit employer pour les statues. Bobbio a une source purement vitriolique martiale, & Barge, outre des fosses anciennes abandonnées dont on ignore la qualité du métal, fournit les carrières renommées d'ardoises quartzeuso-

cornées, d'une si grande dureté qu'elles peuvent servir pour la réduction en poudre des corps qu'on soumet au broyement; leur épaisseur est depuis un demi-pouce jusqu'à un pouce & demi; elles sont très-difficiles à couper en ligne droite, parce qu'elles éclatent facilement; il y en a de couleur blanche, de verdâtre & de bleuâtre; on trouve souvent dans leurs commissures de belles dendrites formées par les eaux qui les traversent, elles sont ordinairement de couleur de molybdène; on les emploie avantageusement pour les toits & pour les pavés internes. Non loin de-là dans la plaine vers Pinerol s'élève le fameux rocher de Cavour, qui est une masse isolée de granit avec des veines quartzeuses & avec des *pseudo-topases*, dont on pourroit tirer de grandes tables, si l'art de couper les pierres dures étoit introduit chez nous.

58. L'ordre nous conduit à la vallée qui prend son nom du Po dont la source est au pied du Mont-Viso. Cette vallée depuis Revel est en grande partie constituée de granit & de *saxis* quartzeux & par conséquent très-analogue aux mines d'or. C'est aussi l'opinion commune qu'il y a des mines d'or à Crusol, & qu'elles ont été exploitées par le Comte Saluces de Castellar. Ce qu'on sait de plus positif, c'est qu'il y avoit à Paysanne & à Uncin des forges & des fourneaux où l'on travailloit le fer en faisant usage du charbon qui est fort abondant dans toute la vallée, pendant plus de 30 ans on s'en est servi pour la fonte des minéraux qu'on tiroit des filons de St. Peyre dans la vallée de Vraïta & qu'on transportoit à Paysanne par le col du Prêtre; mais après avoir consumé une grande partie des forêts de la haute & basse vallée, les fontes y sont devenues moins considérables, de manière que l'on

n'y réalise plus que les minéraux tirés des montagnes des environs.

59. Les montagnes de Paysanne offrent des couches calcaires: on en tire du marbre blanc spatheux, qu'on nomme salin, & qui, quoique d'un grain grossier, reçoit un très-beau poli: on en tire aussi du veiné à bandes grises plus ou moins foncées, & qui est assez beau, mais du même grain que le précédent: les carrières en sont exploitées avec vigueur. On rencontre aussi dans ces carrières le *bardiglio unicolor* d'un gris tirant sur le noir tantôt plus, tantôt moins chargé. Parmi les cailloux roulés on trouve les variolites qui ne sont qu'un mélange de jaspe à fond verdâtre avec des grains isolés jaunâtres ou blanchâtres, qui n'ayant point contenu de l'argent natif, n'ont pas confirmé les découvertes récentes: quelques-uns de ces cailloux sont d'un jaspe vert céladon très-beau qui approche du jade. Cette vallée étant mieux examinée fourniroit peut-être à l'histoire naturelle de riches matériaux. On trouve à Mont-Brac sur Revel dans les cryptes cristallines des pseudo-topazes & des cristaux de roche. Comme ces montagnes donnent des signes de mines d'or, on devroit y en trouver des paillettes par les lavages des sables qui viennent de leur *detritus*, mais on n'a pas assez d'expérience pour constater ce fait.

60. Après la vallée de Po suit celle de Vraïta qui se partage en trois branches, celle de Ristolas, celle de Chianal sous le col de l'Agnel, & celle de Blin: cette vallée, dont les trois branches se réunissent à Château-Dauphin, est constituée depuis le plus haut des Alpes jusqu'aux montagnes inférieures, de pierre schisteuse, quartzeuse & serpentine; ces dernières sont surmontées de couches de marbre & de pierre

à chaux; c'est à Venasque & à Brosasc qu'on commence à voir de belles carrières de marbre blanc. Je ne m'arrêterai pas à la vallée de Blin, parce que je n'y connois aucune mine en exploitation; celles que l'on trouve dans les autres branches, sont les suivantes.

61. Dans un Vallon qui tend au col de St. Veran il y a un filon de mine de fer spatheuse à large face dont on n'a fait que des essais, & qui est de très-belle qualité & propre à donner de l'acier en fonte. Dans la montagne en face du vallon de N. D. de Bessey on a long-tems creusé des mines de fer spatheuses à petites écailles: ce fer est très-excellent, & a nourri long-tems les fourneaux du Comte Castellar dans la vallée de Po, aussi-bien que ceux qui étoient établis dans la basse vallée de Vraïta appartenans aux Srs. Riquets de la Manta. Pendant l'excavation on a rencontré la mine de cuivre à veines serpentantes dans la pierre ferrugineuse: mais croyant qu'elle étoit nuisible au fer on l'a entièrement négligée: à en juger par les grandes fosses présentement noyées, la perte en a dû être considérable. J'ai fait l'essai sur quelques morceaux de cette mine qu'il m'a réussi d'attraper, & je l'ai trouvée riche en cuivre de 12 liv. p. %. La nature de la pierre des montagnes de cette vallée annonce bien d'autres mines qu'on ne connoît pas encore faute de recherches.

62. La vallée de Maïre au midi de celle de Vraïta a plusieurs endroits connus: les montagnes qui la forment ont aux environs de Dronero beaucoup de couches de pierre à chaux & de marbre, mais en suivant la crête depuis Bergamond, & depuis Strop jusqu'à l'Arche on les trouve d'une pierre schisteuse, quartzeuse & propre aux mines: au village d'Aceil vers le sommet de la vallée on en a exploité

une de galène de plomb à grain fin impregnée de pseudo-galène contenant quelque peu d'argent; mais le peu d'expérience des directeurs & l'épuisement de la compagnie ont été cause que cette mine est presque tombée: j'y ai encore trouvé des excavations très-mal entendues, & dangereuses. Le minéral a donné à l'essai environ 1 onc. d'argent & 25 liv. de plomb avec du zinc.

63. Il y a au-dessous d'Elva dans une montagne de nature cornéo-calcaire un filon qui se dirige d'Orient en Occident, de 8 à 10 pouces d'enchassure, & qui est d'une qualité de mine livide contenant 6 à 8 onces d'argent avec du cuivre qu'on reconnoît dans la matrice au vert & à l'azur: on a entrepris d'exploiter ce filon, mais après quelques tentatives on l'a abandonné; son entrée est dans un vallon très-serré.

64. Strop donne aussi des indices de mine de même nature, qui mériteroient d'être examinés: jusqu'à présent on n'y connoît point d'autres endroits qui ayent l'apparence de mine. A Busque il y a des carrières renommées d'albâtre ou marbre d'un fond cannelle nuancé de veines blanches, & cristallines dans quelques endroits. Ce marbre prend un beau poli, il est mince pour l'ordinaire, & quoiqu'il y en ait des couches plus épaisses, on ne peut en tirer que des pièces de rapport. On rencontre dans les mêmes carrières des druses de spath rougeâtres à base quadrangulaire & en pyramide inclinée, des cristallisations dentelées & des cristaux séléniteux à base exagone.

65. La vallée de Grana qui est située au midi de celle de Maire, & dont la rivière du même nom prend sa source au col des Mulets, offre une mine près de Monte-Rosso, &

des signes d'une autre à Castelmagne dans le vallon de Leis. Dans les côteaux à droite & à gauche il y a plusieurs veines de cuivre de qualité très-riche, du vert de montagne, de l'azur & de la mine vitreuse obscure & rouge; elle a produit à l'essai plus du 45 p. $\frac{o}{o}$. La mine a été excavée au pied d'une montagne calcaire; mais faute d'en avoir bien découvert la veine, & de s'être préservé des eaux, on l'a abandonnée. Dans les montagnes au-dessous de Vignol règnent les fameuses couches de Tunis, ainsi appelées à Coni. Ce n'est qu'une pierre molasse qui tient du tuf & du spongieux: elle est tendre dans la carrière, ayant la propriété de se durcir à l'air: le boulet ne fait qu'un trou & sans éclat dans les fortifications qui en sont revêtues.

66. La vallée de Sture qui commence à l'Argentière vient, en passant par Demont, s'ouvrir auprès de Coni: la rivière qui porte son nom continue son cours par Fossan jusqu'à Querasque où elle se jette dans le Tanare. Cette vallée fait trois branches, l'une s'appelle la grande vallée, l'autre des Bains & la troisième le vallon de l'Alme: on n'a fait jusqu'à présent que bien peu de découvertes dans ces montagnes, & on n'y reconnoît presqu'aucun signe de mine: on en a seulement observé quelques indices à la montagne de la Scala au-dessous d'un banc de marbre noir, & une veine de cuivre bien indécise dans un précipice, au-dessous duquel l'on rencontre des cornes d'ammon moulées en relief & d'autres productions marines. Dans les hautes montagnes de Sambuc & de Salza-morena au-dessus de Berzès on trouve du plâtre, & des rochers que les chè-

vres lèchent avec plaisir : ce qui annonce la proximité de quelque source d'eau salée, ou d'une mine de sel gemme.

67. Dans le vallon des Bains de Vinay au Squiatour on a trouvé de la molybdène très-belle & propre pour les crayons. Les filons qui règnent dans ces montagnes sont de quartz, & ils contiennent pour la plupart beaucoup de *mica ferri* qu'on pourroit prendre pour de la manganèse. A la montagne qui est en face des Bains il y a dans un lieu escarpé une veine de plomb dans le quartz à petites graines contenant de l'argent & peut-être de l'or: cette mine lavée peut donner 60 liv. de plomb par quintal: sur les hautes montagnes de Corborant qui sont graniteuses schisteuses & quartzeuses & qui donnent origine à la Tinée dans le Comté de Nice, on trouve une veine de très-beau talc bien large & transparent : & on rencontre des indices de mine de cuivre dans le vallon d'Eschiaude qui aboutit aux Bains.

68. Les eaux de ces bains proviennent d'une source bien chaude qui sort d'un rocher de nature de marbre, & qui dépose des ocres rougeâtres: cette source est de nature hépatique avec quelque peu de sel marin, & contient un gas spiritueux qui contribue au rétablissement des malades; elle est excellente surtout pour les blessures. Si on veut avoir une idée plus exacte de ces eaux on peut consulter le mémoire de Mr. Fontana, qui en a fait l'analyse. S. M. ayant toujours en vue le bien de ses sujets a daigné favoriser de ses bienfaits le Docteur Giavelli correspondant de notre Académie, pour le mettre en état de rendre ces bains utiles à différentes classes de Citoyens. Mais revenant à mon sujet je ferai remarquer qu'on trouve, dans le vallon appelé *Strepeis* à une demi-heure du village de Vinay, un filon de quartz qui suit la même direction du vallon, dans le-

quel il y a de belles marques de plomb & d'argent qui doit être aurifère. Il y a aussi à l'endroit nommé le *Levenier d'Andis* des veines avec des indices de plomb de même nature que le précédent.

69. Les montagnes de la basse vallée & la roche du fort de Demont & du Podio sont de pierre calcaire, abondent en marbre & peuvent avoir à leur racine de la pierre primitive: celles de Majola & de Gajola ont aussi plusieurs carrières de marbre, dont une est de marbre fleuri d'un fond blanc & d'un rouge foible: une autre de saravesse claire ou à fond blanc veiné de violet-clair & de jaune, & une troisième de marbre noir & gris très-beau. Les environs de Demont ne manquent pas non plus de marbre blanc & d'autres sortes de belles ardoises bleues de nature cornée qui se fendent en lames assez minces.

70. La vallée de Gès se trouve au S. de celle de Sture: elle se divise en deux vallées, celle des bains de Vaudier, & celle d'Entragues. Les bains sont précisément derrière les montagnes de Vinay. Les sources de ces bains sont chaudes, mais moins fortes que celles de Vinay; elles sont de même hépatiques & muriatiques & leur gas est spécifique pour la guérison des malades. Le Roi Charles y fit construire une maison en bois à l'Allemande pour pouvoir y profiter des bains. Il y a au pied du vallon un fourneau pour le fer & pour les fontes d'une mine qui est sur le territoire de Vaudier. Les montagnes des environs des bains sont toutes de pierre de formation primitive, hormis l'endroit des sources thermales qui est une masse calcaire de superposition. Dans la montagne de Lozet située entre les bains & Entragues il y a une mine de plomb de galène à grosses écailles, qui ne contient point d'argent. La pierre de la montagne

est ardoisée & d'un bleu foncé avec des veines spatheuses dans l'entre-deux; les filons sont alternes dans les couches d'ardoise ayant une direction du S. O. au N.E. & une inclinaison de quelques degrés vers le S. E.: ils ne sont pas amples, mais de facile exploitation par le moyen d'un écouloir vers le S. E. On pourroit les croiser & ouvrir une mine qui deviendroit peut-être importante : on fond le minéral choisi à portée des fosses.

71. A Entragues au vallon de St. Jacques à côté de celui qui conduit au col de N. D. des Fenêtres qui communique à St. Martin de Lantousque dans la vallée de Vesubia du Comté de Nice, il y a des indices de mine de plomb & d'argent dans le quartz: il seroit nécessaire que cette montagne fût mieux examinée, car à en juger par la pierre dont elle est constituée on y feroit bien des découvertes. Vers le midi de ces montagnes, en montant presque jusqu'au sommet qui communique à Valauria dans le Comté de Tende au-delà des Alpes, on trouve dans les vallons des *Scalers* une quantité de fosses des Anciens, dans les rebuts desquelles j'ai remarqué de la galène à petites graines: ces fosses ont été creusées dans des filons quartzeux dont l'extérieur annonce des mines aurifères: en effet on en voit plusieurs parallèles qui se continuent dans les montagnes latérales; mais l'âpreté du lieu en rend le travail difficile: il seroit cependant bien important d'y faire quelqu'établissement, puisque la pierre de ces montagnes est quartzeuse & schisteuse avec beaucoup de mica d'argent, & conséquemment tout-à-fait convenable aux mines. Les hauteurs depuis celles de Gourdolasque, des vallons de l'Enfer du côté de Tende & des lacs des Merveilles sont toutes de même nature.

72. A côté de Vaudier dans une montagne qui n'en est pas bien éloignée on excave une mine de fer. La montagne qui tient à celles d'Andon qui sont les plus hautes, est une superposition calcaire dans laquelle serpentent des filons de fer qui s'y montrent par leur tête. Ils nourrissent le fourneau dont nous avons parlé ci-devant. La pierre de fer est hépatique & en grande partie d'ocre : les filons se dirigent vers le N. S. avec bien des sinuosités & avec une inclinaison droite de 25 degrés. La matrice calcaire qui accompagne le minéral, est propre à la fusibilité : cette mine rend environ le 30 p. % en gueuse. Je ne quitterai pas cette vallée de Gès sans parler des fameuses carrières de marbre qu'on y exploite pour S. M.

73. C'est dans la montagne au N. de Vaudier tenante au col de ce nom qui communique dans la vallée de Sture, qu'on travaille à ces carrières : on peut dire qu'elles sont presque toutes composées de marbre dont les couches dirigées d'Orient en Occident sont inclinées vers le S. E. ; elles tombent avec une inclinaison d'environ 30 degrés vers le N. Parmi ces carrières il y en a trois qui méritent d'être connues particulièrement : on tire de la première du marbre blanc, d'un beau grain & un peu veiné de bleu, & dont on peut faire avec le ciseau les ouvrages les plus délicats : la seconde est la carrière de *Bardiglio* clair veiné de blanc : & la dernière est celle de marbre gris-obscur qui est le plus estimé & dont on tire de très-grosses pièces. On rencontre enfin dans une montagne au-dessus du village d'Andon des indices de mine de cuivre azurée & verte avec de la mine livide. La veine est accompagnée de fluor coloré.

Elle contient peut-être de l'argent & du cuivre; mais on n'a point continué à y faire des recherches.

74. En passant de la vallée de Gès dans celle de Vermenagna qui est à l'Orient, on trouve le village de Roccavillon qui a dans son territoire une montagne toute de roche primitive, & ce n'est qu'aux plus hauts sommets vers Vaudier & Andon qu'elle a un chapeau calcaire. On rencontre au-dessus du village, d'anciennes excavations de filons ayant de la galène & des pyrites, ces filons ont l'apparence des mines fines. La montagne continue d'être schisteuse au-dessus de Robilant, où il y a dans la direction d'Orient en Occident un petit filon de galène de plomb, avec un peu d'argent qui n'a été reconnu que superficiellement; il y a des martinets & des forges dans ce village d'ancienne propriété de la maison de ma branche aînée. Feu mon frère y avoit établi une manufacture de fer blanc, très-estimé: elle en a fourni le pays pendant plus de 30 ans; mais elle est maintenant dans l'inaction.

75. En continuant son chemin dans la même vallée l'on a derrière les montagnes des Scalers dans le vallon de N. D. au-dessus de Vernant, des indices de mine fine. On y trouve dans le fond un très-beau marbre en brèche tacheté de noir, de blanc-sale & de couleur incarnate, qui est susceptible d'un beau poli: on y a aussi des carrières de marbre noir. Au-dessus de Limon on passe le col de Tende qu'on monte par une pente assez accessible & presque toute d'ardoise schisteuse, & qu'on descend par une côte dont les couches font différens ressauts vers le midi. L'on y voit une suite de bancs calcaires & rapides qui se succèdent les uns aux autres. Ce n'est que par une route remplie de gorges affreuses qu'on parvient à Tende; mais le Roi régnant vient

d'y faire entreprendre un grand chemin, qui portera toujours l'empreinte de cette magnificence Royale qui l'a fait exécuter pour l'avantage & la commodité de ses sujets.

76. C'est dans cette vallée que coule le ruisseau Roja qui tire son origine des montagnes de Cornio au-dessus de Tende: il reçoit d'un côté la Livenza qui descendant par la Briga vient de Roche-Bourbon, & de l'autre la Valauria qui part du vallon nommé l'Enfer. On y a rouvert une mine qui a été exploitée anciennement avec le feu: elle produit de l'argent & du plomb: c'est une galène de plomb à petites graines contenant de l'argent qu'on porte à l'Hôtel Royal de la monnoie. Les montagnes à la droite de la Roja jusqu'à l'Olivette où est le confluent de la Bevera, torrent qui descend des hauteurs de Pietracava au-dessus de Sospel, sont toutes de roche primitive: elles ont cependant vers les hauteurs de Breglio & de Saourgio un chapeau calcaire. Les hauteurs de la Gourdolasque, de Raus, de Nauthion & du Mangebeau sont aussi de pierre primitive, ainsi que les montagnes situées à la gauche de la Roja depuis le col du Pis, Torraggio, le col de Joue, Fourquoin, Abeil jusqu'au-dessous de Campo rosso & de Dolceacqua, cependant avec un chapeau calcaire qui compose entièrement ces masses qui finissent en cap vers la mer.

77. Il y a encore trois rivières dans le Comté de Nice, la Vésubia, la Tinée & le Var: la première prend sa source aux montagnes de Ste. Anne de Vinay, la seconde à St. Etienne derrière le village de Berzès, & la dernière à Entraunes dans les montagnes de Barcellonette tenantes à celles de l'Argentière. Parmi les vallées qui portent le nom de ces trois rivières je ne connois que l'endroit de St. Sauveur dans

la vallée de la Tinée où l'on ait tenté l'exploitation d'une mine de cuivre, dont les apparences sont riches. Si l'on n'a fait que si peu de découvertes dans ces vallées, c'est qu'on n'y a fait que très-peu de recherches; car elles sont d'ailleurs constituées vers leur sommet d'une pierre fort analogue aux mines; à mesure qu'elles approchent de la mer, comme à Mont-Leuse, à la Turbie, aux hauteurs de Monaco & de Ventimille, elles sont de la nature de la pierre à chaux & du marbre.

78. Si après avoir parcouru les Alpes on revient en deçà de l'Appennin, & qu'on en suive la chaîne jusqu'à la Trebia, qui termine en partie les États du Roi du côté de l'Orient, & qui les sépare d'avec le Plaisantin, on observe les hauteurs des Viozènes, d'Ormea, de Garès, d'où sortent le Pesio, l'Ellero, la Cursaglia & le Tanare. La dernière de ces rivières qui descend de Roche-Bourbon au-dessus d'Ormea, arrose une des principales vallées & traverse les collines qui sont au-dessous de la ville de Cève: tandis que les deux premières entourent les montagnes du Mondovi. On a eu quelque soupçon de mine à la Chartreuse de Pesio, mais ce n'a été que des pyrites. A Pampara dans la vallée de Cursaglia on a entrepris l'exploitation d'une mine d'argent & de galène de plomb qui a donné de l'argent natif & du vitreux; mais le peu d'habileté des mineurs dans la poursuite des filons a été cause jusqu'à présent qu'elle n'a été que d'un très-petit rapport. On y a pourtant construit des bocambres, des lavages & des fonderies. La pierre qui constitue ces montagnes est toute schisteuse, talqueuse & quartzeuse. La matrice des filons est quartzeuse: la même qualité de pierre règne dans les hauteurs de la Chartreuse de Casotto. Sur leur côte située au

N. dans la vallée du Tanare on a découvert une mine de plomb mélangée de pseudo-galène avec argent. L'on trouve au-dessus du village de Priola dans le torrent Cursaglia au-dessous de la Chartreuse de Casotto des blocs de marbre rouges, blancs & jaunes que l'on travaille aisément: ils dérivent des plus grandes hauteurs couvertes de leur chapeau calcaire. En tournant vers Priè depuis les hauteurs de Garès on observe que les montagnes sont de roche primitive; elles prennent vers Bagnasc & vers Maximin un aspect brulé avec un chapeau rouge arénaire graniteux, qui se convertit en porphyre de fond rouge avec des points blancs dont on voit quantité de blocs & de cailloux roulés dans le Tanare. On a découvert sous ces dépôts qui ont tout-à-fait l'air volcanique une mine d'excellent charbon de pierre bitumineuse qui règne en couches de plus d'un pied d'épaisseur: on a aussi dans les environs de Mont-Basile des veines de charbon de terre dans les tufs calcaires azurés. La vallée du Tanare donne à Garès plusieurs carrières de très-beaux marbres bien tachés gris & rougeâtres. La Cursaglia à Mont-Basile a des blocs de serpentin assez beau. Casotto a des blocs de marbre à fond rouge-clair & veiné de blanc & de jaune, & Frabouse d'abondantes carrières de marbre blanc gris & noir, de sorte que cette chaîne de montagnes est très-riche en ce genre.

79. Il y a apparence que les montagnes de l'Appennin qui suivent les Bormides à Millesimo, aux Carcares & à l'Altar ont beaucoup de mines, quoiqu'en bien des endroits elles soient couvertes de marbre & de chapeaux calcaires. L'on n'ignore pas que les eaux des vallées d'Erro, qui commencent aux hauteurs de Sassel, & qui tombent dans la Bormide au-dessus d'Acqui, cha-

rient des paillettes d'or. L'on sait de même que l'Orbe, qui après être descendu d'Ovade se jette aussi dans la même rivière au-dessous de Castellas près d'Alexandrie, voiture avec l'or beaucoup de sable de fer attirable à l'aimant. Il est fâcheux qu'on n'ait pas porté un œil plus attentif sur ces régions pour examiner si l'or qu'on trouve dans ces torrens, provient des montagnes vives ou des collines qui sont aux débouchés de la Bormide & de l'Orbe.

Au-dessus de Tortonne j'ai fait exploiter sur les hauteurs de Costa une mine de soufre fossile vierge, dont la couche s'est montrée à découvert dans un ravin auprès de ce village, & où l'on s'est introduit par un puits en suivant la couche. J'y ai fait ouvrir sur le dos une galerie d'écoulement toute revêtue de murs, l'on a réalisé à la raffinerie que j'y avois fait construire, le soufre qui, quoique par rognons, ne laissoit pas que d'avoir un peu de marneux mélangé, qu'on sépare ordinairement par la distillation en le purgeant ; mais cette mine par un sort fatal a été abandonnée dans le tems qu'on pouvoit s'en promettre une exploitation certaine & utile. On rencontre à quelques milles de là dans la vallée de Godiasque d'autres couches de soufre de la même nature que le précédent; on y a établi une raffinerie pour le compte du Roi, & l'on y purifie le soufre que les Paysans fournissent: cette même découverte a aussi été faite récemment dans la vallée de Staffora, & il est probable que toutes ces montagnes affectent le soufre fossile. Les collines de ces environs sont constituées de marne azurée, & il se trouve dans leur masse des couches de pierre à chaux & arénaire: l'on y observe aussi beaucoup d'indices de charbon fossile, de terres alumineuses & du plâtre en

abondance près du soufre. A Sarzi dans l'outre-Po Pavois il y a une source d'eau salée qu'on a revêtue avec un puits en maçonnerie, & qui est d'une richesse considérable : toutes ces collines sont remplies de pétrifications & de coquillages marins en moules calcinés & agatisés.

79. Je ne fais point l'énumération des sources salées des environs d'Alexandrie, ni de celles de l'Astesan ; je ne m'arrête pas même aux indices de charbon de pierre de la colline de Turin, qui continuent jusqu'à Pecet, à Sciolze, & plus avant encore dans toute cette chaîne de collines : car tous ces détails, quoique d'ailleurs intéressants, me meneroient trop loin. Je dirai seulement qu'à Gassino tout près des fameuses carrières de pierre à chaux forte de Supergue il y a une carrière d'un marbre gris de la nature de la brèche, où l'on rencontre souvent des vis marines, & dont on fait ici un grand usage, & que l'on a aussi à Mont-Calvo des carrières de lumachelle de la nature de la brèche jaune avec des trompes & des cochlytes pétrifiés, & je finirai par la source froide d'*hepar sulphuris* de St. Genis au-dessus de Chivas, très-utile pour diverses maladies, sans pourtant passer tout-à-fait sous silence que tout le Montferrat tire une grande subsistance des fontes de la mine de fer d'Elbe dont on fait un grand commerce & qui a ses principales forges aux Carcares, à Ferrannia, au Caïro, à Millesimo & à Garès.

DOCIMASTIQUE

Après mon retour de Saxe le Roi Charles Emanuel de glorieuse mémoire m'ayant nommé Inspecteur Général des minières de ses États, daigna m'ordonner de visiter les diffé-



rentes fabriques relatives à cet important objet, & d'entreprendre un voyage dans les Alpes & dans les Appennins, tel que celui que je venois de faire par son ordre en Allemagne. Ayant alors en vue principalement le progrès & la propagation de ces sortes de connoissances pour en tirer tous les avantages possibles, S. M. voulut bien me charger encore de l'instruction de quelques bons Sujets dans l'art de cultiver, de rectifier & de découvrir les mines, en me préposant à l'établissement & à la conduite d'un laboratoire métallurgique propre à toutes les analyses chimiques & à toutes les opérations des essais docimastiques. Pour nous fournir un moyen facile de hâter le bon succès d'un plan aussi sage & aussi intéressant, il manda à tous les Intendans du Royaume de faire travailler chacun dans sa province à la plus exacte recherche des minéraux, & d'en envoyer des échantillons au grand atelier qu'on alloit dresser & ouvrir publiquement dans cette Capitale : on s'empressa d'exécuter dans tous ses points ce projet magnifique : on expédia de toutes parts des morceaux de mine & des fossiles de toutes espèces avec l'indication des lieux où ils se rencontroient, de manière que je fus bientôt & presqu'à la fois informé de la plupart des endroits qui étoient déjà en culture, & d'une partie de ceux qui n'étoient connus que des habitans des villages respectifs. Il ne s'agissoit plus que de reconnoître toutes ces mines qu'on nous avoit indiquées, de les essayer & d'en découvrir les rapports. Dans cette idée je parcourus la chaîne des Alpes & des Appennins, & profitant des lumières que j'avois acquises dans mon séjour à Freiberg, où il avoit plu à S. M. de m'envoyer pour y puiser les véritables principes de la métallurgie, & mettant en usage ce que l'expérience

m'avoit ensuite appris dans mon voyage sur les montagnes de la Saxe, de l'Hercinie, de la Boheme & de la Hongrie je tâchai de contribuer à l'avancement de cette science, en observant tout ce qui pouvoit conduire à quelques découvertes: c'est ainsi que j'enrichis la collection des pierres métalliques que j'ai soumises ensuite aux opérations docimastiques pour en découvrir les résultats & pour en informer le public. C'est ce que je viens de faire en partie dans la description générale des montagnes de notre pays; mais jugeant à propos d'en présenter une idée plus complète je vais entrer dans un plus grand détail. Je reprendrai donc l'ordre des vallées qui sont au nombre de plus de 56, & j'indiquerai successivement les minières que possède chaque vallée, & les produits que donne chaque minière; on aura par-là un tableau en raccourci des trésors que la nature a renfermés dans le sein de nos montagnes.

VALLÉES D'OSSOLA OU DU HAUT-NOVAROIS

VALLÉE D'ANZASQUE

	onc.	den.	grains	
Filons de Macugnaga	o	o	13	d'or pour 100.
- - de Trivière . . .	o	1	6	
- - d'Ovego	o	1	3	
- - du Mont Ceridan .	o	1	3	
Mine du puits	o	7	21.	& 57. liv. de plomb dépuré pour 100.
- - du Vossay	o	5	1	
- - de la Scarpia . . .	o	2	12	
- - du Kuhn	o	10	16	
Grand puits du Capitaine Raspini	o	5	18	

VALLÉE D'ANTIGORIO

Corticcio de St. Pierre	o	3	9	d'or pour 100.
Découverte de la Birca	o	2	6	
Filon de Crodo	o	1	3	
- - d'Ugno	o	o	13	

VALLÉE D'ANTRONA PIANA

Porticcio de St. Pierre	o	3	16	d'or pour 100.
Camasca	o	o	13	
Antrona	o	3	3	
Filon du Saut	o	6	6	

Real d'Ornavas. *Mine de plomb luisante aurifère parsemée*, contenant 9 den. 9 grains d'argent aurifère p.%
Mizandone. *Pyrite de cuivre* de 22 liv. de cuivre dépuré pour%.

Les filons aurifères de Macugnaga donnent de l'or natif dans les marcassites jaunâtres, dans le quartz, dans le schiste & dans l'ocre. Quand il est dans l'état de mine on le tire par amalgamation, & il est après la distillation de 16 à 17 k. Le reste est de l'argent.

VALLÉE DE SESIA

GRANDE VALLÉE TERRITOIRE D'ALAGNE

Ste. Marie de Stoffol. *Mine d'argent blanche aurifère.* Elle est de deux qualités; la première donne 5 marcs p. % & 6 liv. de cuivre; la seconde 2 onc. d'argent & 8 den. d'or.

Cava vecchia ou ancienne excavation. *La mine est dans des marcassites ocreuses aurifères.* Elle contient 2 onc. d'argent & 12 den. d'or par quintal.

Mine d'argent blanche aurifère, découverte à St. Vincent. Elle produit 5 marcs d'argent & 3 den. d'or par quintal.

Borzo. *Marcassites aurifères.* Cette mine rapporte 1 den. d'or par quintal.

Autre endroit au-dessus de Borzo au pied du Mont-Rose. *Découverte inconstante.* Elle donne 3 marcs & 4 onc. d'argent, & 5 liv. p. % de cuivre.

Gliacce. *Marcassites aurifères dans le quartz.* L'argent aurifère y est en raison de 8 den. par quintal.

Moud. *Minéral de même nature.* Il rapporte 10 den. d'or.

St. Jacques. *Mine de pyrite cuivreuse compacte.* Elle produit depuis 8 jusqu'à 15 liv. p. % de cuivre.

St. Jean. *Mine de pyrite cuivreuse dans le schiste.* Elle donne 3 à 4 liv. de cuivre p. %.

Locarno. On y fond le fer pour le compte de la maison Dada.

VALLÉE DE SERMENZA

Carcofaro. *Mine de cuivre pyriteuse.* Elle produit 6 liv. de cuiv. p. $\frac{o}{o}$.

VALLÉE DE MASTALON

Rimella. *Mine pyritique aurifère* de peu de valeur.

Valbella. On y a établi un haut fourneau pour la fonte des gueuses, mais le minéral étant beaucoup pyriteux, on en a tiré un fer d'une mauvaise qualité & cassant à chaud.

Valmala. *Mine de plomb luisante compacte aurifère.* Elle fournit 2 onc. d'argent, 12 grains d'or & 60 liv. de plomb p. $\frac{o}{o}$

VALDUGGIA

Mine de plomb luisante avec pseudo-galène, & un indice d'argent. Elle rapporte 60 liv. de plomb, & la pseudo-galène peut être propre à réduire le cuivre en laiton.

On compte dans cette vallée plus de 30 forges pour le cuivre & le fer, & l'on y fond les cloches & toutes sortes d'ustensiles.

PRINCIPAUTÉ DE MASSERAN

Livrenco. *Mine de plomb luisante à écailles fines* contenant 3 onc. 18 den. d'argent & 52 liv. de plomb.

MARQUISAT DE CRÉVECŒUR

Mine de plomb luisante à grain fin à l'endroit des Torini contenant 3 onc. d'argent & 60 liv. de plomb dépuré.

CONFINS DE POSTUA

Mine de plomb luisante argentifère, contenant $\frac{1}{4}$ onc. d'argent par quintal.

La Montà. *Mine de marcassites aurifères*, contenant $\frac{1}{4}$ onc. d'or p. $\frac{o}{o}$.

Sostegno. *Mine de plomb luisante argentifère*, $\frac{3}{8}$ onc. d'argent, & 45 liv. de plomb p. %.

VALLÉE DE SESSERA

MARQUISAT DE CRÉVECŒUR

Postua. *Mine de fer de qualité brune compacte dans une matrice spatheuse & graniteuse.* Cette mine est abondante : elle a été cultivée par Mrs. de Castellan qui y ont fait construire un haut fourneau de fonte à l'Allemande qui est maintenant dans l'inaction.

Argentière de Sessera. Excavation de VICTOR-AMÉ II. *Filon aurifère* noyé, d'où l'on a tiré du luisant de plomb & des pyrites aurifères. Le minéral a donné à l'essai 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent avec 1 denier d'or & 60 liv. de plomb.

Mine de plomb luisante compacte qu'on appelle la fosse des anciens. Elle rend 1 onc. d'argent & 60. liv. de plomb par quintal.

Pyrites aurifères & marcassites de la valeur de $\frac{1}{4}$ onc. d'argent & de 10 grains d'or.

VALLÉE D'ANDORNO

Saillan. *Mine de cuivre pyriteuse compacte*, produisant 32 liv. de cuivre. On a cultivé cette mine avec succès pendant plusieurs années. On y a trouvé du cuivre natif, des crysocolles & des minérais briquetés.

Real de Mos. *Mine de plomb argentifère.* L'argent y est en raison d'1 onc., & le plomb de 60 liv. p. % : le filon est encore indécis.

Campiglia. *Mine de plomb luisante dans des marcassites.* Elle donne $\frac{6}{8}$ d'onc. d'argent & 30 liv. de plomb pyriteux. Il y a encore dans cet endroit une autre mine de cuivre assez riche qu'on exploite actuellement.

Le torrent Cerf qui coule dans cette vallée amène du sable d'or au titre de plus de 23 k.

Bielle. Au-dessous de Bielle & vers le pied de Mont-Grand il y a l'endroit qu'on nomme *la Besse*, où les anciens Romains lavoient le terrain pour en retirer l'or, & plus bas au Cerion il y a d'autres endroits qu'on a cultivés pour la recherche de l'or, mais qui sont fermés actuellement.

VALLÉE D'AOSTE

VALLÉE PRINCIPALE DEPUIS LE SOMMET.

St. Didier. *Mine de plomb antimoinée de cuivre, d'argent & d'or* rapportant 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent, 6 liv. de cuivre, 20. liv. d'antimoine & 36 liv. de plomb. Cette mine est de difficile exploitation. On a au-dessous de St. Didier des sources thermales ferrugineuses très-salubres.

Alexblanche. *Mine de plomb luisante à grain fin* au titre de 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent & 45 liv. de plomb.

Courmayeur. *Mine de plomb argentifère*, au titre d'1 à 2 onc. d'argent, & de 60 à 70 liv. de plomb. Elle a été cultivée par les Romains avec le feu, & s'appelle l'*excavation du labyrinthe*, ou *borne de la Fée*. Près de ce village on a les deux sources alcalines acidules si renommées.

La Thuille. On y voit d'anciennes excavations.

Avise. *Mine de plomb avec de la pseudo-galène* : c'est à l'endroit nommé *Vertousan* qu'on trouve cette mine

qui rend 1 onc. ⅛ d'argent aurifère & 20 liv. de plomb p. %, & beaucoup de zinc.

VALLÉE DE COGNE

Valeille. *Filon quartzeux aurifère*. Il a donné à l'essai ⅛ d'onc. d'argent aurifère & 15 liv. de plomb, & à l'enchassure de chute & à son contreterme 1 onc. d'argent aurifère, & 39 liv. de plomb. Ce filon est accompagné d'une pyrite arsenicale.

Dans les mêmes montagnes. *Mine de fer compacte bruno-cornée*. Cette mine est fameuse, & si riche qu'elle seule suffit pour soutenir une infinité de fourneaux & de forges, elle entretient en effet toutes celles qui sont dans ce Duché. Son produit est de 60 liv. sur un quintal.

VALLÉE DE ST. MARCEL

Montagne au-dessus de ce village. *Mine de cuivre pyriteuse dans une gangue schisteuse remplie de grenats*. Cette mine dont le filon est ample & en couches, rapporte depuis 3 jusqu'à 8 liv. de cuivre par quintal. Elle a été poussée avec le feu par les Romains.

VALLON DE FENIS

Dans la même montagne du côté opposé & au vallon de Fenis l'on exploite une veine qui n'est que la queue de la précédente. Le minéral le plus compacte donne 13 liv. de cuivre par quintal, & le moins compacte depuis 2 jusqu'à 3 liv. p. %.

Vis-à-vis de la minière des Romains & au-delà de ce vallon on exploite la fameuse mine de manganèse, si nécessaire pour la perfection de la verrerie: on en tire de la compacte & de la parsemée en guise de talc ferrugineux.

Grande Vallée

Hauteurs de Nus. *Mine de cuivre pyriteuse compacte.* On en retire 8 liv. de cuivre sulfureux.

Champ de Pras. *Mine de cuivre pyriteuse avec des grenats.* Cette mine dont le filon est riche, est de trois qualités: la première rend le 12 p. %, la dernière le 3, & la moyenne le 5.

Sur les plus hauts sommets. *Mine de fer d'excellente qualité* que l'on fond à Bard. Elle donne près de 60 p. %: elle est de nature brune.

Mont-Jouet. *Mine de cuivre pyriteuse avec des grenats dans un filon variable:* Le cuivre y est en raison de 3 jusqu'à 6 p. %. L'endroit s'appelle la Balme.

St. Vincent. *Source muriatique hépatique.* Mr. le Docteur Gioanetti en a fait voir l'utilité dans l'analyse qu'il en a donnée.

Usseil. *Mine de fer à grains minces compacte dans un filon irrégulier.* Cette mine est excellente: elle produit jusqu'à 60 p. % de gueuse de la meilleure qualité pour les canons, balles &c. C'est là qu'on a les hauts fourneaux, les forges & autres fabriques.

Arnax. *Filon de cuivre pyriteuse* de bonne qualité de 4 à 7 liv. de cuivre p. % dans le schiste verdâtre.

Vallée de Tournanche

Hauteurs d'Anthey. *Mine de cuivre pyriteuse* de 7 liv. de cuivre p. % dans une matrice schisteuse.

Formion. *Mine de semblable nature* de 10 liv. de cuivre p. %.

Vallée de Champourcher

Filon considérable de cuivre pyriteux de qualité douce, & de 4 à 7 liv. de cuivre p. %.

Vallée d'Evenson ou de Challand

Verrez. *Filon de cuivre beaucoup pyriteux & réfractaire* au-dessus du vieux Château, de 3 à 7 liv. p. ⁰⁄₀ de cuivre.

Valpelline

Rameau de Boutiers. *Mine de cuivre considérable* de S. E. Mr. le Comte Perron. Cette mine est en exploitation dès le commencement de ce siècle. On en raffine le cuivre à la nouvelle fonderie de Quart; elle rapporte depuis 6 jusqu'à 18 liv. de cuivre p. ⁰⁄₀: elle est dans une matrice schisteuse & très-douce.

Vallée de Challand

Au-dessus d'Émarèze. C'est là le fameux endroit où l'on a trouvé en 1741 en fouillant sous les buissons d'un genevrier des morceaux d'or pur du poids de plus de 40 marcs, & au titre de 22 k. La forme de ces morceaux étoit irrégulière, caverneuse & remplie de terre rouge & grenue.

Pison d'Arles. On voit sous un escarpement au pied de cette cascade de grands amas de débris, où l'on a rencontré dans des terres rouges des morceaux d'or de quelques onces, qu'on a apportés au Musée du Roi. Cet escarpement montre de grands filons de quartz avec des marcassites & des terres rouges, d'où viennent ces fragmens, & c'est un des endroits qui mérite d'être soigneusement examiné.

Le torrent Evenson qui descend des hautes cimes d'Ayas au-dessus de Brusson, & qui coule dans la vallée de Challand depuis la cascade qu'on appelle la *Gouille du Poulain* jusqu'à la Doire Baltée, continue à donner de l'or natif dans les lavages des terres blanches argileuses qu'il entraîne.

Pison de Brusecou. On a trouvé sous cette cascade dans le quartz vif un morceau d'or de la valeur de plus de 50 louis d'or: ayant détourné cette cascade, on en a rencontré d'autres petits morceaux; on en a aussi trouvé en grains, mais en moindre quantité qu'on s'étoit imaginé.

Le minérai du filon du Pison d'Arles, a fourni à l'essai un régule cuivreux de 48 liv. p. % contenant 6 à 7 onc. d'argent aurifère.

Celui du Bourret un régule cuivreux de 22 liv. & 5 onc. d'argent aurifère ou environ.

Celui de la grande Guillate 18 liv. de plomb non lavé, & 1 onc. ½ d'argent par quintal.

Celui du Bouchey a donné de l'or natif dans le quartz en 1742, & de l'or pur en 1758. Ce filon se trouvant interrompu on en a fait suspendre les recherches, ce qui a causé une perte considérable. Pour la reparer S. M. vient de le faire rouvrir.

Excavation d'Arbe. *Filon principal de plomb à grandes écailles, de plomb vert cristallisé & d'un minéral livide dans une matrice quartzeuse abondante en cristaux exaèdres.* L'essai a donné 40 liv. de plomb & 3 à 4 onc. d'argent aurifère.

Ayas. *Veine de cuivre dans une pierre fossile talqueuse* dans un lieu sauvage.

Vallée d'Ese

Gressoney vers le pied du Mont-Rose. *Mine de cuivre pyriteuse* contenant depuis 4 jusqu'à 8 liv. de cuivre.

Fontaine-More. On y a soupçonné une minière de mercure, mais ce soupçon n'a pas été vérifié.

Grande vallée de la Doire

Quazzuolo au débouché de cette vallée. *Filon de plus de 6*

onces contenant un minéral pyriteux avec du luisant de plomb. Ce filon rapporte 2 onc. d'argent aurifère, & 60 liv. de plomb p. %.

Vallée de Brozzo

Mines de plomb, d'argent, d'or, de cuivre & de vitriol appartenantes à Mr. le Marquis St. Martin de Parelle. Ces mines sont fameuses: elles donnent 60 p. % de plomb, 2 à 3 onc. d'argent, & 12 liv. de cuivre. On y a établi une excellente & magnifique manufacture de vitriol martial pour tirer parti des pyrites.

Sur les hauteurs de Traverselle. *Mine de fer brune compacte spatheuse pyriteuse.* Cette mine célèbre dont le filon est très-ample, nourrit les fabriques d'Ivrée, de Cuorgné, de Baudissé, & donne depuis 40 jusqu'à 60 p. % de gueuse de la meilleure qualité.

Brozzo. *Mine de fer talqueuse luisante.* On en excave différens filons dans un vallon qui aboutit dans la plaine: on en fond le minéral calciné en masses, & on en prépare dans plusieurs forges un fer cassant à chaud.

Perouse. On y voit les fabriques de cuivre de la maison de S. E. Mr. le Comte Perron où l'on bat en creux les rosettes de Valpelline.

VALLÉE DE PONT OU DE L'ORCO

Vallée principale de Novasque

Hauteurs de Ceresole. *Mine d'argent livide dans le spath de fer* contenant 6 onc. d'argent & environ 10 liv. de cuivre & 45 liv. de plomb. Cette mine est connue sous le nom de la Bellengarde.

Fouille ancienne *d'une mine de plomb luisante en grosses lames* dont la richesse est de 2 à 3 onc. p. % d'argent aurifère, & de 60 liv. de plomb: elle se trouve sous le pic des vallées de Rema & de Cogne, & s'appelle la Cocagne; elle mériteroit d'être rouverte.

Vallée de Soane

Mine de cuivre pyriteuse de 8 à 10 liv. de cuivre par quintal. C'est la minière qu'on appelle *du Saut* ou *de Sparron.*

Cuorgné. Au débouché de l'Orco dans le village de Cuorgné on voit une fonderie de fer d'un haut fourneau avec ses forges: on y fond les minéraux de Traverselle.

Pont. On y a les importantes fabriques de cuivre & celles de fer de Mr. le Comte de Champigny, où l'on bat les rosettes en chaudières & en feuilles. Le même propriétaire y a aussi des forges où l'on fabrique les poêles & le fil de fer.

Canavois val de Ky

Baudissé. On y a un haut fourneau pour le fer avec des forges.

Castellamont. Près de ce village on tire les fameuses lythomargues ou kaolin pour la porcelaine, on y trouve aussi des agates & des hydrophanes: c'est encore là où l'on construit avec des argiles d'excellens creusets, & toutes sortes de poterie de terre assez renommée.

Le long de l'*Acqua d'oro* depuis Pont jusqu'au-dessous de Chivas où cette rivière se joint au Po, l'on fait des lavages de sable, d'où l'on retire de l'or. Ce précieux métal ne vient point des hautes montagnes, puisqu'il ne s'en trouve plus au-dessus de Pont, mais il dérive des corrosions des terres rouges dont la plupart de ces collines & de ces plaines sont cons-

tituées, & qui dans les tems orageux sont emportées dans le fleuve principal.

VALLEE DE LANS

Vallée principale

Groscaval. *Mine d'argent livide dans le spath martial* donnant 6 à 7 onc. d'argent, & 10 à 12 liv. de cuivre sur un quintal.

Mésénil. On trouve à Mésénil les fonderies de fer appartenantes à la Maison Francesetti, & dans les villages de Pugnet, de Picinet, de Chalembert, de Germagnan & dans le Bourg l'on a des forges où l'on travaille en clouterie, en coutellerie, & autres ouvrages.

Cantoïra. Il y avoit autrefois une fabrique de vitriol d'ancienne possession de la maison Graneri, & c'étoit le produit d'une pyrite qui se décomposoit facilement: la mine étoit près de la Sture qui arrose la vallée. Elle est noyée actuellement.

Endroit de Rocca bruna. *Mine de cuivre vitreuse obscure.* Elle a produit en cuivre 46 liv. p. $\frac{0}{0}$, & a donné quelques indices d'argent.

Hauteurs de Traves. *Mine de cuivre vitreuse rouge* de la valeur de 72 liv. p. $\frac{0}{0}$ avec quelques onces d'argent. On en cultivoit le filon en recherche pour le compte du Roi, mais on l'a abandonné pour s'occuper dans la vallée de Sesia. Ce filon est au pied de la montagne du Calcante.

Vallée de Viu

Usseil. Aux cimes de cette vallée formées par de très-hautes montagnes qui confinent avec la Maurienne on a découvert

des veines de cobalt aux endroits de la Mulatière & de Bessinet, territoire d'Usseil. Le minéral est compacte & très-propre pour l'azur: il est ordinairement dans une matrice quartzeuse, & quelquefois argileuse. On n'y a point découvert d'argent jusqu'ici, mais il est accompagné de régule d'arsenic natif, dont on fait le commerce avec l'Allemagne.

Sur les hauteurs de Viu à la gauche de la vallée on trouve encore de petits filons d'argent livide dans du spath martial, & des hématites noires qui coupent les petites veines du cobalt. L'on a des hyacinthes & de très-beaux grenats accompagnés d'indices de cuivre vitreux. Les forges de fer sont en grand nombre dans les différens villages de cette vallée. On y traite en droiture par le moyen des forges une espèce de sable de fer en gros grains que les Paysans amassent en lavant la surface de ces vallées; ce minéral est brun-obscur & donne plus de 60 p. $\frac{0}{0}$.

VALLÉE DE SUSE

Vallon de Mochie

Mine de cuivre pyriteuse dans une matrice quartzeuse friable remplie d'efflorescences vertes & de quartz grenu. On a un filon de cette mine sur les hauteurs de ce vallon, auquel on a travaillé anciennement: le minéral a donné depuis 8 jusqu'à 10 liv. de cuivre rosette.

Berzuol. *Mine de cobalt dans une matrice argileuse de mauvaise qualité* au Cruin, dont on a un filon transversal sur les plus hautes cimes. On la cultivoit pour le compte de S. M., mais on l'abandonna en 1752 pour ne s'occuper que des recherches des vallées de Sesia & de Challand.

Giaillon. *Mine de cuivre* donnant quelques livres de cuivre p. ♀.

Anciennes excavations du Dauphin Humbert près d'Exilles, qu'on n'a pas encore examinées pour reconnoître si les filons sont argentifères ou cuivreux.

Bussolin. Sur les plus hautes cimes de Bussolin on a rencontré dans des veines de quartz de petits grenats, des crysophrases de la nature du schorl avec quelques indices de cuivre.

On a aussi dans cet endroit les fameuses carrières de marbre vert de nature serpentine.

Javen. Il y a dans cet endroit beaucoup de forges & de fourneaux de fer, où l'on traite les gueuses qu'on retire des fontes des minéraux de Traverselle; on y remarque aussi des sources d'eaux pures & légères, dont les malades font utilement usage.

VALLÉE DE PRAGELAS OU DE CLUSON

VALLÉE DE LUZERNE

Prales. *Mine de cuivre pyriteuse dans une matrice quartzeuse & fossile* riche de 6 à 12 p. ♀. L'endroit est rude.

St. Martin. *Pierre ollaire ou stéatite blanche de très-belle qualité.* On la connoît sous la dénomination de craie d'Espagne; elle est très-estimée en France. La carrière est dans un lieu escarpé & rude. On a dans ces montagnes des indices de minières d'or, mais ils n'ont pas été assez examinés pour pouvoir en parler avec fondement.

Bobbio. *Source décidée de vitriol martial.*

VALLÉE DE PO

Cruzolo. La tradition veut qu'il y ait des minières d'or, mais elles ne sont pas constatées.

A Mont-Brac au-dessus de Revel on rencontre dans le granit des cristaux de roche fuligineux nommés pseudo-topazes.

Paysanne. Il y avoit autrefois de grandes manufactures de fer, qui ayant été long-tems en action ont donné de riches produits.

VALLÉE DE VRAITA

Blin. *Mine de fer spatheuse en grandes lames:* cette mine dont le spath est très-beau est vers le col de St. Veran; on pourroit en tirer du bon acier.

St. Peyre. *Mine de fer spatheuse à petites écailles* dont la richesse va jusqu'à 40 p. %: elle se trouve dans le vallon de N. D. de Bessey. Elle fournissoit autrefois tout le minéral qu'on fondoit dans cette vallée, & dans celle de Po. Les filons de cette mine qui sont assez amples & dont le spath est noble, donnoient des rameaux & des veines de cuivre pyriteux dont le produit étoit de 8 jusqu'à 16 liv. de cuivre p. %. Ce fut sans fondement qu'on regarda ce minéral comme nuisible au fer, puisqu'on le trouve encore aujourd'hui dans les décharges.

VALLÉE DE MAIRE

Aceil. *Mine de plomb à grains fins avec de la pseudo-galène.* Cette mine qui est au-dessus de ce village, a été cultivée an-

ciennement: elle a donné à l'essai 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent ou environ, du zinc, & plus de 30 liv. de plomb.

Elva. *Mine d'argent livide dans une matrice quartzeuse* donnant depuis 4 jusqu'à 6 onc. d'argent & 10 liv. de cuivre p. $\frac{o}{o}$. Le filon qu'on a essayé est de la grosseur de 6 pouces, & serpente dans un vallon creux & escarpé dont la roche est de nature cornée.

VALLÉE DE GRANA

Près du village de Grana on a découvert des indices de mine cuivreuse; ces indices qui sont d'une richesse considérable, sont la crysocolle, l'azur & le minéral vitreux obscur: on y a fait des excavations, & les morceaux les plus compactes qu'on en a tirés ont donné à l'essai depuis 40 jusqu'à 50 liv. de cuivre, & les moins compactes quelques livres seulement. Cette mine se trouvant dans la plaine de la vallée est de difficile exploitation, car le concours des eaux en empêche la poursuite & le travail; mais en y établissant des machines élévatoires on pourroit la rendre exploitable avec profit.

VALLÉE DE STURE

Vinay. *Mine de plomb luisante à grains minces.* Elle est à l'endroit nommé Levenier d'Andis. Son rapport est de 70 liv. de plomb p. $\frac{o}{o}$ & $\frac{2}{8}$ d'onc. d'argent aurifère.

Sambuc. *Indices de mine cuivreuse* qui se trouvent à la montagne de la Scala de nature calcaire. L'endroit de la mine est escarpé. Parmi les blocs & les débris de marbre noir qui sont en amas au-dessous de l'escarpement on rencontre des cornes d'ammon, & d'autres empreintes de corps marins.

Sambuc & Berzès. Au-dessus de Berzès & au Sambuc vers le pas de la Gardetta on voit des montagnes abondantes en gypse avec des indices saumâtres.

BAINS DE VINAY

On rencontre dans les montagnes de ce vallon quelques filons de manganèse à petites & fines écailles dans le quartz.

Torrent de Squiatour. *Mine de cuivre pyriteuse* de 9 liv. de cuivre p. ⅛. *Filon de molybdène assez compacte*

Montagnes de Corborant. *Pierre talqueuse.*

Région exposée au Nord. *Indices de galène à grains fins dans le quartz*. Ce minéral a donné à l'essai 74 liv. de plomb p. ⅛ & 9 den. d'argent.

Bains. *Sources célèbres, hépatiques, muriatiques & martiales.*

VALLÉE DE GÈS

Vaudier. *Mine de plomb luisante compacte à grosses écailles & en filons parallèles dans une montagne d'ardoise cornée.* Cette mine qui s'appelle Lozet a rapporté à l'essai plus de 70 liv. de plomb p. ⅛.

Au-dessus de Vaudier. *Mines de fer ocracées & de nature brune botrytique* qu'on cultive pour nourrir un haut fourneau au vallon des bains de cet endroit où l'on coule la gueuse.

Entragues. Sur les plus grandes hauteurs du vallon de la Scala au-dessus d'Entragues on trouve des vestiges de fosses anciennes dans des filons amples de quartz avec de la galène de plomb à petites graines, qui selon la tradition ont été traités avec le feu pour en retirer l'or.

Dans le vallon de St. Jacques qui conduit au Col de N. D. des Fenêtres il y a un *indice de galène* de 60 liv. de plomb p. % & quelque peu d'argent. Cet indice exige de plus grandes recherches.

Andon. On a dans le district de ce village dans des montagnes de nature calcaire des indices & des veines de pierres d'azur & de crysocolles de cuivre, avec quelque peu d'argent.

Bains de Vaudier. Dans le vallon de ces bains sur les plus hautes cimes contigües aux montagnes de Ste. Anne il y a les eaux muriatiques & hépatiques de Vaudier.

VALLEE DE VERMENAGNA

Robilant. Montagne à l'ouest. *Filon de mine de plomb luisante à petits grains.* Le plomb y est en raison de 60 jusqu'à 65 p. %. Ce filon court de l'est à l'ouest dans un roc fissile talqueux.

Roccavillon. *Filon de mine de plomb luisante & pyriteuse* contenant de l'argent. Ces filons qui ont été anciennement attaqués sont dans la même montagne que la précédente & & à un mille loin. L'argent que donne le minéral y est en rapport de $\frac{1}{2}$ onc. jusqu'à $\frac{1}{4}$ p. %, & le plomb y a différens titres, selon qu'il y est plus ou moins mélangé de pyrites.

La Maison de Robilant possède depuis plus d'un siècle des forges de fer dans cette vallée : l'an 1752 le feu Comte de Robilant mon aîné y établit une fabrique de fer blanc sur les instructions & le plan que je lui en avois donné moi-même, mais par la mort de différens intéressés la Compagnie tomba.

VALLÉE DE PESIO

Cette vallée est à l'Orient de celle de Vermenagna. Elle est arrosée par le Pesio qui descendant des Frabouses va passer au-dessous de la Chiusa, où il y a une manufacture de cristaux & de verres établie par le Roi Charles, laquelle est en pleine action à cause de l'abondance des forêts : on y fabrique aussi toutes sortes de vaisselle de terre.

VALLÉE DE L'ELLERO

Pamparat & Roburent. *Mine de plomb argentifère & aurifère* en exploitation. C'est en poursuivant une de ses veines qu'on a rencontré l'argent natif en lames dans une matrice quartzeuse & *sarisseuse;* on en tire encore un minéral de nature vitreuse; on n'est pas encore parvenu à ouvrir avec avantage le filon. Le minéral le plus riche donne à l'essai depuis 20 jusqu'à 80 onc. d'argent, & le moins riche depuis 2 jusqu'à 3 onc. d'argent, & 60 liv. de plomb par quintal.

VALLÉE DE CURSAILLE

Mont-Basile. *Indices de charbon fossile de bonne qualité dans des montagnes argileuses & calcaires.* On n'en connoît pas encore bien les veines.

Dans ce voisinage on a indiqué une source salée de quelques degrés de richesse.

VALLÉE DU TANARE

Les montagnes qui bordent la rive gauche du Tanare & qui s'étendent depuis les cimes de cette vallée jusqu'aux hauteurs

de Bagnasc & de Battifol sont formées en grande partie de pierre primitive *sarisseuse*, quartzeuse, scissile & serpentine : les hauteurs de Bagnasc sont couvertes d'un chapeau calcaire, brulé, rouge & sablonneux tenant de la nature du porphyre, & annoncent avoir été anciennement exposées à la voracité des feux souterrains : on a même lieu de croire que si on examinoit la chaîne des montagnes qui appartiennent à la vallée de Cursaille, on y trouveroit des indices de volcans éteints : quant à celles qui se suivent à la gauche de cette rivière, elles sont irrégulières, & constituées en grande partie de marbre & de pierre calcaire. On sait déjà que toute la portion du Tanare qui est au-dessous de Bagnasc & de Massimin est remplie de blocs de porphyre rouge.

Priè. *Filon de plomb luisant à grains fins* contenant de l'argent incorporé dans la pseudo-galène blonde : le minéral a donné à l'essai depuis 2 jusqu'à 3 onc. d'argent, & 30 liv. de plomb. On n'a point encore reconnu le titre du zinc auquel il est uni ; ce filon serpente dans une montagne au-dessus du village.

Bagnasc. *Veine forte de plus de* 8 *onces d'épaisseur de charbon fossile compacte accompagné de gagate*. Ce charbon peut être comparé avec le meilleur d'Allemagne, d'Angleterre & de Liège, tant il est bitumineux. On découvrit cette veine dans le vallon du vieux château parmi des couches de marne grise surmontées d'autres couches calcaires sablonneuses, & au-dessus de bancs de porphyre rouge & de sable de même nature : sa direction suit la disposition du pied de la montagne : elle passe par-dessous la plaine adjacente, & par-des-

sous le lit du Tanare pour reparoître à la droite de cette rivière dans les montagnes de Massimin.

Les collines qui sont comprises entre le Tanare & le Belbe depuis Cève jusqu'à Asti, donnent presque toutes de fréquens indices de sources salées : on en rencontre à Nice de la Paille, & à Aillan: l'on en trouve à Castagnole qui ont déjà été cultivées par feu mon frère à dessein d'y faire un grand établissement: il y a fait creuser un puits solide en maçonnerie jusqu'à la couche des sources : on y a pratiqué des galeries aussi en maçonnerie le long de la source de plus de 100 *trabucs*. Voyant que la source commençoit à donner une quantité considérable d'eau salée au titre de 10 degrés, on y a fait un petit bâtiment de graduation, & on y a formé des bassins exposés au soleil pour y faire cristalliser le sel, & couverts d'un toît mobile de fer blanc: l'entreprise avoit tout le succès que l'on désiroit ; mais des circonstances particulières ont obligé de l'abandonner.

Il y a encore dans ces collines des indices de veine de charbon fossile, qui méritent d'être suivis. On voit aussi des fours de forge sur les hauteurs de Garès.

VALLÉES DE BORMIDA

Les deux Bormides se joignent à Bestagne pour ne faire plus qu'une rivière, qui après avoir baigné les murs d'Acqui va se jeter dans le Tanare au-dessous d'Alexandrie: avant leur jonction elles arrosent deux grandes vallées, celle de Cortemille & celle de Caïro. Ces deux vallées ont quantité de fabriques de fer: on y entretient des forges dans toutes les terres principales, savoir aux Malleré, aux Carcares, à Ferrania,

à Millesimo : c'est dans ces forges qu'on fond le minéral ferrugineux qu'on tire de l'île d'Elbe par la voie de Final, & qu'on traite à la Vallone. Comme ce minéral est fort riche on peut le faire griller à droiture sur l'aire des forges & ensuite le fondre en masse : on y a à portée les martinets pour le battre & pour l'amincir. Ces deux vallées fournissent enfin une grande quantité de ce métal qu'on débite dans le haut-Montferrat, & dans la province de Cève.

Altare. On y trouve encore à présent plusieurs verreries très-anciennes bien commodes pour les provinces d'alentour.

VALLÉE DE L'ERRO

L'Erro qui donne son nom à cette vallée prend sa source aux hauteurs de Mioglia & de Sassel, & se jette au-dessous des bains d'Acqui dans la Bormida. Il emporte ordinairement des paillettes d'or qu'on sépare du sable ferrugineux attirable à l'aimant. Les montagnes qui forment cette vallée sont en grande partie de première origine : on en parcourt qui sont surmontées de couches calcaires & de belles marbrières : telle est la face de celles dont le territoire de Caïro est environné.

Acqui. Les eaux thermales si renommées de cette ville jaillissent à la droite de la Bormida : elles sont bouillantes & font des dépôts tufeux, & ocracés de nature hépatique & à base de sel commun : on y entretient un bâtiment spacieux pour la commodité des gens qui en veulent profiter. Au milieu de la ville à la gauche de la rivière il y a une source qu'on appelle la bouillante, elle est si chaude que l'on y cuit les œufs ; elle est de même nature & de même usage que les autres. On découvre dans ces montagnes qui sont

les réservoirs de ces sources quantité de bois pétrifié curieusement tacheté.

Vallée d'Orba

Le torrent de cette vallée charie aussi de l'or en paillettes & en grains que les paysans ont coutume de séparer du sable par les lavages: on trouve parmi ces grains d'or bien des parties de fer: c'est tout ce qu'on y a découvert jusqu'à présent.

Vallée de Scrivia

On n'y connoît aucune minière métallique: on n'y a observé jusqu'à présent que des indices de soufre natif: ces indices sont fréquens dans toute cette suite de collines qui règnent dans le Tortonnois au-dessus de la Scrivia, & dans la vallée de Staffora. Ce minéral se trouve en couches dans des marnes azurées, & enchassé dans des couches calcaires grises.

Costa. En 1750 on apperçut des indications de soufre vierge dans le district de Costa: on en creusa une ample couche que l'on trouva argileuse, d'où on le retiroit en gros & en petits rognons: on y fit une grande galerie revêtue de brique pour l'écoulement des eaux: on y établit une manufacture pour l'affinage, & on parvint ainsi à obtenir du soufre très-pur.

Godiasque: On a aussi découvert ce même minéral dans le territoire de Godiasque, d'où on le tire en grande quantité, pour le fournir aux moulins à poudre de cette Capitale.

Vallée de Staffora

Le torrent de ce nom qui tire son origine des hauteurs du Génois, coule dans le Tortonnois derrière Viguisol & passe à Pont-Curron: on trouve sur ses bords des jaspes, des calcédoines & des agates d'un certain prix. En général les collines de la Province de Tortonne offrent de fréquens in-

dices de soufre, de charbon fossile, d'ardoises alumineuses & de corps marins pétrifiés. On a au voisinage de Tortonne dans l'endroit de Sarzi un puits d'eau saumâtre, assez riche pour mériter toute l'attention: il n'y manque pas non plus d'eaux médicales acidules très-salutaires.

COMTÉ DE NICE

Vallée de la Roja

Tende. Au vallon de l'Enfer dans la montagne de Valloria on a rouvert des mines de plomb luisantes à petits grains qui avoient été exploitées avec le feu par les Anciens, & qu'on cultive actuellement; je les ai visitées attentivement, & en fouillant dans les rebuts je me suis procuré bien des morceaux de minéral semblables à ceux que j'avois pu détacher du fort du filon: ces morceaux ont donné à l'essai 2 onc. en argent aurifere & environ 60 liv. de plomb par quintal. De ce côté-là les montagnes attigües à celles des lacs des Merveilles, de la Scala, d'Entragues, de la Gourdolasque, aussi-bien que celles qui tiennent au Col de N. D. des Fenêtres, sont toutes de qualité originaire c'est-à-dire *sarisseuse*, talqueuse, graniteuse & quartzeuse; elles abondent par conséquent en fins minérais.

Vallée de la Tinea

St. Sauveur. On y a découvert des indices de mine de cuivre vitreuse rouge, des crysocolles & de l'azur; selon toutes les apparences le filon doit être riche: c'est tout ce qu'on en peut dire d'après l'observation. Ce Comté a une grande étendue de montagnes de qualité primitive, c'est-à-dire propre aux minières: telle est la nature de celles qui forment

les vallées du Var, de la Tinée, de la Vesubia, de la Bevera & de la Roja; mais on y a fait trop peu de recherches pour avoir une connoissance des fossiles que la nature y a formés. Ce Comté renferme de riches marbrières vers le rivage de la mer.

DUCHÉ DE SAVOIE

Maurienne

Bonneval. Dans la montagne nommée la Duis au creux des Allemands il y a une *mine de fer spatheuse bruno-livide* donnant sur le fin 3 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent & un régule de cuivre de 6 à 8 liv. On a dans la même montagne une petite veine de spath ferrugineux.

A l'endroit qu'on nomme Leinta il y a *dans un filon vierge de la pyrite cuivreuse* qui rend 4 liv. de cuivre p. $\frac{0}{0}$.

Au Piémontet. *Veine de mica* produisant 38 liv. de fer p. $\frac{0}{0}$

Bessans. Au Chapeau blanc. *Mine pyritique cuivreuse* rapportant 3 liv. de cuivre p. $\frac{0}{0}$

Lans de Villard au-dessus & vis-à-vis de la Paroisse. *Filon de mine de plomb luisante* qui donne en fin $\frac{5}{8}$ d'onc. p. $\frac{0}{0}$, & 60. liv. de plomb aigre.

Mont-Cenis près du lac. *Pyrite cuivreuse ocracée dans une gangue fissile* de 20 liv. de cuivre p. $\frac{0}{0}$

Termignon au Pelvo. *Mine d'argent livide dans le spath*, qui rend 1 marc 3 onc. $\frac{7}{8}$ p. $\frac{0}{0}$

Mine de plomb luisante à grains fins dans une pierre fissile. Dépurée elle a produit 3 onc. $\frac{1}{2}$ de fin & 41 liv. de plomb par quintal.

Mine d'argent livide dans le spath donnant 9 onc. $\frac{3}{8}$ d'argent & 22 liv. de cuivre p. $\frac{0}{0}$

Mine d'argent livide dans une matrice sarisseuse & spatheuse donnant 23 onc. de fin p. % & un régule de 54 liv. de plomb.

A la montagne de Cléa. *Spath texulaire de fer de bonne qualité.*

Modane à la fosse des Sarrasins. *Mine de plomb luisante compacte à grains minces dans le quartz* de la fosse aux Sarrasins. Elle a donné en fin 1 onc. $\frac{6}{8}$ & même $\frac{7}{8}$, & 55 à 62 liv. de plomb sur un quintal.

Pseudo-galène de la même fosse contenant $\frac{6}{8}$ d'onc. d'argent, 35 liv. de plomb & du zinc.

Aux Herbiers au-dessus de Modane. *Mine de plomb luisante à grains minces*, qui a donné à l'essai 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent pur & 59 liv. de plomb p. %

Minérai de Replane. Dépuré il a rapporté 2 onc. $\frac{3}{8}$ de fin & 50 liv. de plomb p. %

Minérai de la Côte. Dépuré il a donné en fin $\frac{1}{8}$ d'onc. & 5 liv. de plomb p. %

St. Havré. *Mine de plomb luisante à grains minces mêlée avec de la pseudo-galène jaune dans une matrice de fluor de spath.* Dépurée elle a produit en fin 2 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent, & 60 liv. de plomb p. %

St. André. *Spath de fer spéculaire* excellent pour la fusion en acier.

St. Jean de Maurienne & Ste. Thècle. *Minérai luisant avec pseudo-galène de qualité réfractaire.* Il a rendu en fin $\frac{6}{8}$ d'onc. p. % & environ 30 liv. de plomb: le filon est quartzeux & incorporé dans la pierre, & difficile à exploiter à cause de sa grande dureté.

Au pied de la montagne vis-à-vis de cet endroit on remarque la source d'eaux thermales qui sont sans goût décidé. L'aspect brulé sous lequel se présentent les montagnes contigües à la Vanoise, donnent lieu à conjecturer qu'il y a eu anciennement des volcans: leurs cimes en forme de cratères confirment cette conjecture: on sait d'ailleurs que le sol de l'Arc depuis St. André jusqu'à St. Jean est rempli de basaltes & de pierres ponces.

La Chambre. *Mine de plomb & de pseudo-galène dans une matrice quartzeuse* à N. D. de Cuines: elle a donné $\frac{2}{8}$ d'onc. d'argent pur & 53 liv. de plomb assez doux par quintal.

Argentine. Minière de Ste. Gertrude à Mont-Chabert. ***Luisant** de plomb à petites écailles accompagné de quartz*: il a résulté de l'essai 1 onc. d'argent & 55 liv. de plomb p. $\frac{0}{0}$

St. Pierre. *Petit filon accompagné de quartz* d'1 onc. & $\frac{6}{8}$ d'argent & de 59 liv. de plomb. Il y avoit autrefois près de cette minière quelques fours de réverbère construits par la Compagnie Angloise qui y travailloit.

Mine de St. George de Hurtières. Cette mine est de *cuivre pyriteux & de fer spatheux à petites écailles*: les filons cuivreux vont en serpentant dans ceux de fer: ils ont été attaqués en différens endroits, savoir à St. Maurice, à St. Joseph, à St. Jacques du Puits & à St. Laurent. Le minéral cuivreux provenant des simples décharges a produit 6 liv. p. $\frac{0}{0}$ de cuivre en rosette, & l'autre depuis 11 jusqu'à 36 liv. de cuivre d'excellente qualité, qu'on fond aux fabriques de Château-neuf. Le minéral de fer est fondu en partie dans un haut four de fonte entretenu au même endroit, & l'autre partie nourrit les fonderies & les forges des Chartreux de St. Hugon & d'Aillon,

& toutes celles de la Savoie propre: le fer qu'on en retire est de la meilleure qualité. Cette minière si elle étoit mieux cultivée, seroit d'un grand rapport, car les seules décharges des fragmens donneroient de grands produits: elle mérite par conséquent l'attention du Gouvernement.

SAVOIE PROPRE

La Rochette aux Huilles. *Mine ancienne de plomb luisante à grosses écailles antimoniale* produisant 1 onc. $\frac{6}{8}$ d'argent, & 59 liv. de plomb p. $\frac{0}{0}$

Puits au-dessus de Mal-rocher. *Mine de plomb luisante à petits grains avec de la pseudo-galène*: cette mine broyée & lavée a donné 1 onc. d'argent & 28 liv. de plomb. On y a rencontré de la mine d'argent blanche riche de 30 onc. par quintal.

Vieux Mal-rocher. *Pyrite cuivreuse dans le quartz & dans le spath de fer*: ce minéral étant pilé & dépuré par la lotion a donné 21 liv. en cuivre rosette.

Puits du vieux Mal-rocher. *Mine argentifère dans une matrice quartzeuse blanche*. Étant concentrée par le broyement & par la lotion elle a donné 29 onc. d'argent par quintal.

La Taillà à Mal-rocher. *Mine de pseudo-galène compacte jaune-claire* qu'on pourroit employer utilement au lieu de la pierre calaminaire.

La Taillà de Loulle à Mal-rocher. *Mine de plomb luisante pyriteuse & spongieuse*. Elle a donné après la lotion 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent, & 61 liv. de plomb.

St. Joseph près du Bourget aux Huilles. *Minéral du petit filon de cuivre pyriteux différemment coloré dans une matrice quartzeuse*. Il a produit 30 liv. de cuivre p. $\frac{0}{0}$

Minéral de plomb luisant à larges lames joint à la pyrite cuivreuse du même filon. Le luisant de plomb a rapporté 3 onc. ⅛ d'argent, & 59 liv. de plomb, & la qualité pyritique 13 liv. de cuivre.

Preille à la Rochette. *Minéral couleur livide ou vitréo-obscure* du rapport de 33 liv. p. ⁰⁄₀

Preille aux Huilles. *Minéral d'argent livide compacte* donnant 7 onc. d'argent & 22 liv. de cuivre p. ⁰⁄₀

Pyrite cuivreuse du même endroit rapportant 28 liv. de cuivre en rosette p. ⁰⁄₀

Mine d'argent compacte livide du même filon produisant 10 onc. d'argent p. ⁰⁄₀

Grande Lavanche de Preille. *Pyrite cuivreuse compacte parsemée de taches antimoniales dans le quartz.* Elle a donné un indice de fin, & 23 liv. de cuivre.

Bonvillard. *Mine d'argent blanche tachetée dans une matrice quartzeuse* d'un filon près du torrent. Concentrée elle a donné 1 onc. ⅛ d'argent par quintal.

Bagneu. *Mine de plomb luisante à petits grains avec de la pseudo-galène* de 5 den. d'argent & de 21 liv. de plomb p. ⁰⁄₀

Mollière à Bonvillard. *Luisant de plomb parsemé de pseudo-galène dans le quartz.* Concentré il a donné 1 onc. ⅞ d'argent jusqu'à 2 onc.

La Louatière. *Mine d'argent livide compacte* 3 onc. ²⁄₈ d'argent.

Chatelet. *Mine de plomb luisante à écailles* de 3 onc. ²⁄₈ d'argent & de 36 liv. de plomb.

Au Char des Comètes. *Mine luisante à petites écailles dans une matrice quartzeuse.* Concentrée elle a donné 1 onc. ²⁄₈ d'argent.

A la Ravine. *Mine d'argent livide dans le quartz*. Concentrée elle a donnée 10 onc. $\frac{2}{8}$ d'argent.

Au même endroit. *Luisant de plomb* de 2 onc. d'argent & 38 liv. p. $\frac{0}{0}$ de plomb.

Bonvilaret. *Luisant de plomb avec de l'ocre dans le quartz* de 1 onc. $\frac{3}{8}$ d'argent & de 50 liv. de plomb.

TARANTAISE

Mont-Valaisan sur Scées. *Mine d'argent livide tachetée*. Les morceaux concentrés ont donné 2 onc. d'argent & 7 liv. de cuivre.

Mine de plomb luisante. Étant concentrée elle a rapporté 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent & 42 liv. de plomb.

A St. Bon. *Mine de plomb luisante à grains minces* de 4 onc. $\frac{1}{8}$ d'argent & 55 liv. de plomb. p. $\frac{0}{0}$

Au Prés. *Mine de plomb pyriteuse*. Étant dépurée elle a donné $\frac{6}{8}$ d'onc. d'argent, & 29 liv. de plomb p. $\frac{0}{0}$

St. Maurice à N. D. de Pesey. *Mine de plomb compacte & avec de la mine d'argent blanche en petites lames* dans la fosse de Ste. Marie: elle a donné à l'essai plus de 10 onc. d'argent, & 64 liv. de plomb par quintal.

Luisant de plomb à petites écailles compacte ordinaire dans une matrice fissille & même quartzeuse mixte contenant depuis 2 $\frac{1}{2}$ jusqu'à 4 onc. d'argent, & 64 liv. de plomb.

C'est une des principales minières des Etats de S. M. soit par rapport à l'amplitude du filon, que à sa facile exploitation. Elle est cultivée par une Compagnie Savoyarde, & produit annuellement $\frac{2}{m}$ marcs d'argent, & depuis 30 jusqu'à $\frac{40}{m}$ rubs de plomb.

St. Maurice. *Indice de sel gemme* dans la montagne d'Arbonne qui est calcaire. Le minéral qu'on y découvre actuellement est une pierre de plâtre salée. On en a rencontré dans la même minière un indice de veine de charbon fossile.

Macault. *Mine de cuivre livide compacte avec de la crysocolle:* elle donne un indice d'argent & 24 liv. de cuivre.

Grenier à la Thuille. *Mine d'argent livide compacte tachetée d'azur* & contenant de la crysocolle avec de l'ocre. Elle a donné en fin $\frac{3}{8}$ d'onc. & 16 liv. en régule cuivreux.

Mine luisante tachetée: étant concentrée, elle a donné $\frac{2}{8}$ onc. d'argent & 23 liv. de plomb.

Aux Allues. *Mine de plomb luisante à petits grains* d'un filon qu'on exploite sur les hauteurs de Moutiers dans une matrice fissile. Elle a produit $\frac{3}{8}$ d'onc. d'argent & 60 liv. de plomb p. $\frac{0}{0}$

Doucy. *Mine de plomb luisante avec de la pyrite cuivreuse.* Après la lotion elle a produit 1 onc. d'argent, 50 liv. de plomb & 1 liv. de cuivre.

Mine d'argent livide pyriteuse. Elle a donné 1 onc. d'argent & 20 liv. de cuivre.

Autre mine de plomb luisante qui a donné $\frac{7}{8}$ d'onc. d'argent & 66 liv. de plomb après la lotion.

Au-dessus de St. Oyen. *Mine de plomb luisante* qui a donné 1 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent & 58 liv. de plomb.

Autre mine de plomb luisante de St. Oyen qui a donné 1 onc. d'argent & 77 liv. de plomb.

Ste. Barbe de Doucy. *Mine de couleur vitréo-obscure* de 3 onc. $\frac{1}{2}$ d'argent & de 22 liv. de cuivre.

Au Cellier. *Mine de plomb luisante* de la valeur de 1 onc. d'argent & 60 liv. de plomb.

Marcassites & pyrites de Doucy de la valeur d'$\frac{1}{8}$ d'onc. d'argent p. $\frac{o}{o}$.

Ces marcassites & ces pyrites sont souvent accompagnées de pyrite cuivreuse & de luisant de plomb dans des montagnes aurifères. On tire de différentes veines de ces montagnes des cristaux de roche, qui renferment de petites aiguilles qu'on croit être antimoniales.

St. Paul. *Mine de plomb luisante à grains minces* d'$\frac{1}{8}$ d'onc. d'argent & de 40 liv. de plomb.

Grand Mont de Beaufort. *Pyrite cuivreuse compacte accompagnée de quartz:* elle produit $\frac{2}{8}$ d'onc. d'argent p. $\frac{o}{o}$, & 11 liv. du cuivre. On tire de ces montagnes bien des cristaux de roche.

Haute Luce dans une des vallées de Beaufort. *Mine de plomb luisante à grains minces* d'1 onc. d'argent & de 60 liv. de plomb p. $\frac{o}{o}$

Moutiers. Les salines de Moutiers méritent d'avoir place dans cette Docimastique. C'est dans la vallée de Doron qu'on voit sortir d'un rocher de plâtre l'eau salée qui dépose dans son cours beaucoup de tuf & d'ocre. Ces eaux qui sont conduites à Conflans à 12 milles de Moutiers pour y être aussi graduées, n'ont de richesse qu'un degré p. $\frac{o}{o}$; mais la source en est abondante.

A Montagny au-dessus des salines de Moutiers on fouille une minière de charbon fossile de nature sulfureuse & peu bitumineuse. On doit regarder ce minéral comme une ardoise pyriteuse brulée: il exige une si grande quantité de bois pour être allumé qu'il est inutile pour les cuites de sel; il est même nuisible aux chaudières de fer à cause de l'acide vitriolique

qu'il contient, on ne peut l'employer utilement que pour la cuite de la pierre à chaux, & il ne seroit pas même propre à cet effet sans le secours du bois.

FAUCIGNY

St. Gervais. *Mine de plomb luisante tachetée*, concentrée avec la lotion, elle donne $\frac{1}{2}$ onc. d'argent & 40 liv. de plomb p. %.

Cerves. *Mine de cuivre vitreuse chargée de pseudo-galène* produisant 1 onc. d'argent & 18 liv. de cuivre p. %.

Autre petit filon adjacent de même nature de $\frac{3}{4}$ d'onc. d'argent & de 18 liv. de cuivre.

Chamonix. *Mine de plomb luisante compacte avec de la pseudo-galène*. Cette mine donne $\frac{5}{8}$ d'onc. d'argent & 18 liv. de plomb p. %.

C'est de ces montagnes qui sont en grande partie graniteuses, *sarisseuses* & quartzeuses, qu'on tire des cristaux de roche de différente grandeur & quantité de ceux qu'on appelle pseudo-topazes.

N. D. de la Gorge. *Mine de plomb luisante à grains minces avec du quartz dans une matrice scissile*, dont est constituée toute la montagne: elle rapporte $\frac{6}{8}$ d'onc. d'argent & 38 liv. de plomb.

On rencontre dans plusieurs endroits de cette montagne divers filons de la même minière de la valeur de $\frac{7}{8}$ d'onc. d'argent & de 42 jusqu'à 60 liv. de plomb. Cette minière a été cultivée par ordre de S. M.; mais on n'y a point fondu.

Samoëns. *Mine de plomb luisante à grains minces compacte*: elle a produit 2 onc. $\frac{6}{8}$ d'argent & 60 liv. de plomb pour %

Autre veine de la même mine mais plus stérile, de $\frac{1}{8}$ d'onc. d'argent & de 30 liv. de plomb p. $\frac{o}{o}$: l'endroit est à la montagne de Gez.

Puisque les filons métalliques qui sont en culture dans le Duché de Savoie, serpentent ordinairement dans la pierre scissile & sarisseuse, il n'est pas surprenant qu'ils ne donnent en général aucun signe d'or: mais quand on parcourt cette partie du Duché qui comprend les montagnes de Doucy, de Beaufort & de Chamonix on observe que la pierre dont elles sont constituées est presque partout graniteuse, quartzeuse, *& sarisseuse*, on a raison de présumer qu'elles contiennent des minéraux aurifères. L'Arve qui descend des hauteurs de Chamonix nous fournit une preuve de cette présomption, puisqu'on s'est assuré qu'il charie aussi de l'or, qu'on retire du sable au moyen des lavages.

Tel est le précis de ce que la Savoie a de plus curieux en fait de minéralogie & de docimastique. Je n'ai point fait mention des eaux thermales d'Aix, d'Amphion près de Thonon, de la fontaine de la merveille d'Hautecombe, ni de tant d'autres, parce que leur description auroit exigé plusieurs dissertations particulières qui ne peuvent avoir lieu dans cet essai: c'est pour cette même raison que je n'ai pas non plus indiqué les marbrières, les pétrifications, & les autres fossiles qui se trouvent dans ce Duché; mais je vois avec plaisir que quelques Membres de l'Académie s'en occupent si sérieusement, qu'on peut se promettre qu'ils ne laisseront rien à désirer là-dessus. Je ne suis pas moins charmé d'apprendre que tandis qu'on s'applique ici à découvrir tout ce qu'il y a d'important dans les États du Roi en terre ferme, Mr. le Capi-

taine Belly actuellement Directeur des minières de la Sardaigne, & Correspondant de notre Académie y apporte tous ses soins pour acquérir & répandre les plus grandes connoissances sur la minéralogie & sur la lythographie de ce Royaume, où les Cartaginois, les Romains, les Rois d'Aragon & ceux d'Espagne ont fait tant d'excavations. En attendant que ce Savant nous envoie la collection que nous désirons de tout ce qu'il y a de plus remarquable, on ne me saura pas mauvais gré que je finisse mon mémoire par une courte digression sur la richesse des minéraux métalliques qu'on a tirés des montagnes de cette île.

SARDAIGNE

Domos novas. *Luisant de plomb à larges lames changeantes dans une matrice de fluor de quartz & de spath:* ce minéral rapporte aux fonderies de Villacidro $\frac{7}{8}$ d'onc. d'argent & 64 à 70 liv. de plomb p. $\frac{0}{0}$ qu'on fait évaporer pour tirer parti de la litharge. *Luisant de plomb à grains minces mêlé avec de la pseudo-galène obscure:* il a donné à l'essai $\frac{4}{8}$ d'onc. d'argent & 83 liv. de plomb.

Luisant de plomb en lames combiné avec de la pseudo-galène obscure: son produit est de $\frac{5}{8}$ d'onc. d'argent & de 84 liv. de plomb p. $\frac{0}{0}$

Luisant de plomb à larges faces dans une matrice de fluor. Il s'appelle Galanza & sert pour le vernis des potiers.

Minières de Sarabus. *Pyrite cuivreuse réfractaire dans une matrice argileuse* rapportant 25 liv. p. $\frac{0}{0}$ de cuivre rosette: on y rencontre des pierres d'azur, du cuivre, des crysocolles dans des matrices spatheuses, & de l'ocre ferrugineuse.

Mine de cuivre vitreuse obscure accompagnée de malachites & de minéral hépatique. Elle a donné en argent $\frac{1}{2}$ d'onc. & 18 liv. de cuivre noir p. %

Autre mine de cuivre vitreuse obscure qui a donné 1 onc. d'argent & 48 liv. de plomb.

On a apporté à Ogliastra un morceau de mine de merde d'oie verdâtre, malléable, dont on n'a pu jusqu'à présent deviner l'origine : ce morceau a donné à l'éssai $\frac{3}{4}$ d'onc. par quintal d'argent très-fin.

Filon de plomb en lames accompagné de cristallisations d'argent corné blond. Ces cristaux cubiques ont donné à l'essai un produit considérable d'argent: le titre du luisant étoit au-dessus du médiocre. C'est à Mr. Belly qu'on doit cette découverte.

Dans le même département on a trouvé des minières abondantes en fer qu'on a entrepris d'exploiter: pour cet effet on y a établi un haut fourneau à l'Allemande.

Voilà le progrés qu'a fait en Sardaigne la Métallurgie jusqu'en 1768 sous la direction de Mr. le Capitaine Belly.

TABLE ALPHABÉTIQUE

DES LIEUX DÉSIGNÉS PAR LES NUMÉROS DE LA CARTE (Pl. VI.)

Les lettres indiquent les quarrés, & les numeros les lieux qui sont dans ces quarrés.

A

B

O

P

Q

R

S

T

U

V

INDEX

Pour l'intelligence des numeros marqués dans la carte minéralogique de M.r le Chev. de Robilant.

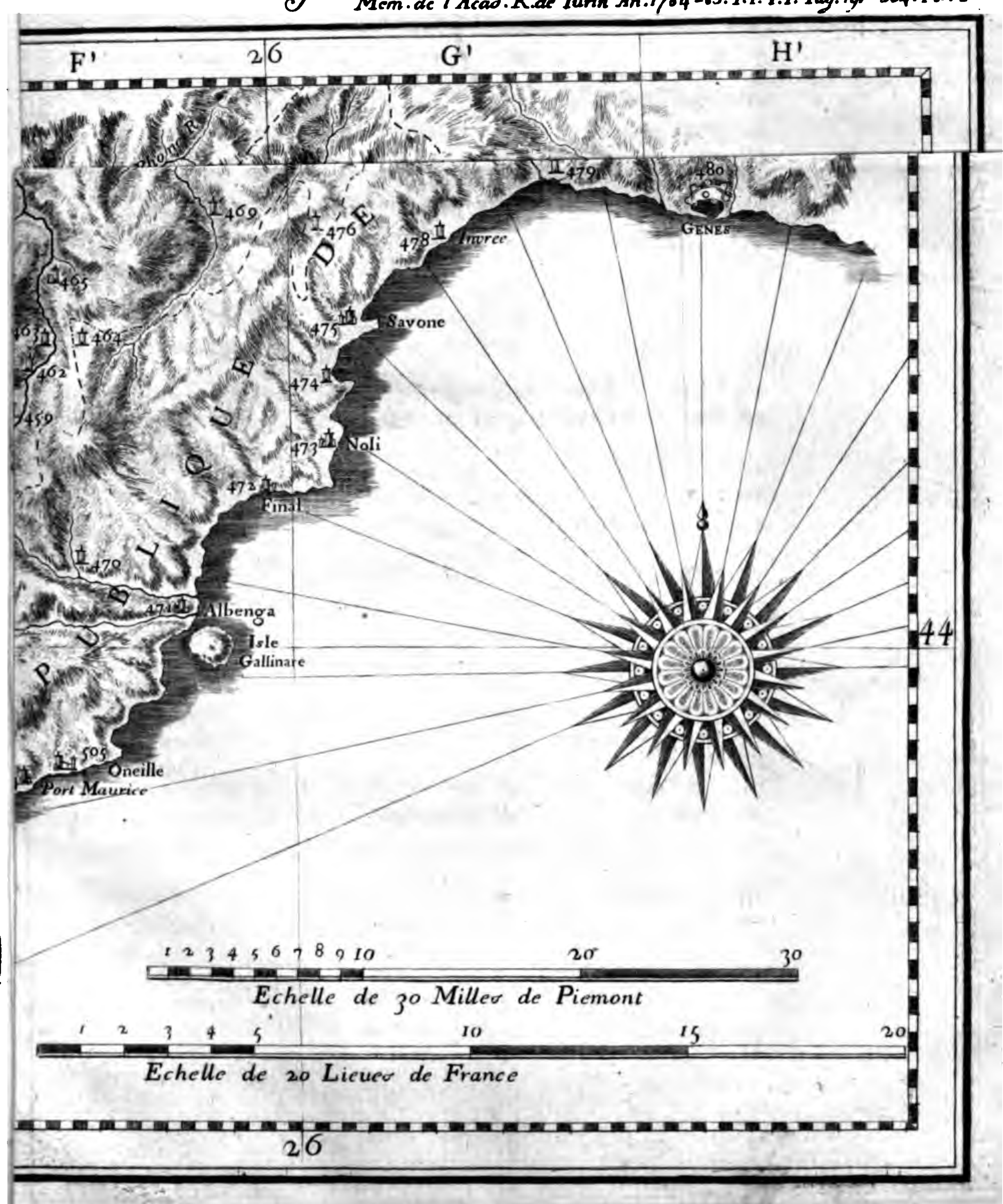
85 Tignes
86 Petit St. Bernard
87 Col d'Alexblanche
88 Mont-Blanc
89 Mine de N. D. de la Gorge
90 Chamonix
91 Mont-Malet
92 Entraive
93 Mine du Labyrinthe
94 Courmayeur
95 Pré St. Didier
96 La Thuille
97 Mont-Valaisan
98 Mont-Iseran
99 Mont-Cocagne
100 Mont-Soana
101 Cogne
102 Avise
103 St. Nicolas
104 Aoste
105 Le Grand St. Bernard
106 Olomon
107 Valpelline
108 Quart
109 Aymeville
110 Minière de Manganèse
111 Mine de St. Marcel
112 Mine de cuivre de Fenis
113 Mine de fer de Champ de Pras
114 Mine de cuivre de Champ de Pras
115 Ussei
116 Mine de fer d'Ussei
117 Fenis
118 St. Marcel
119 Nus
120 Mine de cuivre de Nus
121 Mine de cuivre d'Anthey
122 Glaciers de Mont-Porcheur
123 Pic de Servin
124 Mine de cuivre d'Ayas
125 Ayas
126 Brusson
127 Montagne d'Arba
128 Chatillon
129 Emarèze
130 Quinsaud
131 Challand
132 Verrez
133 Mont-Jouet
134 Champ de Pras
135 Issogne
136 Arnaz
137 Bard
138 Champourcher
139 Brozzo
140 Quazzolo
141 Carême
142 Andrate
143 N. D. d'Oropa
144 Gressoney
145 Mont-Rose
146 Macugnaga
147 Mont St. Charles
148 St. Charles
149 Vogogne
150 Indices d'argent & de plomb sous Vogogne
151 Minière de Laidaron
152 Rimella
153 Fobel
154 Carcofaro
155 Alagne
156 Campertogne
157 Rassa
158 Scopel
159 Minière de Valmala
160 Varal
161 Minière de Valbella
162 Locarno, dans la vallée de Sesia
163 Valdugia
164 Borgo-Sesia
165 Agnona
166 Postua
167 Crevecoeur
168 Cogiola
169 Minière d'or de l'Argentière de Sessera
170 Mont-Marzo
171 Campiglia
172 Real de Mos
173 Saillan
174 Andorno
175 Mont-Grand
176 Bielle
177 Gaglianico
178 Candel
179 Ronc
180 Masseran
181 Sostegno
182 Gattinare
183 Romagnan
184 Borgomanero
185 Gozzano
186 Orta
187 Omegna
188 Ornavasc

294 Fontaine de Soufre de St. Genis
295 Chivas
296 Crescentin
297 Massè
288 Visca
299 Vivrone
300 Cerione
301 Saluzzola
302 Trin
303 Montcalvo
304 Casal
305 Verceil
306 Novare
307 Buffalora
308 Vigevano
309 Mortara
310 Lumel
311 Valence
312 Alexandrie
313 Tortonne
314 Voguère
315 Pavie
316 Trumel
317 Garlasc
318 Abbiagrasso
319 Milan
320 La Mure
321 Corps
322 Lesdiguières
323 Malmont
324 St. Bonet
325 Mont-Maur
326 Gap
327 Chorge
328 Embrun
329 Mont-Dauphin
330 Argentière en Dauphiné
331 Quieras
332 Briançon
333 Frassonet
334 Mont-Genèvre
335 Cezane
336 Mine de seguret ou duDauphinHumbert
337 Prales
338 Fenestrelle
339 St.Martin deLuzerne
340 Mirabouc
341 Bobbio de Luzerne
342 Angrogne
343 Crisolo
344 Paysanne
345 St. Peire
346 Château-Dauphin
347 Chianal
348 Mont-Viso
349 Col de Longuet
350 Col Maurin
351 Mine de fer de Blin
352 Blin
353 Aceil
354 Elva
355 Stroppo
356 Montagne de Bergamont
357 Busque
358 Venasque
359 Brosasc
360 Saluces
361 Revel
362 Cavour
463 Luzerne
364 Pinerol
365 Perouse
366 Cumiane
367 Carignan
368 Poirino
369 Carmagnole
370 Raconis
371 Sanfré
372 Savillan
373 Fossan
374 Querasc
375 Albe
376 Pralorme
377 Cisterne
378 Asti
379 Sources de sel marin
380 Cortemille
381 Sassello
382 Ponzone
383 Acqui
384 Nice de la Paille
385 Castellazzo
386 Novi
387 Gavi
388 Ovada
389 Voltaggio
390 Campo freddo
391 Campo moron
392 Torriglia
393 Costa
394 Godiasc
395 Serres
396 Upaix
397 Le Pouet
398 Ribiers
399 Sisteron
400 Clemensane
401 La Breole
402 Seyne
403 Barcelonette
404 Gleisoles
405 St. Paul
406 St.Dalmas le Sauvage

407 Entraunes
408 St. Etienne
409 Argentière de Sture
410 Berzès
411 Indices de mine de sel
412 Minière d' Aceil
413 Sambuco
414 Vinay
415 Castelmagne
416 Demont
417 Vaudier
418 Bains de Vaudier
419 Ste. Anne de Vinay
420 Montagne de Corborant
421 Isola de Nice
422 St. Sauveur
423 Col de N.D. des Fenêtres
424 N. D. des Fenêtres
425 St. Martin de Lantousque
426 Marie
427 Boglio
428 Lantousque
429 Lac des Merveilles
430 Mine de Valauria ou de Tende
431 Tende
432 Mont de Gourdolasque
433 Col de Cornio
434 Limon
435 Vernante
436 Mine des anciens Romains au dessous d'Entragues
439 Entragues
438 Robilant
439 Boves
440 Roccavillon
441 Andon
442 Majola
443 Gajola
444 Vignol
445 Monterosso
446 Dronero
447 Carail
448 Coni
449 La Chiusa
450 Mondovi
451 Col du Piz
452 Mont-Toraggio
453 Andagne
454 La Pieve
455 Orméa
456 Frabouse
457 Mine de Pampara
458 N. D. de Cursaille
459 Garès
460 Casotto
461 Pampara
462 Priolla
463 Bagnasc
464 Massimin
465 Cève
466 Mombasiglio
467 Caru
468 Menusiglio
469 Milesimo
470 Beguda d'Albenga
471 Albenga
472 Final
473 Noli
474 Port de Vade
475 Savone
476 Altare
477 Cairo
478 Invrea Genois
479 Utri
480 Gênes
481 Roussillon
482 Duranus
483 Roquette
484 Nice
485 Villefranche
486 Mont-Leuse
487 Monaco
488 Turbie
489 Menton
490 Ventimille
491 Olivetta
492 Sospel
493 Breglio
494 Saorgio
495 Pigna
496 Tour d'Abeil
497 Perinalde
498 Dolceacqua
499 Campo rosso
500 Bordiguera
501 St. Remo
502 St. George
503 St. Etienne
504 Port Maurice
505 Oneille

oi en Terre ferme

Mem. de l'Acad. R. de Turin An. 1784-85. T. I. P. I. Pag. 191-304. Pl. VI.



SUR LA ROSEE

ET SUR LES PRODUITS AÉRIFORMES QUE L'ON EN OBTIENT

PAR M.r LE COMTE MOROZZO

Ayant entrepris un travail sur différentes préparations chimiques au moyen de la rosée je me suis vu engagé à en faire une analyse exacte: comme elle m'a fourni des résultats nouveaux, j'ai cru qu'ils pourroient intéresser l'Académie.

Les Physiciens regardent la rosée comme produite par les émanations humides qui se dégagent de la terre & de la surface des eaux pendant la chaleur du jour, & qui concentrées par la fraîcheur de la nuit retombent sur la terre. On peut consulter Musschembroeck qui a traité cette matière avec toute la précision, & qui a fait à ce sujet un grand nombre d'expériences *. Comme il ne s'agit point ici de la rosée considerée par rapport à la météorologie, mais par rapport à la partie physico-chimique, je n'entrerai dans aucune discussion sur les causes qui la produisent, mais je me bornerai à rapporter les expériences que j'ai faites à cet égard.

La façon dont je recueillois la rosée le matin, est la suivante. Je me servois d'éponges & de draps que je passois sur

* On peut consulter aussi les expériences de Mr. Dufay & celles de Mr. Gersten dans les mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, & les ouvrages de Mr. Bonnet à l'article de l'usage des feuilles. On peut voir de même un ouvrage intéressant de Mr. Roj sur la rosée dans les mélanges de physique & de médecine (Paris 1771).

des prairies où l'herbe étoit fort haute, & je la faisois couler dans de grands flacons de verre; je m'en procurois ainsi une provision suffisante pour mes différentes expériences.

Un matras rempli de rosée qui portoit au col une vessie flasque, m'a donné, à une chaleur au-dessous de l'eau bouillante, de l'air qui étoit en grande partie de l'air fixe.

La teinture de tournesol mêlée avec la rosée est devenue rouge; l'eau de chaux a été précipitée en terre calcaire, ce qui prouve évidemment la présence de l'air fixe.

Les Chimistes anciens à qui la nouvelle science des gaz étoit inconnue, ont fait beaucoup de cas de la rosée, & les Alchimistes se sont flattés d'y trouver le menstrue universel: nous avons de ces derniers la préparation du safran de mars à la rosée.

Dans cette préparation l'air fixe contenu dans la rosée calcine le fer & lui donne la couleur rouge. Nous obtenons du fer une semblable préparation par l'eau gazifiée; au contraire l'eau seule ne cause aucune calcination, mais une simple division des parties du fer, comme dans l'éthiops martial, dont la poudre est noire & attirable à l'aimant.

La présence de l'air fixe étant reconnue, il me restoit à examiner si la rosée contenoit d'autres espèces d'air. A cet effet j'ai rempli de rosée une retorte à moitié, dont le col communiquoit à l'appareil pneumato-chimique, & au moyen du feu j'ai obtenu 1.° l'air de la capacité: 2.° de l'air fixe mêlé avec de l'air pur: & en dernier lieu de l'air fixe & de l'air phlogistiqué; ayant mêlé le second produit avec de l'eau de chaux, la terre calcaire s'est précipitée, & l'air est devenu aussi bon que celui de l'atmosphère: il conservoit la flamme,

et un animal y étant enfermé y a vécu autant que dans l'air commun.

Reconnoissant cette méthode trop incertaine pour vérifier avec exactitude les produits aériformes * j'en ai employé une autre.

J'ai rempli douze flacons de rosée que je tenois renversés au soleil dans des plats creux de fayance, & j'ai observé que la rosée donne beaucoup plus d'air que l'eau pure traitée de la même façon. Trois jours après j'ai obtenu une suffisante quantité de cet air pour les épreuves suivantes.

La teinture de tournesol a été colorée en rouge.

Ayant secoué cet air avec de l'eau de chaux, la terre calcaire s'est précipitée, & l'ayant éprouvé par l'introduction de la bougie, il s'est enflammé légérement, & a fait une petite détonation; mais la bougie y a toujours brûlé avec une flamme plus vive que dans l'air commun **.

Voulant éprouver cet air sur la respiration animale, j'y ai enfermé un moineau qui y a vécu presque le double, que dans l'air commun.

Ayant introduit une bougie dans le flacon après la mort de l'animal, elle est restée allumée, quoiqu'avec une flamme

* Spielmann & Corvinus ont observé que l'eau des puits traitée par le feu leur donnoit toujours de l'air fixe & de l'air phlogistiqué, tandis que la même eau exposée au soleil donnoit de l'air déphlogistiqué. (Deux mém sur les gaz. Expér. XVI. pag. 71)

** On peut consulter les tables, qui sont rapportées dans ma dissertation sur la respiration animale dans le gaz déphlogistiqué, où j'ai fait voir par l'expérience, qu'une petite portion d'air déphlogistiqué mêlée avec presque tous les airs infectés suffit pour maintenir la bougie allumée, & même avec une flamme tres-vive. (Voyez Journal de physique Août 1784)

moins vive que dans l'air commun, & l'air ne s'est point enflammé.

Ces expériences m'ont fait voir que la rosée contient de l'air fixe, de l'air déphlogistiqué & une petite portion d'air inflammable.

Quant à l'air fixe il est tout naturel de le trouver dans la rosée: différens corps en fournissent continuellement à l'atmosphère, & la grande affinité qu'il a avec les parties aqueuses, fait qu'elles s'en saisissent avec avidité & l'entraînent avec elles.

L'air déphlogistiqué s'échappe de toutes les eaux que l'on expose au soleil, & il est plus abondant si les eaux contiennent de l'air fixe, comme je l'ai vérifié moi-même d'après les ingénieuses expériences de Mr. Sennebier *.

Il me restoit à examiner d'où provenoit cette petite portion d'air inflammable. Sur le doute qu'il fût produit par la fermentation de la poussière des étamines, par celle de quelques graines de végétaux, ou par celle de quelques œufs d'insectes**, ou de quelque autre corps étranger recueilli avec la rosée, j'en ai fait une nouvelle provision, dont j'ai rempli 24 flacons, 12 de rosée naturelle, & les 12 autres de celle que j'avois passée avec soin par le papier à filtrer; je les ai exposés au soleil étant renversés dans des coupes de fayance, & je n'y ai pas touché de long-tems.

La rosée, de quelque façon qu'elle soit recueillie, est toujours trouble, sa couleur est jaune tirant sur le vert. La rosée fil-

* Recherches sur l'influence de la lumière solaire pour métamorphoser l'air fixe en air pur par la végetation.

** Quelques physiciens prétendent que la rosée contient plusieurs œufs d'insectes, & que ces œufs étant putrifiés au soleil éclosent, & que les insectes s'en développent. Voyez Diction. de Saverien.

trée avoit la même couleur, elle étoit cependant un peu moins opaque : sa couleur étoit comme celle du petit lait.

J'avois de même placé 7 à 8 autres flacons pour en examiner l'air produit en différens tems, & j'y ai trouvé dans les premiers jours de l'air fixe, quelque peu d'air inflammable & de l'air déphlogistiqué; la proportion de ces différentes espèces d'air varioit tous les jours. Pendant les premières heures ce n'étoit que de l'air fixe mêlé avec une petite portion d'air inflammable, qu'on reconnoissoit en le séparant de l'air fixe moyennant l'eau de chaux ; 7 à 8 heures après je commençois à trouver quelque peu d'air déphlogistiqué ; après le troisième jour je n'ai plus reconnu de l'air inflammable. L'air fixe après cinq à six jours étoit en si petite quantité, qu'il troubloit à peine l'eau de chaux, tandis que l'air déphlogistiqué augmentoit chaque jour, à proportion de la diminution de l'air fixe, qui étoit métamorphosé en air pur, & du développement qu'il s'en faisoit continuellement de la rosée même.

Les 24 flacons sont restés pendant 25 jours au soleil (c'est pendant le mois de septembre de cette année 1785, que j'ai fait cette expérience, le ciel a toujours été serein pendant ce tems-là). Dans les premiers jours la rosée filtrée a donné un peu moins d'air que l'autre, cependant quelque tems après les produits ont été égaux. Il s'est formé beaucoup de matière verte tant dans les flacons que dans les coupes que j'avois soin de conserver toujours remplies de la même qualité de rosée. La rosée filtrée, quoique moins colorée que l'autre dans les premiers jours, a pris ensuite une couleur plus verdâtre, l'on y voyoit même flotter des *magma* de matière ver-

dâtre qui tenoit d'une partie du flacon à l'autre, comme une toile d'araignée.

Ayant éprouvé les deux airs produits par les deux espèces de rosée, je les ai reconnus parfaitement égaux en bonté : c'étoit de l'air déphlogistiqué le plus pur que j'aye jamais éprouvé.

La bougie introduite dans cet air a allongé la flamme avec une vivacité éblouissante.

L'eau de chaux n'a pas fait la moindre précipitation, ce qui m'a prouvé que l'air fixe étoit entièrement décomposé & réduit en air très-pur. Je n'y ai plus reconnu la moindre partie d'air inflammable.

Cet air examiné avec l'eudiomètre en circonstances égales, & avec la même espèce d'air nitreux, a marqué quelques degrés de bonté de plus que l'air déphlogistiqué retiré du nitre ou du précipité rouge.

Cet air ne s'est point démenti lorsque j'ai voulu reconnoître sa bonté sur la respiration animale : un moineau y étant enfermé y a vécu cinq fois de plus que dans l'air commun, il y est mort comme les animaux enfermés dans le gaz déphlogistiqué retiré du nitre ou du précipité rouge, dont la respiration est très-lente & le mouvement presqu'insensible dans les dernières heures de leur vie.

Une bougie introduite après la mort de l'animal y a brûlé avec une vivacité surprenante.

Cette parfaite analogie avec ce que j'ai observé dans l'air déphlogistiqué retiré du nitre ou du précipité rouge, m'a déterminé à mettre tout de suite dans le même flacon un autre moineau qui a vécu plus de deux heures.

Voyant ces résultats tout-à-fait conformes à ceux que j'ai obtenus dans l'air déphlogistiqué retiré du nitre, j'ai cru inutile de mettre d'autres animaux dans le même flacon, étant très-sûr qu'ils s'y seroient trouvés dans le même état de vie. On peut consulter la dissertation sur la respiration animale dans le gaz déphlogistiqué que j'ai publiée dans le Journal de Physique (Août 1784).

Je n'ai pas lieu de croire que la petite portion d'air inflammable que j'ai trouvé dans la rosée soumise à l'expérience, ait été accidentelle : mais trouveroit-on de cet air dans toutes les autres rosées? C'est ce dont je doute, puisque Musschembroeck & plusieurs Physiciens pensent que la rosée est plus ou moins chargée de principes hétérogènes, selon les différens pays où elle est recueillie; Boerhaave dit même dans sa chimie, que dans les terreins où il y a des minéraux l'on en trouve des particules dans la rosée. Quant à la petite portion d'air inflammable que j'ai trouvé dans la rosée en faisant mes expériences à Novare, ne pourroit-on pas l'attribuer aux risières dont cette ville est environnée, puisqu'on sait que les risières fournissent continuellement de l'air inflammable à l'atmosphère? J'invite les physiciens à examiner si ce fait est général, ou bien s'il varie selon les différens pays.

L'air éminemment bon, ou l'air déphlogistiqué que l'on trouve dans la rosée, est une nouvelle preuve de ce que j'ai dit dans un mémoire que j'ai lu dans le mois d'avril dernier à l'Institut de Bologne *, savoir, que l'air pur que l'on obtient des végétaux exposé au soleil, n'est absolument dû qu'à l'eau

* Ce mémoire va s'imprimer dans le tome VII des mémoires de cette Académie.

qui y est contenue, puisque l'expérience m'a fait voir que les végétaux pris le matin, lorsqu'ils étoient couverts encore de rosée, amélioroient en très-peu de tems l'air vicié dans lequel ils étoient enfermés, & qu'au contraire les mêmes végétaux pris deux heures après midi pendant un jour très-sec & chaud, n'avoient plus cette faculté.

Nous avons donc lieu d'admirer dans la rosée un des précieux moyens dont la Divine Providence se sert pour conserver la salubrité à l'air atmosphérique, qui est journellement vicié par un si grand nombre de causes; la rosée en tombant du ciel se saisit de l'air vicié, & donne en échange, lorsque le soleil l'évapore, une grande quantité d'air excellent & pur.

EXPÉRIENCES EUDIOMÉTRIQUES

SUR L'AIR PUR

VICIÉ PAR LA RESPIRATION ANIMALE

PAR LE MÊME AUTEUR

J'ai eu l'honneur de vous lire, Messieurs, ces jours passés un petit mémoire sur les produits aériformes que l'on retire de la rosée, aujourd'hui j'ai celui de vous présenter quelques nouveaux faits que l'examen de ces expériences m'a fait découvrir.

Lorsque le Docteur Priestley fit la singulière découverte de l'air déphlogistiqué, on s'étonna que l'on fût parvenu à trouver ce fluide aériforme beaucoup supérieur en bonté à l'air, que nous respirons. Mes expériences sur la respiration animale dans ce fluide m'ont fait reconnoître une propriété plus surprenante encore; c'est qu'un animal vivoit plus long-tems dans cet air où un autre étoit déjà mort, que dans l'air commun; & que l'on ne parvenoit jamais à le vicier au point qu'un animal enfermé y mourût dans l'instant, comme il arrive dans l'air commun.

J'ai observé que cet air quoique vicié, à en juger par la durée de la vie des animaux, étoit encore éminemment bon pour alimenter la flamme.

J'ai reconnu de même qu'il suffisoit de mêler une très-petite portion de cet air avec presque tous les airs infectes

pour que la bougie y brûlât, quoiqu'elle ne fût pas suffisante pour les rendre respirables *.

Cet air a encore une autre propriété qui a lieu de surprendre; c'est que l'air déphlogistiqué où un animal est mort, mêlé avec l'air nitreux, marque dans l'eudiomètre quelques degrés de bonté de plus que le même air déphlogistiqué tout seul. C'est le 20 de septembre de cette année (1785) que j'ai fait cette découverte en retirant de l'air déphlogistiqué de la rosée; j'ai répété ensuite cette expérience avec l'air déphlogistiqué retiré du nitre & du précipité rouge, & j'en ai obtenu constamment les mêmes résultats.

Dans les différens travaux que j'ai faits sur les substances aériformes je ne me suis jamais servi de l'eudiomètre, parce que j'ai cru avec un grand nombre de physiciens que cet instrument étoit très-inexact pour juger des différens rapports, & qu'il étoit même fort souvent en défaut avec la vérité; je pense néanmoins que dans les expériences que je rapporterai, cet instrument sera à l'abri de tout reproche, puisque j'ai toujours opéré en pareilles circonstances.

L'eudiomètre dont je me suis servi est très-simple; c'est un tube de cristal d'un pouce de diamètre, divisé en parties égales à la mesure qui contient l'air à examiner; chaque partie ou mesure y est divisée en 100 parties égales sur une échelle mouvante qui glisse sur les parois du tube. L'air nitreux que j'ai employé a été retiré du fer, & c'est toujours avec le

---

* Voyez ma dissertation sur la respiration animale dans le gaz déphlogistiqué (Journal de Physique Août 1784).

même air nitreux, que j'ai fait les deux expériences pour juger des rapports.

J'ai mis dans l'eudiomètre une mesure de l'air à examiner, & une mesure d'air nitreux; lorsque je n'ai pas trouvé le mélange saturé, j'y ai joint encore une mesure d'air nitreux.

Le tableau ci-après renferme les résultats de plusieurs expériences, j'ai commencé par l'examen de l'air atmosphérique, pour servir de pierre de touche aux autres expériences.

TABLEAU DES EXPÉRIENCES FAITES AVEC L'EUDIOMÈTRE

Qualité de l'air soumis à l'expérience	Mesures	Mesures d'air nitreux	Total de ces mesures en centièmes	Absorption ou destruction	Parties qui restent
Air commun	1	1	200	70	130
		1	300	70	230
Air commun dans lequel est mort un moineau	1	1	200	15	185
		1	300	15	285
Air déphlogistiqué retiré de la rosée qui est restée quinze jours au soleil.	1	1	200	50	150
		1	30[illegible]	100	200
		1	400	155	245
		1	500	195	305
		1	600	230	370
		1	700	230	470
Le même air où un animal est mort	1	1	200	105	95
		1	300	185	115
		1	400	220	180
		1	500	230	270
		1	600	235	365
		1	700	235	465
Air déphlogistiqué retiré de la rosée après avoir été vingtcinq jours au soleil.	1	1	2[illegible]0	55	145
		1	300	120	180
		1	400	167	223
		1	500	230	270
		1	600	230	370
Le même air dans lequel un animal est mort	1	1	200	115	85
		1	300	215	85
		1	400	235	165
		1	500	240	260
		1	600	240	360
Air déphlogistiqué retiré du précipité rouge	1	1	200	115	85
			300	175	125
			400	180	220
Le même air où un animal est mort.	1	1	200	125	75
		1	300	130	170
		1	400	180	220
Air déphlogistiqué retiré du nitre crud	1	1	200	120	90
		1	300	215	85
		1	400	275	125
		1	500	275	225
Le même air dans lequel un animal est mort	1	1	200	135	65
		1	300	200	100
		1	400	200	200

Le tableau de ces expériences nous fait voir

1.° Que l'air commun dans lequel un animal est mort, devient vicié, & qu'il est beaucoup pire que l'air commun, tandis que l'on seroit obligé à conclure que l'air déphlogistiqué dans lequel un animal est mort, est beaucoup meilleur que ce même air tout pur; ce qui répugne à l'expérience; car, quoiqu'un second animal vive assez long-tems dans l'air déphlogistiqué dans lequel un animal est mort, il vit cependant considérablement moins que dans l'air déphlogistiqué pur.

2.° Que les absorptions ou la destruction des deux airs est très-grande dans la première mesure, mais qu'ensuite en y ajoutant de l'air nitreux après la quatrième ou la cinquième mesure, les résultats en sont assez uniformes.

3.° Que cette plus grande absorption qui se fait par le mélange de l'air nitreux avec l'air déphlogistiqué dans lequel un animal est mort, est constante dans toutes les espèces d'air déphlogistiqué; & cette absorption est toujours plus grande à proportion de la plus grande bonté de l'air. Selon la doctrine reçue sur l'eudiomètre ses effets dépendent de ce que l'air nitreux laisse l'excédent de son phlogistique (auquel il doit sa forme élastique) à l'air avec lequel il est mêlé, & par conséquent il perd sa forme aérienne, & se condense en liqueur, alors l'espace occupé par l'air nitreux s'évanouit. Dans le même tems l'air plus ou moins pur à cause de sa combinaison avec le phlogistique, enlevé à l'air nitreux, devient moins élastique & occupe par conséquent un moindre espace.

Sur ces principes l'on a cru que l'air étant d'autant plus avide de phlogistique qu'il est plus pur, doit produire dans l'eudiomètre une diminution de volume d'autant plus grande

en raison de sa pureté; mais les expériences rapportées ci-dessus ne peuvent nullement s'accorder avec cette hypothèse, je me réserve donc de revenir sur cet important sujet, lorsque j'aurai assez examiné & analysé avec la plus scrupuleuse attention ces expériences.

Quelle confiance peut-on avoir en l'eudiomètre après des expériences si décisives? Il y a quelques années que Mr. Wan-Troostwyk d'Amsterdam a découvert une manière de préparer un air déphlogistiqué où un animal vit neuf fois de plus que dans le meilleur air commun, & qui ne peut être absolument diminué par l'air nitreux *. Si on examinoit cet air après qu'un animal y a péri, peut-être y verroit-on se faire quelque diminution. J'invite ce célèbre Physicien à tenter cette importante expérience **.

Permettez moi, Messieurs, qu'avant de finir je vous fasse part de quelques observations que je viens de faire rélativement à la lumière des phosphores de Bologne dans les différens airs: ces expériences sont le sujet d'un mémoire qui va paroître dans les volumes de la Société Italienne, & ne sont pas étrangères au sujet que je viens de traiter.

Voici en résumé quelqu'une des principales observations.

---

* Mémoire de la Societé Philosophique de Roterdam vol. V.

** Nous savons que l'air déphlogistiqué retiré du sublimé corosif, quoique diminué par l'air nitreux comme l'air le plus pur, est très-meurtrier pour un animal. J'ai retiré moi-même du vitriol martial de l'air qui, par l'examen de la flamme & de l'eudiomètre, paroissoit excellent, mais dans lequel un animal est mort dans quelques secondes.

Le phosphore de Bologne enfermé dans un flacon rempli d'air déphlogistiqué paroît plus lumineux & plus enflammé que lorsqu'il est enfermé dans l'air commun.

Dans l'air fixe il s'éteint en très-peu de tems.

Dans l'air phlogistiqué il luit, mais moins bien que dans l'air commun.

Dans l'air inflammable il est au commencement presque autant lumineux que dans l'air commun, mais après que le phosphore y a demeuré 36 heures ou environ, sa lumière s'affoiblit, très-souvent il n'est plus inflammable; la flamme d'une bougie s'y maintient, & il devient toujours respirable.

Dans l'air nitreux il perd presqu'à l'instant la faculté de luire, & après avoir demeuré 24 heures, l'air nitreux ne devient plus rutilant par l'agrégation avec l'air commun.

Les morceaux de phosphore qui ont demeuré quelque tems dans l'air nitreux & dans l'air fixe, quoiqu'exposés à l'air libre, n'acquièrent plus la faculté d'être lumineux, & il faut les calciner de nouveau au milieu des charbons embrasés pendant deux heures pour la leur faire reprendre.

Un animal vit dans l'air déphlogistiqué où un de ces phosphores a demeuré pendant 48 heures, presqu'autant que dans l'air déphlogistiqué pur, mais la bougie introduite après la mort de l'animal s'y éteint, quoiqu'en en mettant un second dans le même flacon il y vive encore très-long-tems; après la mort du second animal, la bougie s'y éteint de même, mais un troisième y vit encore un tems considérable.

Un si grand nombre de faits qui paroissent fort contraires à la doctrine reçue, ne sauroient assez mettre

en garde les physiciens contre tout esprit de système. Je continue mes travaux sur cette branche, & si en analysant sans prévention ces expériences je suis assez heureux d'y découvrir la vérité, je m'empresserai, Messieurs, de vous en faire part.

MÉMOIRE

SUR LA DÉPURATION DE L'ACIDE PHOSPHORIQUE TIRÉ DES OS

CONTENANT DES EXPÉRIENCES PROPRES A FAIRE CONNOÎTRE LA NATURE ET LES PROPRIÉTÉS DE LA DERNIÈRE PORTION DE TERRE QUI LUI EST INHÉRENTE

PAR M.r LE DOCTEUR BONVOISIN

PREMIÈRE PARTIE

1. Depuis que le célèbre Mr. Gahn nous a appris que les os des animaux ne sont qu'un résultat de l'acide phosphorique & du gluten animal unis intimément à la terre calcaire & à quelques parcelles d'autres sels, les Chimistes ont à peu près suivi son procédé pour la séparation de l'acide phosphorique, & ils ont presque tous assuré que la dernière portion de terre qui lui est inhérente, c'est-à-dire, celle que l'on retire par évaporation, n'est que de la sélénite. Des autorités aussi respectables ne m'ayant laissé aucun doute sur la même opinion, je l'ai aisément embrassée, & je ne me suis plus occupé que des moyens d'obtenir l'acide phosphorique dans toute sa pureté.

2. Comme on peut se procurer à peu de fraix beaucoup d'os calcinés, j'ai pensé qu'il n'étoit pas essentiel de chercher à retirer tout l'acide qu'ils contiennent, mais qu'il valoit beaucoup mieux chercher à avoir cet acide plus dépouillé de la terre qu'il pouvoit encore retenir; m'écartant par conséquent en partie du sentiment des Auteurs qui conseillent presque tous d'employer autant

d'huile de vitriol, que l'on a de terre osseuse à décomposer, je me suis déterminé à en employer une moindre quantité, persuadé que l'acide vitriolique pouvant ainsi se combiner entièrement avec la terre, il n'en resteroit aucune portion dans l'acide phosphorique rendu libre, & que j'aurois épargné les longs & ennuyeux procédés pour séparer ces deux acides par voie d'évaporation, & peut-être même trouvé une moindre quantité de la prétendue sélénite dans les dernières concentrations; puisque la chaux vitriolée produite n'étant point alors surchargée d'acide, est, comme l'on sait, moins soluble dans l'eau.

3. Je n'ai donc mêlé que quatre livres d'huile de vitriol avec six d'os de veau calcinés à blanc & réduits en poudre, observant dans le reste le procédé prescrit; j'ai laissé le mélange quelque tems en digestion; j'ai ajouté ensuite la quantité nécessaire d'eau distillée, & après avoir filtré & édulcoré le résidu, j'ai soumis les liqueurs à l'évaporation & à la concentration convenable.

4. J'ai eu ainsi réellement la satisfaction de n'appercevoir pendant l'évaporation ni à l'odeur ni à l'œil * la moindre trace d'acide vitriolique ou sulphureux volatil, mais je n'ai rien gagné du côté du dépôt terreux.

5. Parvenu à un certain degré de concentration, l'acide a toujours donné un abondant précipité blanc, & malgré les filtrations & la réduction à l'état mielleux, & même encore à celui

* La solution du nitre barotique instillée dans l'acide a produit à la vérité quelque léger nuage de spath pesant, mais il étoit si foible qu'il n'arrivoit pas au quart de celui qui se produit pareillement dans les eaux communes des puits.

de siccité & de verre, il a toujours conservé un œil louche, indice certain du mélange terreux, puisque l'acide phosphorique qui en est entièrement dépouillé donne du verre très-transparent: l'évaporation & le filtre n'étant pas un moyen pour l'avoir dans toute sa pureté, j'ai résolu d'en chercher un autre.

6. Considérant que cet acide est très-fixe au feu, j'ai conclu que si l'on pouvoit trouver un réagent volatil qui précipitât les principes terreux, on auroit pu se débarasser ensuite de ce dernier en l'exposant à une chaleur violente.

7. L'alcali volatil aéré m'a paru très-propre à remplir cette idée; car d'après les loix reçues l'alcali volatil pur ne doit pas précipiter la terre calcaire; & au contraire par une double affinité l'alcali volatil-gazeux-méphitique la décompose entièrement.

8. La quantité surprenante de terre qui se déposoit continuellement pendant l'évaporation m'a fait naître le soupçon que ce n'étoit pas, de la sélénite, du moins entièrement, puisque celle-ci est très-peu soluble dans l'eau: d'après cette idée j'ai résolu d'éprouver l'alcali volatil caustique; quel a été mon étonnement en voyant que ce réactif qui ne troubloit en aucune manière l'eau de chaux, ni aucune des autres solutions crayeuses, occasionnoit néanmoins un abondant précipité, lorsqu'on l'instilloit dans la liqueur!

9. Ce phénomène peu attendu m'a engagé à faire des recherches sur la nature & les propriétés de ce précipité, à voir si ce seul moyen suffisoit pour faire déposer toute la terre, &, au cas que l'alcali volatil caustique ne fût pas suffisant, à chercher pourquoi ne la précipitoit-il pas entièrement.

10. J'exposerai le résultat de ces recherches après avoir donné la manière de dépurer tout-à-fait l'acide phosphorique des os.

PROCÉDÉ

POUR DÉPURER ENTIÈREMENT L'ACIDE PHOSPHORIQUE

11. J'ai instillé peu à peu de l'alcali volatil caustique sur 14 onces de cet acide concentré & qui étoit à l'eau distillée :: 1262 : 1000. Deux onces de ce réagent concentré ont suffi pour la précipitation de toute la terre qu'il peut déranger*:* ce dépôt bien édulcoré & séché pesoit 2 onces*;* son examen fera le sujet d'un article à part*:* je vais à présent entrer dans quelques détails sur la nature de la liqueur.

12. Colorée à peu près comme le vin blanc le plus clair, elle étoit d'une transparence parfaite*:* elle donnoit à l'aide de l'évaporation des cristaux de sel tout-à-fait blancs, uniformes, transparens & très-réguliers*:* dans les premières évaporations & cristallisations la liqueur restante conservoit toujours sa transparence, & l'on retiroit le sel tout-à-fait pur & exempt de mélange*;* mais poussant la concentration jusqu'à un certain point, c'est-à-dire, jusqu'à ce que l'eau-mère fût réduite à un peu moins de la moitié de son volume, elle continuoit bien encore à donner des cristaux de la même nature & de la même régularité*:* mais elle devenoit louche & laissoit précipiter un autre dépôt terreux qui se méloit avec le sel que l'on vouloit retirer.

13. Ce phénomène démontre clairement que l'alcali volatil caustique ne dérange pas tous les principes terreux qui sont unis à l'acide phosphorique.

14. Voyant que l'alcali volatil caustique n'occasionnoit plus de précipité dans les 14 onces d'acide, dont j'avois retiré, ainsi que je l'ai déjà dit, 2 onces de dépôt terreux, j'y ai instillé de l'alcali volatil aéré & j'ai obtenu un autre précipité très-abondant *, qui édulcoré & séché pesoit 1 once & 2 gros.

15. La liqueur ayant été filtrée & soumise de nouveau à l'évaporation donnoit des sels de la même nature & de la même figure que les premiers; poussée même presqu'à siccité elle continuoit toujours à donner le même produit salin sans la moindre apparence de terre.

16. L'alcali volatil aéré suffit donc pour précipiter & pour séparer toute la terre inhérente à l'acide que l'on retire des substances osseuses.

17. Les propriétés du sel que l'on obtient par l'addition de l'alcali volatil pur, ou aéré, ne sont pas différentes: il est très-blanc, très-soluble dans l'eau, très-transparent, d'un goût salin, & d'une forme constante & régulière: il se cristallise en prismes quadrangulaires terminés en pyramides de la même figure; exposé à l'air il ne tombe ni en déliquescence ni en efflorescence.

18. Poussé au feu ce sel entre facilement en fusion; il bouillonne pendant un certain tems, après quoi il se fige en un verre compacte, transparent & clair comme le cristal de roche.

* La même chose arrive, si l'on se sert de l'alcali fixe au lieu de l'alcali volatil aéré: mais comme il s'agit de la dépuration de l'acide, il vaut mieux, comme on le voit, employer le dernier, pour s'en débarasser quand on le veut, par le moyen du feu.

19. Ce verre est très-acide au goût: si on l'expose à l'air humide, ou si on y ajoute de l'eau, il se résout en liqueur, & si on lui redonne l'alcali volatil que le feu avoit chassé, il reproduit du sel tout-à-fait semblable au premier, que l'on peut réduire de nouveau en un verre phosphorique.

20. Deux propriétés particulières caractérisent ce verre, & le différencient de celui que l'on obtient par la méthode ordinaire: celui-là est clair & transparent; celui-ci est toujours opaque *; le premier peut toujours aller en déliquium & être réduit en liqueur **; le second, quand il est trop poussé au feu, quelquefois ne peut plus se résoudre & redevenir acide liquide.

21. Si l'on veut donc avoir de l'acide phosphorique beaucoup plus pur que celui que l'on obtient par la méthode ordinaire, l'on n'emploira, comme je l'ai déjà dit, que quatre parties d'huile de vitriol sur six de terre osseuse ***; on suivra ensuite le procédé prescrit pour extraire l'acide, & pour l'édul-

* Je parle de celui que l'on retire des os suivant la méthode ordinaire, & non pas de celui que l'on obtient par la combustion du phosphore, qui est également clair & transparent.

** Ceci n'est vrai que quand ce verre est poussé au feu dans un vaisseau dont il ne peut attirer aucun principe alcalin terreux ou salin: par exemple, on peut le fondre & le faire presque rougir dans une capsule d'argent, sans qu'il perde sa qualité de déliquescence; au contraire si on expose, dans un vaisseau de verre, cet acide à la même violence du feu, il se combine peu à peu avec ses principes alcalins, & devient insoluble en perdant entièrement son acidité, de plus l'acide du phosphore dans l'argent, peu de tems après qu'il est entré en fusion, cesse de bouillonner; au contraire dans le vaisseau de verre il continue toujours à bouillonner en l'attaquant & en s'y amalgamant, jusqu'à ce qu'enfin il se détruise.

*** Puisqu'il y a, selon la remarque de Mr. Pelletier, des os qui ont plus d'acide que d'autres, l'on devra, suivant les circonstances, changer cette proportion.

coration du résidu; on filtrera & on fera évaporer jusqu'à un certain point de concentration, c'est-à-dire, jusqu'à ce que la liqueur soit à peu près de gravité spécifique :: 1262 : 1000, & l'on se débarassera du mélange terreux en instillant jusqu'à saturation de l'alcali volatil aéré.

22. Je préfère l'alcali volatil en liqueur à celui qui est concret, parce qu'on peut distinguer plus aisément le point précis où il ne se précipite plus rien: la précipitation achevée, on filtre la liqueur, & l'on passe de l'eau distillée à plusieurs reprises pour dissoudre & emporter toute la partie saline. Ces liqueurs mêlées ensemble & évaporées dans des capsules de verre se réduisent en un sel ammoniacal phosphorique qui est très-pur & très-blanc; si on le pousse au feu, ce sel perd l'alcali volatil & se vitrifie; si on le laisse tomber en déliquescence, ou si l'on y ajoute de l'eau pure, il redevient acide phosphorique exempt de tout mélange; mêlé à du phlogistique dans l'état de siccité il donne aisément du très-beau phosphore.

23. Personne n'ignore, je ne dirai pas les travaux effrayants des chercheurs du grand-œuvre, mais les laborieuses recherches des chimistes pour extraire & purifier le sel fusible microcosmique ammoniacal de l'urine: l'on connoît assez à présent l'utilité de ce sel pour l'analyse des minérais au chalumeau: on l'a très-pur & avec beaucoup moins de peine par la méthode que j'indique.

24. Le prix excédent & les peines qu'occasionnoit la formation du phosphore; le tems qu'il falloit à son inflammation lente pour le réduire en acide convenablement

pur, comme s'en plaint Priestley lui-même *, étoient des entraves aux Chimistes & aux Physiciens, lorsqu'ils vouloient le soumettre à leurs recherches & à leurs expériences. La facilité d'obtenir cet acide du sel microcosmique artificiel, ôtera à l'avenir la plupart de ces obstacles qui retardoient l'avancement de la science; & dans les essais analytiques des pierres & des mines à la lampe, l'on sera plus à même de préférer au sel de l'urine le verre phosphorique conservé dans des flacons fermés, parce qu'il est souvent essentiel de voir s'il se produit ou non de boursouflure & d'expulsion de gaz; ce qu'on ne peut pas juger en employant ce sel ammoniacal, puisqu'il en produit toujours de lui-même par l'expansion & la perte de son alcali volatil.

---

* Expériences & observations sur différentes branches de la physique sect. XX. p. 158.

SECONDE PARTIE.

EXPÉRIENCES

FAITES AVEC LES PRÉCIPITÉS OBTENUS DE L'ACIDE PHOSPHORIQUE DES OS PAR L'ALCALI VOLATIL CAUSTIQUE ET PAR LES ALCALIS AÉRÉS

AVEC QUELQUES REMARQUES ESSENTIELLES SUR LES PROPRIÉTÉS DE L'ACIDE DU SUCRE

25. Puisque l'alcali volatil caustique dérangeoit une portion considérable de terre contenue dans l'acide phosphorique des os, après même que ce dernier avoit subi plusieurs dépurations par évaporations; tandis qu'il ne touchoit point à une autre portion de terre que l'on pouvoit pourtant précipiter avec les alcalis aérés; j'ai tout de suite cherché à connoître les propriétés & la nature de ces deux dépôts. Jugeant à propos de commencer par ce dernier, je ferai remarquer que j'ai d'abord vu que ce n'étoit que de la terre calcaire aérée; puisqu'il se dissolvoit avec effervescence dans les acides & faisoit le nitre déliquescent avec l'acide nitreux &c. Pour ne point abuser de la patience du Lecteur instruit, je ne détaillerai pas davantage tout ce que j'ai fait pour m'éclaircir sur ce point: mais je me flatte que l'on ne désapprouvera pas que j'expose les expériences les plus essentielles que j'ai tentées pour découvrir les propriétés & la nature du dépôt produit par l'addition de l'alcali volatil tout-à-fait caustique,

26. Avant de le faire il me paroît bien important de rappeler que les dissolutions de terre pesante instillées dans l'acide phosphorique n'occasionnoient presque point de précipité de spath pesant; preuve évidente que la terre qu'il

contenoit n'étoit pas de la sélénite. Une égale quantité d'eau commune de nos puits de Turin avec pareille dose de dissolution barotique donnoit un dépôt beaucoup plus sensible & plus abondant.

27. Un autre phénomène encore qui mérite d'être rapporté, est que j'ai observé que l'acide du sucre soit pur, soit neutralisé avec les alcalis * ne précipite pas toute la terre que l'acide des os contient: si l'on veut s'en convaincre que l'on instille peu à peu dans cet acide celui du sucre ou le tartre sucré jusqu'à ce qu'il ne se fasse plus de précipitation; que l'on passe la liqueur par filtre, & lorsque ce précipitant si vanté de la terre calcaire n'y occasionnera plus aucun trouble, qu'on y mêle de l'alcali volatil caustique, l'on aura encore un dépôt considérable **. Quelles sont donc les propriétés de ces dépots? Quelle est leur nature? L'expérience va nous en instruire.

28. Dans le tems que l'on uni l'alcali volatil caustique à l'acide des os ***, & que l'on obtient ainsi un abondant précipité, il s'excite de la chaleur & se fait un vide dans le vaisseau, puisqu'il s'absorbe tout de suite une grande quantité d'air atmosphérique.

29. Ce dépôt terreux (§. 25 vers la fin) bien édulcoré avec de l'eau distillée, & bien séché est très-blanc, très-léger, friable & absolument sans goût.

---

* Il faudroit voir si l'acide du sucre uni à l'alcali volatil ne précipite pas entièrement toute la terre.

** L'esprit volatil de corne de cerf ne produit aucun précipité, mais l'alcali volatil aéré & l'alcali fixe aéré ou caustique troublent aussi la liqueur.

*** Je parle toujours de l'acide des os concentré par évaporation, & de la gravité spécifique que j'ai notée plus haut.

30. Cette poudre blanche (29) ne se dissout pas du tout dans l'eau pure, ni dans les alcalis fixes ou volatils soit aérés ou caustiques.

31. Elle se dissout très-bien & en grande quantité, mais, absolument sans effervescence, dans les acides du vinaigre, du nitre & du sel marin.

32. L'acide vitriolique concentré l'attaque aussi; mais il s'en charge d'une bien moindre quantité que les autres acides.

33. Ce même acide (32) étendu avec de l'eau en dissout quelques portions de plus, mais jamais autant que les autres acides.

34. Toutes ces dissolutions faites dans les acides du vinaigre, du nitre, du sel marin, & dans l'acide vitriolique concentré ou affoibli, quoique saturées de la même poudre, conservent cependant un goût acide, & rougissent la teinture de tournesol, comme les autres couleurs bleues des végétaux.

35. En les traitant par évaporation afin de connoître quelle espèce de cristallisation elles peuvent produire, on n'obtient que des dépôts terreux blancs, sans aucune espèce de configuration cristalline, ni de magma mucilagineux: ce n'est qu'une terre déliée pulvérulente très-fine qui tombe au fond du vaisseau évaporatoire.

36. Un fait qui doit surprendre est que le dépôt résultant de l'évaporation ne se redissout plus avec l'addition, même du double & du triple d'eau pure, pour remplacer celle qui s'étoit dissipée dans l'opération.

37. Ce dépôt réduit à siccité n'est pas non plus déliquescent, mais il se redissout dans les acides.

38. Pendant l'évaporation il monte toujours une portion de l'acide; ce qui fait voir pourquoi, en redonnant de

l'eau, on ne peut pas redissoudre la terre qui se dépose. Il paroît même que l'acide vitriolique se rend ainsi plus volatil.

39. Toutes les dissolutions acides du dépôt, dont il est ici question, mêlées avec les solutions de mercure & de saturne nitreux, ont donné des précipités blancs.

40. Combinées avec l'alcali parfaitement phlogistiqué elles ne se sont point troublées.

41. Après avoir tenté de connoître par voie humide une partie des propriétés du dépôt de l'acide des os obtenu par le moyen de l'alcali volatil caustique, je me suis déterminé à le soumettre à l'action seule du feu. L'ayant mêlé 1.° avec le borax à parties égales à peu près: 2.° avec du charbon en poudre & enfin avec de l'alcali minéral calciné, je l'ai poussé pendant une heure & demie à un feu de forge très-violent, & qui fondoit dans une demi-heure la mine de fer de l'île d'Elbe. Le précipité tout seul a été pareillement soumis à la même épreuve: J'en ai eu les résultats suivants.

42. Cette poudre s'est seule affaissée au fond du creuset en un corps dur, pierreux, compacte, opaque & blanchâtre.

43. Mêlée avec le charbon elle a paru s'être incorporée à la superficie interne, latérale & inférieure du vaisseau en le colorant en noir: cependant presque tout le charbon est resté isolé & en poudre très-légère, sans avoir souffert aucune altération sensible.

44. Le mélange avec le borax a donné une masse aussi opaque, un peu moins blanchâtre & sans boursouflure; elle n'étoit qu'un peu transparente dans les endroits où elle avoit touché les parois du creuset.

45. Finalement la combinaison avec l'alcali minéral a pro-

duit un corps opaque, dur, boursouflé & qui avoit formé une espèce de boule sphéroïde irrégulière, laquelle étoit mobile dans l'intérieur du creuset.

46. Tous ces résultats obtenus à feu violent & réduits en poudre étoient insolubles dans l'eau.

47. Mais il est tems de chercher à connoître la nature de ce dépôt (29) qui nous a donné ces phénomènes remarquables.

48. J'en ai donc fait digérer une portion à un foible degré de chaleur dans de l'alcali fixe aéré. J'ai filtré ensuite, & bien édulcoré le résidu, que j'ai reconnu à toute épreuve n'être que de la terre calcaire.

49. J'ai instillé une suffisante quantité d'alcali volatil aéré sur une autre portion du même précipité de l'acide phosphorique des os obtenu par le moyen de l'alcali volatil caustique, & je l'ai laissée en digestion. La liqueur séparée par filtre & soumise à une évaporation convenable m'a donné du sel microcosmique.

50. La dernière portion de terre inhérente à l'acide phosphorique tirée des os par la méthode ordinaire, n'est donc point de la sélénite, comme le croient beaucoup d'Auteurs; c'est le phosphate calcaire.

51. La composition intime de ce sel & une bonne partie de ses propriétés, étant connues & dévoilées, nous conduiront naturellement à l'explication de beaucoup de phénomènes qui paroîtroient des paradoxes, ou qui sembleroient faire exception aux règles générales des affinités reçues, surtout pour ce qui regarde la terre calcaire.

52. Ce sel terreux acide étant, comme nous avons vu, insoluble dans l'eau, & se dissolvant dans tous les acides, y adhère néanmoins si foiblement que la plus légère chaleur par voie

humide, & les alcalis fixes ou volatils peuvent aisément l'en priver; dans ces cas il perd sa solubilité & reparoît sous forme terreuse. C'est ainsi que l'immortel Bergman dans les anomalies des affinités a fait observer dernièrement, par rapport à ce sel dissous, qu'on pouvoit être trompé en croyant de précipiter la terre calcaire avec l'addition de l'alcali volatil caustique qui ne doit pas y toucher *. Ce n'est point de la chaux seule que l'on précipite ainsi, c'est de la chaux phosphorée rendue insoluble par la saturation de l'acide excédent, qui la tenoit en dissolution.

53. L'on voit déjà pourquoi l'acide phosphorique tiré des os, que l'on ne sauroit entièrement dépurer suivant la méthode ordinaire, étant trop poussé au feu, s'endurcit tellement qu'il ne peut plus entrer en déliquium, ni se dissoudre dans l'eau. Le phosphate calcaire qu'il retient & qui le rend opaque, ayant la propriété (comme nous avons vu (42)) de s'endurcir au feu communique, dans ces circonstances, les mêmes propriétés à l'acide même avec lequel il est combiné, & parvient à le dénaturer & à le rendre moins propre à la formation du phosphore & aux autres usages. Ce qui n'arrive point à l'acide phosphorique obtenu par la combustion du phosphore, ni à celui que j'ai épuré avec l'alcali volatil.

54. Il est aussi aisé d'expliquer pourquoi l'acide du sucre ne peut pas précipiter toute la terre calcaire contenue dans l'acide du phosphore (27). Le mixte de cet acide & de craie étant soluble dans tous les acides (31, 32, 33) doit aussi l'être dans celui du sucre.

---

* Opuscula chimica tom. 3 pag. 326.

55. C'est encore par cette même propriété qu'on explique naturellement un autre phénomène, savoir, par quelle raison l'acide vitriolique ayant plus d'affinité avec la chaux que celui du phosphore, ne la dérobe point entièrement au dernier dans cet échange? Le phosphate crayeux est soluble en petite quantité dans l'acide du vitriol (32 33), ainsi la chaux dans cet état ne peut être chassée entièrement, & doit y rester dissoute en partie.

56. C'est donc avec raison que ce grand Génie que la chimie regrettera toujours, recommande d'explorer les affinités électives des composés salins, & de rechercher à en reconnoître les propriétés essentielles, puisque ce n'est que de ces connoissances que dépend l'explication de beaucoup de phénomènes. *Aperitur heic novus campus nondum aratus, & satis quidem difficilis, quum debiliores sint attractiones compositorum, & interdum vix observari possint, interea notabilia phaenomena ex illis nonnumquam unice sunt derivanda* *.

57. J'ai osé entrer un peu, comme l'on a vu, dans cette nouvelle carrière d'expériences, & quoiqu'en cherchant à découvrir les propriétés du mixte salin, formé par l'union de l'acide phosphorique & de la terre calcaire, j'aye très-peu ajouté aux connoissances que l'on avoit déjà sur ces matières, néanmoins son analogie m'ayant engagé à éprouver celles de la même terre combinée avec l'acide saccarin, m'a mené à des remarques sur les propriétés de ce dernier sel, que je crois de quelqu'importance.

58. Beaucoup d'Auteurs croient que l'acide saccarin est un

* Bergman opuscula tom. 3 pag. 326.

réagent très-sûr pour découvrir la terre calcaire dans toutes les solutions où elle se trouve: ce réagent, disent-ils, s'unit d'abord à cette terre, & la fait paroître en précipité insoluble. Bergman lui-même, à qui l'on doit la découverte de cet acide, le dit ouvertement dans la dissertation qu'il en a publiée * *Tanta nempe vi acidum nostrum calcem attrahit, ut eamdem omni alii eripiat, ideoque haec unio nec aliis acidis, nec alcalibus, nec terris hactenus notis, sed igne solo divelli potest;* & dernièrement à la table des affinités électives de ce même sel il dit: *in detegenda calce aquis quocumque modo soluta vel suspensa, nostrum acidum est eximium; minima enim ejusdem soluti gutta mox calcem praesentem arripit, cum illa pulverem album insolubilem formans qui fundum petit* **. Voyant que le phosphate calcaire se dissolvoit dans tous les acides, malgré ces témoignages respectables, j'ai résolu d'éprouver si la chaux sucrée n'auroit point cette même propriété: quelle a été ma surprise en voyant qu'elle la possédoit réellement, presqu'au même degré que l'autre!

59. En effet prenez de l'eau séléniteuse, ou de l'eau de chaux, ou bien une dissolution de terre crayeuse dans quelqu'acide que ce soit, pourvu qu'elle soit bien saturée; versez y de la dissolution d'acide saccarin, le mélange perdra sa transparence, & donnera un dépôt terreux blanc de chaux sucrée; remettez dans le mélange l'acide du vitriol, ou du sel, ou du nitre, peu à peu la liqueur recouvrera sa transparence, & le dépôt se redissoudra.

* Opuscula chimica tom. 1 *de acido saccari* pag. 262.

** Opusc. tom. 3 pag. 366.

60. Bien plus: ayez une dissolution quelconque de terre calcaire qui ne soit point neutralisée, mais où il y ait surabondance de ces acides; ajoutez y l'acide du sucre, vous n'obtiendrez point de précipité.

61. Il n'est donc pas toujours constant que l'acide du sucre en toutes occasions découvre absolument toute la terre crayeuse; au contraire les expériences que je viens de rapporter, démontrent, que lorsqu'il y a excès de ces acides dans la dissolution, il ne décèle aucunement la chaux.

62. A combien de méprises n'aura point donné lieu l'ignorance de ce fait dans l'analyse des eaux & des pierres? L'on sait qu'il y a des acides qui peuvent prédominer dans les eaux minérales, & surtout le vitriolique; l'on n'ignore point non plus qu'en traitant les eaux par évaporation on conseille de mettre sur les résidus de l'acide en surabondance pour pouvoir être assuré d'avoir dissous entièrement tout ce qu'on veut dissoudre; d'ailleurs il n'est pas toujours si aisé d'attraper & de ne pas excéder le point précis de saturation. Dans tous ces cas, si le chimiste se fondant sur des autorités d'ailleurs si respectables, s'est servi de l'acide du sucre pour démêler & évaluer la terre calcaire, il s'est trompé.

63. Faudra-t-il donc exclure l'acide du sucre & son usage si précieux, des analyses où il y a excès d'acide, & le réserver seulement pour les cas où la chaux est en parfaite saturation?

64. Je vais proposer avec une précaution très-simple & peu embarassante un moyen de rétablir ce précieux réagent dans toute l'étendue de la puissance que lui avoient donnée les grands Maîtres de l'art.

65. L'alcali volatil tout-à-fait caustique ne touche point à

la terre calcaire dissoute. Si l'on soupçonne qu'il y ait surabondance d'acide, l'on n'a qu'à ajouter de cet alcali autant qu'il en faut pour neutraliser le surplus, & toute la chaux sucrée reparoîtra incontinent & tombera en précipité dont on pourra apprécier, suivant les règles de l'art, la quantité de chaux que l'on cherchoit.

66. Il est bon d'ailleurs de remarquer que l'acide du sucre n'est pas toujours un réagent en défaut, quand la dissolution crayeuse est avec excès d'acide: ce précieux réagent n'est dans ce cas, à ce que je crois, que vis-à-vis de l'acide vitriolique, marin, ou nitreux, & vis-à-vis de celui du phosphore, comme l'on a vu; car ni l'esprit de vinaigre ou son acide radical, ni l'acide spathique, quoiqu'excédens avec la chaux, n'ont pu empêcher sa précipitation faite avec l'acide saccarin, & n'ont jamais pu redissoudre la craie sucrée.

67. L'on pourra encore, selon les circonstances, se servir d'autres moyens pour ôter la surabondance des acides qui empêche la déposition de la chaux par l'acide saccarin: l'addition de quelqu'autre terre peut conduire au même but, & être préférable dans certains cas qu'il est inutile de détailler.

68. Il ne me resteroit donc plus qu'à conclure, que l'on ne sauroit être trop attentif à vérifier si les propriétés générales & absolues que même de grands Maîtres ont attribuées à quelques réagens, sont vraies & constantes dans toutes les occasions; & qu'il ne faut pas toujours s'en rapporter à certaines expériences, quoiqu'elles paroissent d'abord décisives.

69. Mais cette même remarque m'ayant fait douter si l'acide phosphorique des os purifié par l'alcali volatil & semblable à plusieurs titres à celui que l'on retire par la com-

bustion du phosphore, en a réellement toutes les propriétés, & puisque quelques essais m'ont fait appercevoir des différences qui méritent d'être observées, j'ai cru à propos de revenir à cet acide, & de finir en rapportant des faits qui auroient mieux trouvé leur place à la fin de la première partie de ce mémoire.

70. Lorsqu'on soumet à l'évaporation un mélange d'esprit nitreux avec l'acide phosphorique épuré de la terre des os par l'alcali volatil, l'on obtient des vapeurs qui ne sont pas plus rutilantes que celles que l'on a par la même opération de l'acide du nitre tout seul.

71. Un mélange de cet acide des os (70) avec une dissolution de manganèse faite dans l'acide vitriolique, quoique conservée dans des vaisseaux ouverts pendant plusieurs jours, n'a point perdu sa couleur de grenat.

72. Cet acide nouvellement combiné avec l'alcali volatil qui l'avoit débarassé de sa terre, (70) se cristallise aisément par le moyen de l'évaporation, & prend toujours la figure des prismes quadrangulaires terminés en pyramides de même nature; ce qui arrive quelquefois des deux côtés.

73. Au contraire l'acide obtenu par la combustion lente du phosphore donne avec l'esprit de nitre des vapeurs plus rutilantes: mêlé à la dissolution de manganèse vitriolée, il lui dérobe dans moins de 12 heures sa couleur violette, & la rend claire comme l'eau: uni à l'alcali volatil il ne se cristallise point, ou assez difficilement, c'est-à-dire, il ne commence à prendre quelque figure qu'après une évaporation lente à l'air libre, affectant la configuration des cristaux d'alun.

74. Il paroît donc que ce dernier acide (73) retient

toujours une portion de phlogistique qui empêche sa cristallisation, quand il est neutralisé avec l'alcali volatil *; que ce n'est qu'en perdant cet élément du feu qu'il acquiert la propriété de prendre des figures régulières; & que, comme il ne le lache qu'en partie par le contact long & immédiat de l'air atmosphérique, ses cristaux tardifs ne sont pas néanmoins de la figure qui est propre à ce sel lorsqu'il est pur. Ce qui fait encore voir pourquoi les Auteurs n'ont point été d'accord jusqu'à présent sur la détermination de leur figure *. Il me paroît enfin d'être fondé à conclure que l'acide des os épuré par l'alcali volatil est plus pur que celui que l'on obtient en brûlant lentement le phosphore.

---

*Probablement le célèbre Bergman n'a essayé que l'acide de la combustion du phosphore, lorsqu'il a dit, *acidum phosphori solo saturatum alcali volatili in crystallos cogi nequit*. Opusc. vol. 2 de terra gemm. pag. 77.

* Bergman dit qu'il ne se réduit point en cristaux sans la concurrence d'un peu d'alcali minéral (loc. cit.) Mrs. Rouelle & Romé de Lisle soutiennent que sa cristallisation est en prismes tétraèdres, rhomboidaux, aplatis, tronqués &c. Margraf se contente de dire que ces cristaux sont oblongs terminés en pointes aigues: Mr. Lavoisier dit qu'ils ont du rapport avec les cristaux d'alun. Hellot ne dit qu'en passant qu'ils sont des pyramides: Pott soutient que sa figure varie selon les circonstances, & enfin Mr. De Fourcroy n'éclaircit pas de plus cette matière dans ses élemens de chimie, tom. 2 pag. 758.

DESCRIPTION MINERALOGIQUE

DES MONTAGNES DU CANAVOIS

PAR M.r LE CHEVALIER NAPION

La nature n'a pas été moins libérale envers nous dans la partie qui concerne les minéraux, dont l'usage est si étendu pour les commodités de la vie, que dans celle qui regarde les végétaux & les animaux. C'est ce qui n'échappa point autrefois aux lumières de la Nation Romaine qui étoit aussi belliqueuse que politique, & qui savoit si bien tirer parti de tout ce qui pouvoit contribuer à augmenter sa puissance; aussi envoyoit-elle chez nous une multitude d'esclaves pour tirer des entrailles de nos montagnes les trésors que la nature avoit refusés à celles de son pays.

Le Piémont entouré des plus hautes montagnes primitives de l'Europe, & coupé en différens endroits par les secondaires qui en dépendent, offre un champ très-vaste aux recherches des Physiciens naturalistes.

Mr. le chevalier de Robilant à qui l'on doit à juste titre le nom de restaurateur de l'art métallique dans nos contrées, en présentant à l'Académie une description générale des montagnes & des vallées des Etats du Roi, a déjà rendu compte d'une grande quantité de mines qu'on y a découvertes. Pour compléter cette branche très-essentielle de l'histoire naturelle du pays, il ne restoit qu'à faire connoître plus particulièrement chaque Province. C'est ce que j'ai tâché de faire touchant les montagnes du Canavois qui forment la partie la

plus septentrionale des Alpes Cottiennes dans le peu de tems que les circonstances m'ont permis de les parcourir *.

Pour exposer clairement les productions que j'ai observées, je commencerai par donner succintement l'idée des mines les plus renommées, qui se rencontrent à peu de distance de la ville d'Ivrée, & je passerai ensuite aux montagnes qui bordent les deux vallées plus considérables de cette Province.

Le chemin qui conduit de Turin à Ivrée, & qui dans la belle saison se fait commodément en un jour, n'offre qu'une plaine unie: l'on monte pourtant toujours insensiblement jusqu'à ce que l'on rencontre de petites élévations de gravier & de sable, formées sans doute par le débris des hautes montagnes primitives qui en sont voisines; de-là, l'on descend considérablement: pour arriver à la Ville, quoiqu'il n'y ait plus qu'une lieue & demie; ce qui fait qu'elle n'est guère plus élevée que Turin: en effet ayant examiné mon baromètre ** dans la grande salle de l'auberge du lion d'or, j'ai trouvé qu'elle n'est que de 56 toises plus élevée que la rue de Po de Turin.

Cette ville qui est située sur les bords de la Doire, à l'entrée de la vallée d'Aoste est bâtie sur une espèce de gra-

* A mon départ de Turin je comptois dresser une carte minéralogique, où l'on pût voir la nature des montagnes & la position des différentes productions minéralogiques: je croyois pour cela pouvoir me servir de la carte corographique du Piémont de Mr. Borgonio, mais il a fallu renoncer à mon projet, parce que j'ai reconnu pendant mon petit voyage dans cette carte beaucoup de positions fausses, & me suis même apperçu de bien d'omissions très-essentielles, de sorte qu'elle n'a pas même pu me servir pour l'indication des montagnes.

** Je me sers ordinairement du baromètre portatif du Père Beccaria, & du calcul de Mr. De Luc. Voy. *le Gradus Taur. art. IV. de stationum altitudinibus atque depressionibus*.

nit à petits grains. L'air y seroit très-malsain sans un vent périodique qui vient de la vallée, & qui dissipe les vapeurs humides produites par la quantité des petits lacs des environs. Le Père Beccaria, parlant dans son *Gradus Taurinensis* * des montagnes du Canavois, prétend que tous ces lacs ne sont que des cratères de volcans éteints: il assure même d'avoir trouvé des produits volcaniques sur le chemin près d'Ivrée. Il est pourtant aisé à un Naturaliste de reconnoître que ces lacs ont été formés par la disposition & par l'arrangement des montagnes qui ne laissent point une libre issue aux eaux qui en découlent: quant aux produits volcaniques qu'il a observés, ce ne sont probablement que des scories que les eaux y ont transportées des fourneaux qui existent depuis un tems immémorial dans la vallée d'Aoste & sur la montagne de Brozzo.

J'ai jugé à propos de rapporter ceci pour détromper non seulement les Naturalistes qui ne sont point dans le cas de visiter ces contrées, mais tous ceux encore qui liront les ouvrages d'ailleurs très-estimables du P. Beccaria, & ceux de Mr. De la Lande ** qui sur la foi du premier ne fait que répéter la même chose.

La montagne qui renferme les mines dont nous allons parler, est assez connue par le vitriol qu'on y fabrique depuis quelque tems, & encore plus par la grande quantité de fer qu'on en tire, & qui fait l'objet principal du commerce des Brozzois.

---

* Gradus Taur. art. V. *Montes ad Boream.*

** Voy. son ouvrage qui a pour titre *Voyage d'un François en Italie.*

Cette montagne qui s'élève brusquement de la plaine * se trouve 4 à 5 milles au N. d'Ivrée: elle est formée d'un schiste composé de quartz & de mica, c'est-à-dire, d'un vrai kneiss. Ce mica, qui est plus ou moins abondant selon les différens endroits, est tantôt plus tantôt moins terreux, de sorte qu'il arrive par gradation au schiste micacé & à la pierre de corne, qui est, selon moi, une espèce de schiste tenant un milieu entre le schiste micacé & l'argileux**. Les bancs ou couches de cette montagne semblent avoir généralement leur pente vers le sud: leur direction est pourtant altérée dans beaucoup d'endroits, & leur inclinaison est moins sensible vers le sommet de la montagne que vers le bas; quelques-unes d'entr'elles sont d'un grès très-dur que les habitans du pays appellent *quarei*, mot, dont la signification dans notre langue a quelque rapport avec celle du mot *trapp* des Suédois: il a aussi la propriété de se casser de la même façon; je n'oserois cependant pas le ranger absolument dans aucune des espèces du *saxum trapetium*, parce qu'il n'a pas le grain aussi fin, & que d'ailleurs je ne l'ai pas encore examiné chimiquement.

Toutes ces couches sont traversées en certains endroits

* Mr. Lehmann considère cette propriété comme un des signes caractéristiques des montagnes primitives. Voy. Traité de Physique d'hist. natur. & de min. sect. III. pag. 216.

** Bien des montagnards Piémontois couvrent leurs maisons de cette pierre de corne, ce qui a fait dire à Mr. Vallerius en parlant des ardoises des toits; *Alibi utuntur schisto friabili, alibi corneo fissili ut dicitur in locis pedemontanis fieri ad sua domicilia contegenda.* Voy. §. 71 de la dernière édition de son système de minéralogie, & le chapitre où il assigue les caractères de cette espèce de pierre, qui sont conformes à l'idée que je m'en suis faite.

par des filons de pierre calcaire, qui ne contiennent ni pétrifications ni empreintes d'aucune espèce; d'où il est évident qu'on doit mettre cette montagne au nombre des primitives.

Les minéraux qu'on y trouve, se présentent presque toujours en amas: il est vrai qu'on les rencontre aussi quelquefois en filons, mais ces filons sont alors très-irréguliers dans leur direction, & très-variés en puissance. Les minéraux qu'on trouve en plus grande abondance dans cette montagne, sont la mine de fer & la pyrite ferrugineuse: l'on pourroit même avancer sans exagération qu'ils en forment en divers lieux une partie considérable, & c'est pour cela que les eaux qui en découlent sont presque toutes plus ou moins vitrioliques. Ces pyrites sont cependant d'une efflorescence très-difficile, comme le sont généralement toutes les pyrites primitives; & elles sont tantôt plus tantôt moins ferrugineuses & souillées de cuivre & d'arsenic, au point de passer par des gradations insensibles jusqu'à l'état de pyrites cuivreuses ou arsenicales connues des Allemands sous le nom de *mispikel.*

La cristallisation de ces pyrites ferrugineuses est presque toujours décaèdre ou cubique; & on les trouve souvent dans des matrices quartzeuses, avec des druses de petits cristaux quartzeux, les uns transparens, les autres opaques, quelquefois groupés en étoiles.

Une chose qu'il faut particulièrement observer, est que toutes ces pyrites sont aurifères jusqu'à un certain point, de manière que l'argent qu'on obtient de l'affinage du plomb de ces mines, est plus ou moins aurifère, à proportion de la quantité des pyrites qui restent entremêlées au minéral de plomb; en effet les pyrites du filon près du canton nommé Capia dans

la paroisse de Valcluselle ont donné au moulin d'amalgamation 12 grains d'or par quintal: or je me suis convaincu par l'expérience * que les pyrites des vallées de Brozzo, & celles des vallées de Pont & d'Aoste sont presque toutes de même nature; donc l'on seroit fondé à croire que toutes les pyrites primitives contiennent de l'or, si l'on pouvoit faire une règle générale des conséquences qu'on tire d'un pays quoiqu'assez étendu. Il est toutefois à propos de faire ici quelqu'attention à la couche de terre aurifère qui se trouve dans la plaine près de ces mêmes montagnes. Ne pourroit-on pas croire que ce sont les eaux qui l'ont formée en y transportant des pyrites & d'autres minéraux qui règnent en abondance dans les montagnes voisines? Quoique ce soit là un point bien difficile à déterminer, il me paroît cependant que Mr. Roczian, dans sa lettre rapportée par le Chevalier de Born **, a un peu précipité son jugement, lorsqu'il a décidé qu'il étoit absolument impossible que cela fût. Voici comment j'en prouverai la possibilité. Il y a toute apparence que toutes ces montagnes, ayant été long-tems submergées, se seront décomposées en bonne partie à leur surface: pendant cette décomposition les parties terreuses plus légères auront été emportées par les

* Pour connoître les pyrites qui étoient aurifères, je ne me suis point servi de la méthode ordinaire, qui consiste à les faire dissoudre par l'eau forte, & à passer ensuite de l'eau régale sur le résidu, mais je les ai bien fait calciner: après quoi je les ai arrosées d'un peu d'esprit de nitre: & après avoir lavé le résidu ocreux je l'ai fait digérer avec de l'eau régale affoiblie, & c'est en y trempant une lame d'étain que je connoissois d'abord s'il y avoit de l'or. Avec cette méthode qui est peu couteuse j'ai reconnu dans ces environs dix qualités différentes de pyrites ferrugineuses qui donnent des indices d'or.

** Voyage minéral. lettre X.

courants ordinaires des eaux: mais les parties métalliques qui sont d'une gravité spécifique beaucoup plus considérable, seront restées dispersées toutes seules sur ces hauteurs, jusqu'à ce qu'un courant plus violent causé par quelque révolution particulière ou générale du globe ait eu la force de les entraîner aussi, & d'en former une couche particulière; c'est dans cette couche que l'or, quoique minéralisé & dissous dans les pyrites, peut avoir pris sa forme métallique par le moyen du vitriol qui se produit de leur efflorescence *.

J'espère que l'on me pardonnera cette petite digression, qui étoit trop à propos pour ne pas trouver place ici.

Je viens à présent aux mines de fer qui sont d'une telle abondance dans cette montagne, que l'on y rencontre presque à chaque pas des galeries pour leur exploitation. Les particuliers ont chacun leur endroit pour travailler, & ils l'ont même quelquefois dans des excavations dont l'entrée est commune; ce qui fait qu'en travaillant ainsi sans aucune règle, ils forment dans la montagne des vides immenses qui peuvent de jour en jour occasionner quelqu'écroulement, comme il est arrivé plus d'une fois.

* Cela ne peut être autrement, puisqu'on sait que le vitriol de mars précipite l'or de ses dissolutions dans l'état métallique; & je crois que c'est pour cette raison que j'ai vu dans la vallée de Sesia aux mines d'Alagne retirer de l'or des tas de pyrites aurifères qui étoient déjà passées au moulin. Ces pyrites étant exposées à l'air s'étoient à demi-vitriolisées; de sorte que les entrepreneurs en ont tiré un profit considérable. Ce fait qui est parfaitement d'accord avec la théorie, sert à prouver que l'or se trouve vraiment minéralisé en partie dans ces pyrites, & qu'on pourroit leur faire subir des opérations très-avantageuses, avant que de les traiter par l'amalgamation.

J'ai trouvé trois différentes espèces de mines de fer, c'est-à-dire, la mine de fer grise cristallisée, la mine de fer micacée appelée par les Allemands *eisenmann* ou *eisenglimmer*, & la mine de fer spathique qui est peu abondante & qui est souvent cristallisée sous forme lenticulaire, rhomboïdale & sous celle de stalactite, mais toujours adhérente aux autres minéraux de toutes espèces.

Les excavations de la mine de fer grise, que l'on appelle la mine de Traverselle, sont à l'ouest de la montagne: le minéral qu'on en retire en grande abondance, & qui donne un fer d'une assez bonne qualité, est fondu en gueuse dans de hauts fourneaux par des étrangers, à cause que les habitans du pays ne sont pas en état de fournir à une telle dépense.

Les Brozzois tirent parti de l'*eisenmann*, qu'ils traitent d'une façon à quelques égards particulière, de laquelle je crois à propos de donner une idée.

Chaque mineur laisse le minéral qui lui appartient, exposé à l'entrée de la mine pour le vendre, selon sa qualité, à ceux qui ont les moyens de le fondre. Dès que les acheteurs en ont une quantité suffisante, ils commencent par le faire griller dans des fours construits à la manière des fours à chaux; & après ce grillage qui fait prendre au minéral une couleur rouge comme celle de l'hématite, on le pile sur une grosse pierre avec un marteau que l'eau fait mouvoir, & on le lave ensuite dans des fosses où ils introduisent l'eau par un petit canal: on comprend aisément la nécessité de ce lavage, lorsqu'on fait attention que ce minéral est parsemé d'une quantité de petites pyrites, à peine visibles, qui ne perdant par le grillage qu'une portion de leur soufre produisent un vrai vi-

triol capable de régénérer du soufre dans la fonte: aussi c'est une opinion généralement reçue dans le pays, que le minéral qui a séjourné le plus long-tems dans les fosses, donne toujours un fer de meilleure qualité.

Le fourneau dont on se sert pour la fonte, n'est élevé que de 3 à 4 pieds au-dessus du sol de la fonderie, & c'est une espèce de cheminée qui s'élargit beaucoup vers le bas, & qui s'enfonce environ un pied dans la terre.

Cette partie inférieure du fourneau est pourvue d'un trou qui communique à un bassin carré que l'on y a creusé tout près dans le sol de la fonderie: l'on tient ce trou fermé avec de l'argile pendant la fonte, & on l'ouvre ensuite pour laisser couler le laitier dans le bassin, avant de retirer le fer.

On pratique dans une des murailles latérales une embrasure suffisante pour les soufflets, & l'on y place une tuyère de cuivre battu, à laquelle on donne une très-grande inclinaison, & qui s'avance environ jusqu'au tiers de la largeur du fourneau: comme la partie du fourneau qui se trouve hors de terre est ouverte & sans maçonnerie sur le devant, on y forme pendant la fonte une espèce de mur avec de la brasque humectée, que l'on arrange successivement sur une pierre forte placée entre le fourneau & le bassin de réception des scories.

Comme ces fourneaux sont tous faits grossièrement & sans règle en sorte qu'il n'y en a pas deux semblables, je crois inutile d'en donner le plan & les dimensions.

Pour les charger on commence à les chauffer avec du charbon, & l'on met alternativement & successivement deux pellées de minéral encore humide, & trois pellées de charbon. Par cette méthode la chaux de fer se revivifie, & s'aglutinant au-des-

sous de la tuyère, elle forme peu à peu une masse de fer presque pur: je suis pourtant très-persuadé que si l'on ajoutoit des fondans convenables à cette mine, on parviendroit à obtenir une gueuse de bonne qualité, d'où l'on tireroit un fer beaucoup meilleur, ainsi qu'on l'obtient des mines hématitiques de St. Joan-Georgenstadt * & en tant d'autres endroits où l'on traite des mines de fer hématitiques & réfractaires.

Avant de tirer la masse du fourneau (ce que l'on fait trois fois dans 24 heures) on fait couler le laitier, qui se trouve au fond, dans le bassin de réception dont nous avons parlé. De là après avoir ôté la brasque qui formoit le devant du fourneau, & mis ainsi à découvert la masse qui s'étoit formée sous la tuyère, deux des plus forts ouvriers l'en arrachent avec des ringards, pendant que d'autres jettent de l'eau & de la poussière de charbon sur le brasier, pour en amortir la trop grande chaleur qui nuiroit aux ouvriers.

Dès que la masse est hors du fourneau, deux autres ouvriers succédant aux premiers, la condensent à grands coups de marteau, & en font sortir une espèce de gueuse coulante, que l'on a soin de recueillir, & qui donne à l'affinage de très-bon fer **; comme il se forme un creux dans la masse du côté qui a été immédiatement exposé au vent de la soufflerie, l'on tâche dans cette dernière manœuvre de pratiquer un autre creux avec le marteau dans le côté opposé, pour se mettre ainsi en état de manier cette masse plus commodément avec des grandes tenailles, & de la soumettre au martinet. Le fer

* Jars voyage min.

** Ceci fait voir que si on réduisoit toute la mine en gueuse, elle donneroit un très-bon fer après l'affinage.

étant condensé, l'on coupe toute la masse en morceaux, que l'on forge aux mêmes fourneaux, & que l'on tire en barres de quatre à cinq *rubs* chacune.

Ce fer est cassant à chaud, comme le démontrent les gerçures que l'on voit à la surface de ces barres : il prend la rouille fort aisément, & contient beaucoup de terre de la nature de la plombagine; cependant, lorsque l'on y verse de l'acide nitreux, il présente les caractères de l'acier *. Cette méthode de fondre la mine de fer a quelque ressemblance aux fontes en stuc de différens pays, si l'on peut comparer des travaux faits en grand & en bonne règle à une simple routine tenue depuis long-tems par nos paysans Brozzois.

Mr. Jars fait très-bien observer que cette méthode est défectueuse en ce qu'elle exige beaucoup plus de charbon que la fonte & cette réflexion devroit avoir d'autant plus de force ici, qu'on y exécute la chose en petit & sans règle fixe : ce qui a causé & cause encore de grands dégats, & insensiblement la ruine entière des bois & des forêts des environs.

On pourroit remédier à ces inconvéniens si le Gouvernement vouloit se charger des fonderies & des bois de ce pays & des environs qui donnent des mines de fer en très-grande abondance; & en ce cas il pourroit s'engager à payer aux mineurs leurs minéraux selon la qualité, & à en faire exécuter les fontes en règle, comme on le fait en tant d'autres endroits.

Cette précaution économique seroit aussi très-nécessaire à bien d'autres parties du Piémont & de la Savoie, qui abondent aussi en de semblables mines, dont l'État ne tire qu'un très-

* Bergman *de analisi ferri*.

petit parti, à cause des manœuvres mal entendues de ceux qui les exploitent.

Revenant maintenant aux autres minéraux qu'on retire des excavations de la même montagne, je ferai remarquer que celui du plomb forme un objet important pour les intéressés dans ces mines. Le Marquis St. Martin de Parelle en tira autrefois des avantages considérables; mais on épuisa enfin ces rognons, & l'on n'en trouva plus aucun autre aussi riche: ainsi sans négliger cette exploitation, on tourna ses vues vers d'autres objets qui promettoient une utilité plus certaine.

La galène cristallisée cubique à grandes & à petites facettes est presque toujours souillée de zinc, comme on s'en apperçoit à l'odeur hépatique que les acides vitriolique & marin en développent, & à la cadmie qui s'attache pendant la fusion aux parois des fourneaux. Cette galène se trouve aussi, quoique rarement, cristallisée en forme octaèdre, & quelquefois parsemée de petits cristaux de spath de fer rhomboïdal.

Quant à la pyrite cuivreuse dont nous avons parlé ci-dessus, on tâche de la séparer du plomb, auquel elle est souvent mêlée, & après en avoir retiré une quantité suffisante on l'a fait fondre à part: cette pyrite cuivreuse est quelquefois beaucoup chargée d'antimoine & d'arsenic, & c'est alors qu'elle prend une couleur blanchâtre, & qu'elle se fond aisément au feu.

J'ai aussi trouvé, mais en petite quantité, du vert de montagne, de la mine de cuivre azurée & de la mine de cuivre soyeuse, attachées aux mêmes pyrites cuivreuses: ce qui prouve que c'est vraiment de la décomposition de ces dernières, que ces différentes espèces de mines tirent leur origine.

Nous avons observé qu'il y a trois sortes de démi-métaux qui entrent dans la composition des minéraux dont il a été fait mention, savoir, l'arsenic, l'antimoine & le zinc, qui ont encore ici chacun leur mine particulière.

Pour ce qui regarde l'arsenic, nous en avons déjà parlé lorsqu'il a été question des pyrites & particulièrement de la pyrite arsenicale ou mispikel, qui est considérée comme un minéral d'arsenic, qu'on trouve ici comme ailleurs presque toujours irrégulièrement cristallisé.

Dans l'excavation du filon de St. Pierre l'on a trouvé une espèce de mine d'antimoine grise cellulaire: outre une grande portion de fer, elle contient aussi du cuivre avec un peu de soufre & très-peu d'arsenic; ce qui fait qu'elle se réduit à sa superficie en une chaux antimoniale blanche qui tire sur le vert. On a rencontré aussi une sorte de mine d'antimoine peu commune dans l'excavation du filon de Ste. Félicité; c'est la mine d'antimoine en plumes de diverses couleurs, dans une matrice de mine de fer spathique.

L'on voit quelquefois la mine d'antimoine striée mêlée en petite quantité avec les pyrites; d'où il arrive qu'on apperçoit dans leurs fours de grillage un duvet blanc que j'ai pris d'abord pour de la laine philosophique, & que j'ai reconnu enfin n'être que des fleurs argentines d'antimoine. Je rapporterai même ailleurs quelques expériences pour prouver que l'antimoine non seulement se trouve mêlé mécaniquement aux pyrites, mais qu'il y est encore quelquefois intimément combiné.

Les mines de zinc se trouvent aussi le plus fréquemment dans l'excavation du filon de St. Pierre déjà nommé: elles

sont d'une telle quantité qu'on auroit peut-être pu en tirer quelque parti si l'on y avoit poursuivi les travaux.

On y rencontre entr'autres 1.° la blende du couleur de foie qui est la plus abondante & dont j'ai vu une quantité considérable près de l'entrée de l'excavation: 2.° la blende rougeâtre cristallisée en forme octaèdre un peu irrégulière, dont je n'ai pu voir qu'un échantillon: 3.° la blende grise bleuâtre d'apparence métallique: 4.° enfin la blende noire écailleuse.

Les deux premières espèces de blende analysées par la voie humide contiennent une quantité de fer plus grande que celle que le célèbre Chevalier Bergman a tirée de semblables mines de la Suede: les deux autres abondent en plomb.

Traitées avec les acides vitriolique & marin, elles donnent toutes de l'air puant le soufre; mais elles ne sont point phosphoriques: parmi les matières étrangères qu'elles contiennent on peut compter la manganèse que j'y ai découverte en très-petite quantité.

On m'a remis aussi un sel vitriolique blanc cristallisé en prismes rhomboïdaux, qui s'étoit formé à la surface d'un bois d'étançon, & que j'ai pris au premier abord pour du vitriol de zinc natif; mais considérant ensuite que la couperose se cristallise très-difficilement, tandis que ce sel a une cristallisation permanente, j'ai quelque soupçon que ce peut être l'*alotricum* de Mr. Scopoli *: ce sel se dissout aisément dans l'eau,

* Voici ce que dit cet Auteur à l'occasion de son alotricum. *Prismatica parimente e fornita di 4 o 5 piani ineguali è la figura del mio alotrico, e per tal ragione vuole il sig. Linneo, che sia un vitriolo di zinco, sebbene nulla in se contenga di questa terra metallica, e resista all'azione dell'atmosfera* (Scop. diz. art. Zinco tom. 10 pag. 384): il faut cependant avouer que les minéralogistes ne sont pas bien d'accord sur la figure & la composition de l'alotricum.

& cette dissolution donne avec la lessive prussienne saturée un précipité blanchâtre.

L'on sera peut-être surpris que je ne parle point ici de la fabrique de vitriol que l'on vient d'établir avec succès sur cette montagne. Cet établissement mériteroit bien notre attention, mais je me réserve d'en parler dans une dissertation particulière sur la fabrication & sur l'usage de ce sel métallique.

Pour continuer les recherches minéralogiques appartenantes au Canavois, il me falloit encore en visiter les autres montagnes plus considérables; je me transportai pour cela au village de Pont situé au confluent de deux gros torrens qui parcourent les vallées de Soana & de Locana. Pour raccourcir cependant mon chemin, au lieu de prendre la grande route, je traversai une bonne partie des montagnes de ce pays en profitant de cette occasion pour voir ce qu'il y avoit de plus remarquable. J'observai donc que toutes ces montagnes qui ont une grande étendue couverte de terre végétable, mais inculte à cause des bois qu'on y a dévastés, sont formées d'un schiste composé de quartz & de mica terreux. J'aurois souhaité de visiter aussi les hautes montagnes des environs pour en reconnoître la nature; mais le tems ne me le permettant pas je n'eus d'autre moyen que celui d'examiner les pierres qui s'en étoient détachées & qui avoient été entraînées par la rapidité des eaux; c'est ce que je fis en arrivant au torrent la Chiuselle qui vient de la petite vallée du même nom, où m'étant arrêté pour examiner la qualité des cailloux qui se rencontrent dans son lit, je reconnus qu'ils n'etoient la plupart que des granits de différentes espèces à gros & à petits grains, des schistes graniteux & des kneiss.

J'y ai pourtant trouvé encore du schorl vert aiguillé en masse, des pierres stéatiteuses verdâtres, mêlées de schorl & de mine de fer, des schistes micacés remplis de petits grenats, & beaucoup de pierres serpentines dures: mais ce que j'ai observé de plus intéressant dans ce chemin de traverse, est le jaspe rouge dont on voit des morceaux depuis la Chiuselle jusqu'à Vidré, qui est un petit village dont les maisons sont en partie bâties de ce jaspe. Je n'ai pu m'assurer exactement si cette pierre se trouve mêlée par filons ou par couches au kneiss stéatiteux dont ces montagnes sont formées; il me paroît cependant, à ce que j'ai pu découvrir, qu'elle est mêlée par couches avec les bancs de cette roche.

Ce jaspe s'y trouve de différentes nuances, en commençant depuis le violet jusqu'au rouge incarnat, & il est souvent traversé de petites veines de quartz; ce qui n'empêche pourtant pas que l'on en puisse faire des ouvrages délicats, puisqu'il est susceptible d'un beau poli, & qu'il est de la plus grande dureté, ainsi que je m'en suis convaincu par l'expérience.

En arrivant près de Baldissé on rencontre des montagnes d'une petite hauteur, formées d'une pierre grisâtre de nature stéatiteuse: c'est sur ces montagnes qu'on trouve en abondance l'argile blanche la plus pure qu'on ait connu jusqu'ici en Piémont, & dont on puisse se servir pour la composition de la porcelaine. Les couches de cette argile renferment souvent une espèce de calcédoine tendre quelquefois tout-à-fait blanche & presqu'opaque, & qui est alors appelée *cacholong*. Mr. le Chev.[r] DeRobilant m'a assuré qu'il en a fait faire

une tabatière de la dernière élégance, qui ressembloit à la porcelaine la plus parfaite. J'ai trouvé de ces calcédoines même dans les prés situés au pied de ces montagnes, où elles avoient été probablement entraînées par les eaux.

Pour se rendre de Baldissé à Pont, il faut passer à Castellamont & à Cuorgné: le premier de ces villages est fort connu par la bonté de ses argiles dont il se fait un débit considérable en nature, & qu'on emploie avantageusement pour la formation des creusets & pour la grande fabrication de toutes espèces de poterie, qui se débite dans une bonne partie du Piémont: les couches de ces argiles sont de couleur grisâtre & renferment souvent aussi des calcédoines tendres demi-transparentes & de couleur bleuâtre, avec des arborisations dendritiques très-jolies. L'autre village est cependant l'endroit du pays le plus commerçant: il y a des fabriques où l'on travaille le cuivre & le fer comme à Pont. C'est aux environs de ces deux villages que l'on transporte & que l'on fond presque tout le minéral de fer de Traverselle.

En passant par le vieux chemin je trouvai près de Pont une carrière de pierre à chaux creusée dans la plus basse partie d'une montagne schisteuse; de sorte que l'on voyoit clairement que le schiste étoit posé sur la roche calcaire. On a là une marque bien certaine du passage insensible &, pour ainsi dire, gradué de la roche calcaire au schiste micacé qu'on reconnoît très-aisément en examinant sur l'endroit ces pierres avec l'eau de forte, comme j'ai fait moi-même; de sorte qu'on est tenté de croire non seulement que le schiste est placé sur la roche calcaire, mais encore que cette dernière

est plus ancienne, & que c'est d'elle que les schistes & les autres pierres composées tirent peut-être leur origine.

Je pourrois citer beaucoup d'Auteurs * qui ont examiné la nature de près, pour confirmer mon sentiment; mais il me suffit de rapporter un fait qui ne peut qu'embarasser ceux qui croient que les roches graniteuses sont les plus anciennes. Tous les Naturalistes qui ont voyagé dans les hautes montagnes primitives, seront obligés de convenir avec moi qu'il y a des nuances par lesquelles on passe insensiblement de la roche de corne au schiste micacé, du schiste micacé au kneiss **, du kneiss au schiste graniteux, & de ce dernier au granit; or j'ai vu dans plusieurs endroits les schistes qui commencent à constituer cette progression jusqu'au granit, placés sur la roche calcaire; donc on est forcé de conclure que toutes ces sortes de pierres composées & même le granit ne sont pas plus anciennes que la roche calcaire primitive ***.

C'est dans la vallée de Suse que j'ai observé ce fait pour la première fois. En visitant à l'endroit nommè la Renaudière, peu éloigné de cette ville, d'anciennes excavations

---

* Parmi ces Auteurs on doit faire beaucoup de cas de Mr. Delius & de Mr. Bovvles.

** Le kneiss, le schiste graniteux & le granit sont généralement connus des Piémontois sous le nom de *saris*. (Voyez ce qu'en dit Mr. Ferber dans ses lettres sur la minéralogie de l'Italie).

*** Mr. le Chevalier de St. Real Intendant de la Maurienne, & très-savant Minéralogiste, a trouvé dernièrement dans cette province du kneiss qui contenoit beaucoup de cailloux roulés: & Mr. Habel trouva près de Wiesbaden une coquille pétrifiée dans un granit (voyez Manuel du minéralogiste &c. par l'Abbé Mongez pag. 304). On peut consulter aussi ce que dit à ce sujet Mr. Hoquet dans le Journal de Physique. année 1785.

qui existent encore, j'y ai observé que le schiste forme la voûte d'une espèce de galerie dont les parois & le sol étoient creusés dans la roche calcaire.

Le Rochemelon montagne très-haute au Nord de Suse, où je fus en 1783 *, est formé dans sa partie supérieure d'un schiste micacé qui contient des parties calcaires; mais on voit clairement, soit du côté de la Novalèse, soit du côté de Forêt, que la roche calcaire primitive forme la base de cette montagne; & c'est sur le schiste dont elle est surmontée que j'ai trouvé le grès, les pierres serpentines, le tuf, la brèche primitive, le schorl vert aiguillé en masse &c. **

En passant le col des Fenêtres *** qui est de l'autre côté de la même vallée vis-à-vis du Rochemelon, j'ai encore observé que les montagnes de cette chaîne étoient aussi de semblable nature; il suffit de les cotoyer en descendant jusque près de Vayes, petit village sur la route de Turin, pour voir commodément tous les passages du schiste au granit dont sont composées les montagnes proches de ce village. Je donne cet exemple préférablement à tout autre, parce que cette route étant beaucoup fréquentée, bien des gens pourront en être les témoins oculaires, sans beaucoup s'incommoder. Maintenant je vais continuer mon sujet en ne rapportant que des faits; car je suis bien éloigné de vouloir établir aucun système.

* Cette montagne est plus élevée que Turin de 1644 toises, par conséquent de 1767 au-dessus du niveau de la mer.

** Le beau marbre vert de Suse forme ici le passage de la pierre calcaire primitive à la roche serpentine, de sorte qu'il attire aussi l'aimant comme cette dernière.

*** Ce col est plus élevé que Turin de 1036 toises, par conséquent de 1159 toises au-dessus du niveau de la mer.

Le village de Pont est situé à l'entrée de deux vallées considérables, à la droite est celle de Soana par où coule le torrent de ce nom, & à la gauche celle de Locana ainsi nommée du village principal. Je voulus les parcourir toutes deux dans le peu de tems que j'avois. En remontant la première on voit aux deux côtés tantôt le kneiss, & tantôt le schiste micacé, & beaucoup de pierres granitiques roulées. La vallée est fort étroite & assez uniforme dans toute son étendue; car il n'y a que très-peu de bassins considérables; & sa longueur est proportionelle à sa largeur; puisque dans la bonne saison on peut aller dans une demi journée d'un bout à l'autre.

A une petite lieue de Pont je trouvai sur le chemin différens morceaux de marbre blanc provenants de la carrière qu'on exploite sur une montagne située à la gauche de la route. Ce marbre est connu par sa beauté & par son grain susceptible d'un beau poli, comme le prouvent les ouvrages de Mrs. les frères Collini Statuaires du Roi, à qui l'Italie ne peut refuser le premier rang dans cet Art. Empressé de voir cette carrière, après une demi-heure de chemin fort pénible que je fis en partie sur ses débris, je parvins à une grande fente d'où l'on tire le marbre, & où il n'y avoit alors aucun ouvrier. Le marbre y est en filon presque perpendiculaire d'environ 3 toises de largeur, sur une direction entre les 8 & les 9 heures de la boussole des mineurs, & il est renfermé dans une roche schisteuse qui compose toute la montagne.

On ne connoît dans ces environs que très-peu de mines qui ayent été exploitées vigoureusement: celle dont on s'est le plus occupé, est une mine de plomb avec argent que l'on

trouve au sommet d'une petite vallée latérale nommée Valpra à la droite en montant. L'endroit où elle a été exploitée, s'appelle le Bec ou autrement la Royale, parce que le Roi y a fait, dit-on, travailler autrefois.

Une personne intelligente qui a fait cultiver depuis cette mine, m'a assuré qu'étant exploitée en règle elle pourroit donner un bénéfice considérable, & que ce n'étoit qu'à cause de la méchanceté des travailleurs qu'elle l'avoit abandonnée, mais qu'elle comptoit de la reprendre un jour.

Cet endroit est si fort écarté de la route qu'il auroit fallu deux jours pour faire ce voyage; de sorte que je n'eus pas le tems de le visiter, & que je dus me contenter de quelques morceaux de cette mine qui est une galène à petites facettes dans une gangue quartzeuse, quelquefois mêlée de pyrites. Du reste on m'a assuré qu'il y a des excavations anciennes très-considérables qu'on n'a pas encore entièrement reconnues.

En examinant sur ma route les belles serpentines qui se trouvent auprès de la Corzonera, j'ai trouvé dans une muraille à sec une pierre de cette nature, tendre & verdâtre qui renfermoit de petits cristaux prismatiques rhomboïdaux de même couleur & transparens d'environ $\frac{2}{3}$ de ligne d'épaisseur, lesquels me parurent d'abord de la nature de l'asbeste; mais les ayant éprouvés au chalumeau, j'ai vu qu'ils avoient plutôt les propriétés de la stéatite; & quoiqu'ils ne soient pas aussi tendres que cette pierre, ils se laissent néanmoins entamer à la lime: ils ne donnent point d'étincelles contre l'acier, & se cassent transversalement avec facilité. Mr.l'abbé Mongez, dans les savantes notes qu'il a faites à la Sciagraphie de Mr. Bergman, parle des aiguilles de stéatite qu'il a vues renfer-

mées dans un fragment d'une pierre du *Drac* en Dauphiné. Il seroit à souhaiter que ce savant les examinât au microscope, pour en déterminer la cristallisation qui sera peut-être aussi prismatique rhomboïdale.

Aussitôt que je fus arrivé à Campiglia dernier village de cette vallée, j'allai visiter un endroit nommé le *Fanton* sur une montagne située au Nord du village, & après trois heures de chemin on me fit voir une galerie de 15 à 16 toises de longueur, où, malgré toute mon attention, je ne pus trouver d'autre indice de mine, que quelques petits nœuds de quartz blanc contenant un peu d'ocre qui provenoit vraissemblablement de quelque pyrite décomposée. Au reste la pierre de ce prétendu filon étoit une roche de corne comme celle de la montagne. Je partis de cet endroit pour aller en visiter un autre peu éloigné sur la gauche en descendant, où l'on disoit qu'on avoit exploité une mine de fer: c'est là que mon guide en tombant sur son dos fracassa mon baromètre qu'il portoit en carquois; je suivis ainsi ma course, privé de cet utile instrument: j'eus bien de la peine à m'introduire dans une galerie dont l'entrée étoit presque entièrement bouchée par les pierres qui s'étoient écroulées. Dans cette galerie qui n'a pas plus de 10 toises de profondeur, je reconnus deux veines d'une pierre schorlacée verdâtre & mêlée de mine de fer attirable à l'aimant, & de quelques pyrites; l'exploitation n'en seroit assurément pas avantageuse. En descendant encore sur la même direction on voit à quelque distance de-là que l'on a fait jouer quelques mines dans un filon de fer d'une puissance considérable, & qui se trouve dans une gangue de petrosilex rougeâtre, mêlé d'une espèce de horne-blende. Cette

mine est entièrement attirable à l'aimant; & l'on seroit tenté de croire qu'elle n'est qu'une extension ou branche du grand filon de la mine de fer de Cogne, célèbre par son excellente qualité; puisque ces deux mines se ressemblent parfaitement, & que d'ailleurs les mines de Cogne existent tout près dans la même chaîne de montagnes.

Si j'avois eu le tems, je n'aurois pas manqué de les aller voir en traversant les montagnes qui séparent le pays de Cogne de Valsoana: ce qui auroit pu se faire en six heures; mais ce peu de tems même me manqua, & il me fallut retourner sur mes pas jusqu'à Pont, d'où je repartis aussitôt pour la vallée de Locana.

Cette vallée qui surpasse de beaucoup celle de Soana par son étendue & par sa population, est bordée de montagnes à peu près de même nature que celles dont nous avons parlé jusqu'à présent: comme on peut en juger à la simple inspection, & par les cailloux roulés de l'Orco qui est un gros torrent dont la source est sur les montagnes qui séparent la Tarantaise du Piémont. Le sable que dépose cette rivière, est celui qu'on lave dans différens endroits du bas-Canavois pour en tirer l'or, qu'on y trouve souvent en telle quantité qu'on est dédommagé avec avantage des frais de l'opération.

J'ai dit ailleurs ma pensée sur la formation des couches aurifères qui se trouvent dans le Canavois, & je crois que c'est vraiment de ces couches qu'est entrainé l'or que l'on rencontre dans le sable de l'Orco, comme l'a très-bien observé Mr. Roczian à l'égard des sables aurifères des rivières de la Transilvanie *.

* De Born voyage minéralogique.

Ayant su que l'on avoit travaillé à des mines de cuivre dans le territoire d'un petit village nommé Sparon près de Pont, quoiqu'elles fussent bien éloignées de ma route, je voulus les visiter. Elles se trouvent près d'un canton nommé le Vaser, qui est situé dans une petite vallée latérale.

M'étant arrêté tant soit peu pour examiner un filon d'apparence métallique, qui traverse le chemin près de la chapelle du Vaser, un mineur qui me servoit de guide, me dit de ne pas perdre mon tems à visiter ce minéral, puisqu'on en avoit déjà fait l'essai, & qu'ayant été mis au feu il s'étoit dissipé entièrement en vapeurs: il avoit raison à ce dernier égard; car je reconnus aussitôt que c'étoit de la plombagine. Malheureusement cette plombagine est mêlée en telle quantité avec le quartz & la pierre argileuse ferrugineuse, qu'il seroit nécessaire de l'en séparer pour en tirer quelque parti; mais il pourroit se faire aussi qu'en poussant les ouvrages dans l'intérieur de la montagne, on y trouvât la plombagine plus pure, & propre par conséquent à en former, suivant la méthode indiquée par Mr. Lewis, des crayons aussi bons que ceux qui nous viennent des pays étrangers, & dont on fait un débit considérable.

J'ai examiné au même endroit les pierres d'un torrent qui coule le long de cette petite vallée, je les ai trouvées aussi la plupart granitiques & schisteuses, & plusieurs étoient ferrugineuses d'une nature moyenne entre la vitrifiable & la serpentine. En cotoyant ainsi ce torrent jusqu'au sommet du Vallon, j'arrivai enfin aux mines de cuivre, où l'on voit encore une fabrique assez bien entendue pour le bocard & le lavage du minéral; elle est pourtant actuellement réduite en très-mau-

vais état par l'injure du tems & par le dégat qu'ont fait les brigands.

Le filon auquel on a travaillé & qui paroît au jour, a une direction entre les 4 & les 5 heures de la boussole des mineurs, & sa pente qui est au Nord est telle, qu'on peut le placer au nombre des filons perpendiculaires; c'est pour cela que ces ouvrages ayant été abandonnés se sont remplis d'eau, de manière qu'il me fut impossible d'en visiter l'intérieur.

Dans le tems qu'on y travailloit, on y avoit entrepris & déjà même fort avancé une galerie pour l'écoulement des eaux & pour la sortie du minéral. C'est Mr. Bussoletti, Directeur des mines dans ce tems-là, qui en avoit donné le dessein; mais il est à présumer qu'il avoit été mal exécuté, puisque cette galerie forme des détours qu'on doit entièrement éviter dans ces sortes d'ouvrages. On pourroit cependant remédier à ce défaut (qui a été surement un défaut d'exécution) si l'on avoit les plans des excavations qui sont maintenant pleines d'eau; mais puisque ces plans ne se trouvent point, il faudra pomper l'eau pour pouvoir prendre les dimensions nécessaires, & pour ne pas se tromper dans le percement à faire, ainsi que je l'ai proposé à une personne qui a dessein de faire travailler à ces mines.

La pyrite cuivreuse de cet endroit est de très-bonne qualité, puisqu'elle donne environ le 20 pour 100 en excellent cuivre très-ductile: on en voit encore une quantité considérable près de l'entrée de la mine. Ce filon qui est enfermé dans les bancs de la montagne, & qui a la même direction qu'eux, est accompagné d'autres filons parallèles qu'on

pourroit aussi reconnoître moyennant la continuation de la galerie d'écoulement.

La montagne qui les renferme & qui est assez régulière, est formée d'un schiste argileux mêlé avec un peu de quartz & de glimmer terreux: quoiqu'il soit difficile de comprendre par les différentes descriptions qu'en donne Mr. le Chevalier de Born, quel est le *saxum metalliferum* dont il parle si souvent, je crois cependant qu'on peut donner ce nom à la roche que je viens de décrire, puisque dans notre pays les mines les plus considérables, surtout de cuivre, se trouvent le plus souvent dans des montagnes de semblable nature.

J'allai encore visiter le même jour deux autres filons cuivreux, dont l'un est dans un endroit qui s'appelle Canamia, & l'autre près du canton de Cersa. Ces deux filons sont renfermés dans une roche de même qualité que celle dont nous avons parlé; ils peuvent devenir intéressans & riches par la régularité de la montagne où ils sont situés.

Les ouvrages qu'on a faits au filon de Canamia ne consistent que dans une seule galerie de 4 à 5 toises de profondeur; ils ont été abandonnés, parce qu'on n'en retiroit que de la mine de bocard; ce qui ne doit pas surprendre, puisque les travaux n'étoient guère avancés: mais comme le filon de Cersa étoit beaucoup plus riche en minéral, on l'attaqua avec beaucoup plus d'activité, cependant avec si peu d'intelligence que les ouvrages, quoique très-peu avancés, se trouvent actuellement pleins d'eau.

Ce que je viens de dire fait assez comprendre combien il seroit utile de cultiver ces mines, si des personnes intelligentes en entreprenoient l'exploitation.

En continuant ma route dans la vallée de Locana, l'on me fit observer à la gauche du chemin une forge où l'on fond le fer qu'on tire d'une mine des montagnes voisines, & qu'on dit être d'assez bonne qualité: j'aurois souhaité de visiter cette mine, mais la nuit qui s'avancoit, & le tems orageux dont j'étois menacé, me forcèrent à poursuivre ma route jusqu'à Locana.

C'est près de ce village à la droite du courant de l'Orco, que se trouve la fabrique où l'on traite presque tous les minéraux qu'on y transporte de Brozzo. Elle consiste en divers fourneaux de fusion qu'on appelle fourneaux à manche de différentes grandeurs, & en un fourneau d'affinage pour le plomb à l'Allemande, avec un petit laboratoire pour les essais en petit.

Dans ces environs sur le territoire de Cambraile, on rencontre beaucoup de rochers composés de quartz, de mica & de grenat appelé par les Allemands *mukstein*, dont j'ai vu des portions de meules de moulin, que l'on transporte de Locana dans les pays voisins: l'on trouve aussi dans ce voisinage le *saxum fornacum* dont on fait un très-grand usage surtout pour les fourneaux de fer.

Comme il n'y a de Locana à Ceresole, dernier village de la vallée, qu'environ une demi-journée de chemin en été, j'avois déterminé d'y passer; mais il survint tout-à-coup un orage terrible qui me donna à peine le tems de me retirer à Novasque, petit hameau à mi-chemin, avant que les torrens des montagnes latérales me coupassent le chemin.

Ce petit village est situé au pied d'un escarpement très-élevé, d'où descend un gros torrent formé par les glaces

des hautes montagnes qui séparent cette vallée de celles d'Aoste & de Soana.

Cette cascade est certainement une des plus belles qu'on puisse voir dans les Alpes tant par son volume d'eau, que par sa hauteur perpendiculaire; elle se divise en deux bras, & tombe successivement sur six bancs de rochers qui présentent six autres cascades presque régulières. J'ai vu ce tableau dans toute sa magnificence étant alors embelli par l'accroissement considérable d'eau que l'orage y avoit occasionnée.

Le reste de la route ne présente plus qu'une gorge continuellement bordée de montagnes inaccessibles & arides, avec quelques cascades qu'on voit par-ci par-là & dont le bruit sourd est le seul qui trouble le silence de ces lieux. Il y a même un endroit où la vallée devient si rapide, & où elle se rétrécit si fort qu'elle laisse à peine le passage à l'eau, en sorte qu'on a été obligé de creuser dans le roc un sentier très-étroit, qui porte le nom d'escalier à cause de sa rapidité & de la forme de sa structure. C'est encore ici que les différentes cascades de l'Orco qui se présentent successivement à côté du chemin pendant plus de demi-heure, charment & étonnent les passans. Les masses énormes de rochers qui se sont détachés des montagnes, forment encore en remplissant, ou plutôt en bouchant quelquefois le lit de ce torrent rapide, une continuelle variété de jets & de cascades vraiment admirables. Mais ce qui surprend le voyageur d'une manière bien plus satisfaisante, c'est le passage inattendu que l'on fait de cette horrible gorge dans la charmante plaine de Ceresole. L'Orco après avoir bouillonné furieusement jusque-là, roule tranquillement ses eaux sur cette plaine pendant plus de deux milles; & une verte

prairie entourée de bois [illegible] & bordée de [illegible] tagnes couvertes de glace, forme un coup d'œ[illegible] & surprend à la fois.

Cette petite vallée est remarquable [illegible] tions minéralogiques dont elle abonde. [illegible] tagnes qui l'environnent, on en observe [illegible] quelles les Anciens ont travaillé, & q[illegible] en minéraux, à en juger par les [illegible] qu'on y trouve.

Un particulier de ce pays, qui [illegible] qualité de mineur, m'assura qu'[illegible] tions anciennes encore existantes [illegible] ces montagnes appelée Co[illegible] se perdre dans l'immensité [illegible] rens minéraux qu'il [illegible] autre montagne voisine [illegible] d'anciennes excavations. [illegible] tour que je ne fus pas [illegible]

Il y a au midi de [illegible] mée par ses mines. [illegible] content une qu[illegible] & l'étendue s[illegible]





elle se trouve dans la chaîne qui sépare la vallée de Lans de celle de Locana. Parmi les filons de mine de fer spathique dont elle abonde, l'on a quelquefois rencontré de petits filets de mine d'argent grise, dont on me donna un morceau, de figure réniforme, entouré de cette mine de fer. Malgré cela on ne sauroit décider s'il seroit avantageux d'exploiter ces mines pour en retirer du fin, parce que les galeries en sont tellement ruinées à cause de la longue inaction de ces mines, qu'il est actuellement impossible d'y pénétrer pour pouvoir en juger.

Ce qui m'a le plus étonné ça été de voir le peu de soin qu'on a de tirer parti des mines de fer, qui abondent dans l'étendue des montagnes qui se trouvent au midi de la vallée, où l'on rencontre une quantité de filons de cette mine de fer spathique très-propre à la fabrication du fer.

La bonne qualité de cette mine avoit engagé quelques particuliers à entreprendre d'y fabriquer des cannes de fusil; mais le defaut d'habileté nécessaire dans l'exécution & le manque de fonds furent, à ce qu'on m'a dit, un obstacle au succès; les cannes ne réussirent pas, & la fabrique qui fut suspendue se trouve maintenant dans le plus grand dépérissement: ce qui ne seroit probablement pas arrivé, si ces particuliers, au lieu d'entreprendre un travail dans lequel ils n'étoient pas assez expérimentés, s'étoient bornés à la fonte & à l'affinage du fer, d'autant plus que le bas prix du charbon & l'abondance du minéral auroient dû donner un profit certain & très-considérable.

Selon la tradition ces mines de fer ont été exploitées autrefois par les Anciens. Je tire aussi la même conjecture que

je fonde sur ce qu'une personne du pays me fit voir une grande quantité de minéral qu'elle avoit trouvé en creusant la terre à plus de deux pieds de profondeur; & sur ce qu'elle m'assura qu'on en trouvoit de semblable en divers autres endroits.

Les gens du pays s'imaginent que ce minéral a été calciné, à cause de sa couleur noire: mais l'on sait que les mines de fer qui sont minéralisées par l'air fixe, & qui contiennent de la manganèse, acquièrent cette couleur par l'action de l'air & de l'humidité *.

Plusieurs personnes me rapportèrent encore qu'en travaillant ces derniers tems dans la montagne, on avoit découvert par hazard d'anciennes galeries, qui avoient été jusqu'alors entièrement ignorées, parce qu'elles avoient été bouchées en grande partie par l'effet naturel de la qualité de la montagne, qui est toute bouleversée vers la superficie.

Ayant coutume de questionner, lorsque je suis en route, les gens qui peuvent avoir quelques connoissances sur les particularités de leur pays, j'interrogeai ceux de cet endroit me répondirent qu'il devoit y avoir aux environs de Ceresole une source dont les eaux étoient acides & désagréables au goût. A mon arrivée je n'eus rien de plus pressé que de m'informer de la vérité du fait, & ayant su que cette source n'étoit pas loin de-là, j'envoyai aussitôt en prendre une bouteille: mais celui qui me l'apporta, me l'ayant remise sans bouchon, me dit que tandis qu'il la portoit le bouchon avoit sauté en l'air, & qu'il ne lui avoit plus été possible de le retrouver. Je jugeai par là que mon homme n'avoit pas tout-à-

* Bergman *de mineris ferri albis*.

fait rempli la bouteille, & que la chaleur de la main & l'agitation ayant fait dégager & dilater la quantité d'air fixe qui s'y trouvoit, avoient causé ce petit phénomène. En effet cette eau avoit le même goût que les eaux spiritueuses, mais un peu amer; ce qui me détermina d'aller les visiter sur le lieu. C'est à la rive de l'Orco au pied des montagnes qui abondent en mines de fer spathiques, que ces eaux gazeuses ont leur source: ce qui me fait croire que l'air fixe dont elles sont impregnées dérive de la décomposition de ces mines. Je vois très-bien que cette opinion étant généralisée seroit contraire à ce que deux savans chimistes, Mr. Bergman & Mr. le Docteur Gioanetti *, ont si ingénieusement pensé à ce sujet: mais les mêmes effets dérivent souvent de causes différentes, comme il pourroit arriver dans cette circonstance; d'ailleurs l'expérience des savans Académiciens de Dijon ** vient à l'appui de ma conjecture; car ces Messieurs ont trouvé que l'eau chaude pure mise en digestion sur de la mine de fer spathique, se charge de fer au point de donner quelquefois de l'azur, moyennant l'alcali phlogistiqué; ce qui prouve que le fer y est dissous par un acide qui ne peut être dans ce cas que l'acide aérien.

L'abondance de cette eau est assez considérable, puisqu'on en voit deux sources qui ne sont éloignées que de quelques pieds l'une de l'autre: je suis même fondé à croire par les petites bulles qu'on voit s'échapper à la surface de l'Orco, qu'il y a encore sous l'eau quelqu'autre semblable source, d'où sort pro-

* Bergman *de analysi aquarum.* Gioanetti *Analyse des eaux de St. Vincent.*

** Elémens de chimie théorique & pratique tom. II. pag. 106.

bablement l'eau minérale accompagnée du gaz surabondant, qui se forme dans l'intérieur de la montagne.

L'on voit d'après ce que je viens de dire combien il seroit à souhaiter qu'on fit une analyse de ces eaux, mais voici en attendant le peu d'observations que j'ai faites sur le lieu.

La température des eaux gazeuses étoit de 7 degrés au-dessus de la glace du thermomètre de Réaumur, tandis que celle de l'atmosphère étoit de 13 degrés & demi.

La grande quantité d'ocre qu'elles déposent, prouve qu'elles contiennent du fer en dissolution: mais l'alcali Prussien ne le précipite point, si l'on n'y fait pas l'addition de quelque acide. Avec l'alcali volatil caustique elles donnent un petit précipité blanchâtre. L'acide du sucre ne me donna aucun précipité apparent; mais la dissolution nitreuse du mercure faite à froid m'en donna un blanchâtre assez abondant.

L'on peut inférer de-là 1.° que ces eaux contiennent du fer dissous par l'acide aérien d'une manière particulière: 2.° que les sels neutres qui s'y trouvent dissous n'ont pour base auçun métal ni la terre calcaire: voilà ce que j'ai fait avec le peu de réagens que j'avois. Du reste le goût de ces eaux a beaucoup de rapport avec celui des eaux spiritueuses de Courmayeur: j'ai même appris du curé du village, qui avoit eu la bonté de venir m'accompagner, que plusieurs muletiers en portoient à la Capitale & les y débitoient pour des eaux de Courmayeur, & qu'ils tiroient ainsi un profit plus grand, puisque les frais de transport étoient moindres. Cet ecclésiastique m'assura encore qu'en ayant pris la même dose que de celles de Courmayeur qui lui avoient été ordonnées par le médecin, il en avoit éprouvé les mêmes effets. Qu'on ajoute à

cela qu'elles sont beaucoup plus voisines de la Capitale que celles de Courmayeur, & qu'elles se trouvent dans une situation agréable & avantageuse, & l'on comprendra combien de cas l'on devroit faire de ces eaux.

Avant d'achever ma petite course j'aurois eu envie de traverser la grande chaîne des Alpes qui sépare la Savoie du Piémont, & de passer par l'Iseran, montagne fort élevée, qui n'est guère éloignée de Ceresole, & que les habitans du pays appellent *la Galesia;* mais je fus obligé de me rendre à Turin pour vaquer à mes occupations: voulant néanmoins tirer encore quelque parti de mon voyage, je pensai de diversifier ma route en franchissant les montagnes qui divisent la vallée de Ceresole de celle de Lans, & revenir par cette dernière. Je dus pour cela passer le col très-élevé de la Vercelline ou de la petite-croix qui se trouve entre la montagne de la Bellengarde dont j'ai déjà parlé, & les montagnes qui nous séparent de la Savoie.

Dès que je fus arrivé au sommet, je m'y arrêtai quelque tems pour jouir de ce beau coup d'œil & de ce contraste agréable qu'offrent d'un côté tant de montagnes des environs couvertes d'une glace perpétuelle, & de l'autre la perspective d'une bonne partie du Piémont. De-là je descendis dans la vallée de Lans que je ne fis que parcourir depuis le village de Bonzo jusqu'au bas, & je vis que cette vallée est de même nature que celle de Locana qui lui est parallèle. J'observai pourtant en m'approchant de Lans quelques montagnes de pierre serpentine, ou *gabbro*, qui est une qualité de roche, de laquelle sont formées en grande partie nos Alpes occidentales les plus proches de la plaine.

DESCRIPTION

D'UN FŒTUS PÉTRIFIÉ.

PAR M.r REYNERI

Les grossesses hors de la matrice, dites autrement générations vicieuses, ne sont pas aussi rares qu'il seroit à souhaiter pour le bien de la société, dit très-ingénieusement le célèbre Fontenelle *.

Cette vérité se trouve appuyée non seulement sur les observations faites par un grand nombre de Savans de différentes Nations **, mais encore sur plusieurs autres qui ont été faites parmi nous ***.

Quelqu'intéressantes que puissent être les unes & les autres, elles n'ont cependant pas le mérite de la rareté; elles n'ont même aucun rapport avec celle dont je me propose de rendre compte.

L'ouvrage de ces générations se fait quelquefois dans la cavité du bas ventre, quelquefois dans les ovaires, & des fois dans les trompes de Fallope où les membranes prennent un accroissement avec quelques-uns des viscères de cette cavité, & même avec les ovaires, ou encore avec les trompes.

* Voyez Hist. de l'Acad. R. des Scien. de Paris ann. 1714, pag. 23. *Diverses. observ. anatom.*

** Joann. Santor. de part. solid. felici. Ex anno extr. ann. 1724. Abb. de la Roque in Ephem. Medic. Gall. ann. 1763. D. Littre in monum. Reg. Scient. Acad. ann. 1701.

*** D. Bianchi *de natur. in hum. corp. vitiosos. morbos. gener.* ann. 1741.

Je ne m'étendrai pas sur les causes physiques de ces phénomènes, ne m'étant pas proposé ici cet objet, j'exposerai seulement, avec toute la sincérité & la briéveté possible, un fait dont il est facile de s'assurer, & qui ne peut être qu'intéressant, non seulement parce qu'il s'agit d'un embrion qui a pris naissance probablement dans des parties impropres, mais surtout parce qu' il s'y est endurci & même pétrifié pendant son accroissement.

Une paysanne nommée Marguerite Bordona née De-Stephanis *de Sommariva del Bosco*, âgée d'environ quarante ans, d'un tempérament mélancolique & pituiteux, jouissant d'ailleurs d'une santé assez ferme, après treize mois de mariage accoucha heureusement d'un garçon qui ne vecut que huit mois. Dans l'intervalle de six ans elle accoucha avec la même facilité d'une fille, & huit mois après, elle avorta à cause d'un coup de corne qu'elle avoit reçu d'un bœuf au côté droit du nombril.

Un an après, elle se crut encore enceinte, mais elle éprouvoit des symptômes qu'elle n'avoit jamais ressentis dans les grossesses précédentes. Elle avoit souvent des nausées, des vomissemens & de grandes douleurs à la partie où elle avoit été blessée; une mauvaise haleine qui se manifesta seulement au quatrième mois de sa grossesse, & à la suite d'une hémorragie de l'utérus qui dura une journée entière, accompagnée de douleurs très-aiguës, sembloit indiquer la putréfaction du fœtus, ou de ses enveloppes.

Telle étoit la situation de cette femme lorsque son mari mourut au commencement de novembre de l'année 1777. Elle demeura encore quatre ans dans cet état déplorable, igno-

rant toujours la cause de ses douleurs, puisque sa conduite ne lui permettoit pas de se soupçonner enceinte. Sans l'écoulement continuel d'une humeur très-puante qui couloit par le vagin, & sans les douleurs qui augmentoient de jour en jour, elle ne se seroit peut-être pas déterminée, comme elle fit, à se mettre entre les mains d'un chirurgien qu'elle envoya chercher, & qui arriva quelque tems après qu'elle fut accouchée d'un corps dur, dont la vue l'avoit rendue pâle & tremblante. Ayant été interrogée par le chirurgien sur son état, elle lui présenta ce corps qui étoit le sujet de ses douleurs, & dont la forme extérieure avoit assez de rapport à celle d'une tête humaine *: enfin au bout d'un mois, quoique les douleurs & les autres symptômes eussent paru diminués, néanmoins après d'abondantes vidanges puantes accompagnées de fortes douleurs, le reste de ce corps étranger sortit du vagin. La forme de cette partie ne ressemble pas mal au tronc de l'homme **: les extrémités qui lui manquent sont restées probablement dans l'endroit de la formation, puisque l'humeur fétide continue à s'écouler du vagin; ce qui nous fait espérer que cette femme s'en débarrassera, comme elle s'est débarrassée des parties dont on vient de parler.

Quoiqu'il soit très-difficile, pendant que la mère est encore en vie, de fixer le lieu de la végétation de ce fœtus, qu'il me soit néanmoins permis aujourd'hui de former le raisonnement suivant, que je déduirai des faits rapportés, & que je détaillerai encore mieux dans la suite.

---

* Voyez la planche VII. & son explication.

** Ibidem.

I.° Il n'est pas probable que ce fœtus ait pris son accroissement dans la cavité de la matrice, parce que, suivant les loix de la nature, la mère s'en seroit débarassée probablement au tems déterminé, ainsi que dans ses autres grossesses; autrement il faudroit supposer quelque vice organique dans le corps de l'utérus, ou dans son cou, comme seroit celui de paralysie, de squirre &c., qui en eût empêché l'issue; ce qui n'a pas eu lieu. Tous ceux qui connoissent la nature de ce viscère, savent qu'il ne souffre aucun corps étranger dans sa cavité, lorsqu'il est dans son état naturel.

2.° Si le fœtus avoit été dans la cavité de l'abdomen, ou dans l'ovaire, il seroit sorti par toute autre partie que par l'utérus, c'est-à-dire, par l'anus à la suite de quelque abcès ou ulcère fait à l'intestin *, au nombril **, aux aines ***, & en d'autres endroits de la capacité du bas ventre ****, comme le prouvent plusieurs exemples.

3.° Il n'est pas non plus croyable que le fœtus soit resté entre l'ovaire & l'entrée de la trompe, par la raison que l'épanchement des liquides putréfiés dans la cavité de l'abdomen, en engendrant la gangrène des viscères, auroit causé la mort de la mère.

4.° L'on peut donc croire avec probabilité que le lieu de la résidence & de l'accroissement de ce fœtus aura été dans la trompe droite, à cause de quelque vice organique qui se sera

---

* Joan. Santor. ibid.

** Bianchi ibid.

*** Grassarus apud Dodon Medic. observ.

**** Bianchi ibid.

formé dans cette partie, à la suite du coup reçu, & par l'écoulement continuel des matières très-puantes qui sortoient de l'utérus.

Il seroit intéressant de savoir par quels moyens & par quelles loix de la nature ce fœtus a passé par le canal de la trompe dans la cavité de la matrice. Seroit-ce par la force de la pesanteur, ou par un abcès rompu dans la même trompe? Il m'est très-difficile pour le présent de donner là-dessus des raisons satisfaisantes; ce qu'on ne pourra peut-être faire qu'après la mort de cette femme.

On ne sauroit fixer l'époque de la pétrification de ce fœtus, ni déterminer le terme de la grossesse de la mère. A en juger cependant par les symptômes qui ont précédé la sortie, il paroît que la pétrification doit avoir commencé quelque tems après l'hémorragie produite par le détachement de l'arrière-faix d'avec les parties où le fœtus aura pris adhérence & accroissement; d'où s'en est suivi la privation de sa nourriture & ensuite sa mort.

J'avoue que ceci n'est tout au plus qu'une forte conjecture, & que par conséquent on ne sauroit assigner, d'une manière certaine, le tems de la pétrification de ce fœtus; ce qu'il y a de plus sûr, c'est que ce corps ne peut être pris pour une simple concrétion pierreuse.

L'Académie à qui je l'ai présenté, l'ayant fait scier pour en examiner la structure, y a découvert distinctement des empreintes d'organisation, telles qu'on les voit tracées exactement dans la planche VII. On pourroit peut-être encore objecter que ce corps a acquis cette figure par la pression des parties voisines, ou par la forme de l'organe dans lequel il a pris son

accroissement; mais on se convaincra aisément du contraire, si on fait attention 1.° au cours de cette grossesse, 2.° à l'endroit par où il est sorti, 3.° à la différence qu'il y a entre l'organisation de ce corps & celle des autres pierres du corps humain, dans lesquelles on observe le noyau qui a servi de base à plusieurs couches pierreuses appuyées les unes sur les autres, & de différentes couleurs, suivant les matières dont elles sont composées; tandis que l'on ne voit dans le corps dont il s'agit qu'une masse simple intimément unie sans aucune trace de ces couches.

Tout ce que je viens d'avancer sur ce fœtus, est confirmé, comme on peut le voir ci-après, par l'analyse qu'en a faite Mr. le Docteur Bonvoisin, Commissaire député par l'Académie.

ANALYSE

DU MÊME FŒTUS,

PAR M.r LE DOCTEUR BONVOISIN

J'ai soumis aux expériences suivantes la petite portion du fœtus que l'Académie m'a remise en poudre.

1.° Cette substance a été attaquée par l'eau forte, mais très-lentement, & sans aucune effervescence; elle s'est pourtant entièrement dissoute.

2.° Mêlée avec l'huile de vitriol, elle a été aussi dissoute sans mouvement & avec lenteur, mais avec un résidu semblable à celui que l'acide produit en attaquant la poudre des os.

3.° En ajoutant de l'acide vitriolique à la dissolution du N.° 1 j'ai eu aussi un précipité analogue au résidu du N.° 2.

4.° L'alcali volatil très-caustique qui ne précipitoit point la terre calcaire dissoute dans les acides, étant instillé sur les dissolutions N.os 1 & 2, en a troublé la transparence & a donné un précipité très-manifeste.

5.° Les alcalis aérés en liqueur, fixes ou volatils, ont précipité une plus grande quantité de terre des mêmes dissolutions: ils ont encore produit du précipité dans la liqueur filtrée dans l'expérience précédente (N.° 4)

6.° Les dissolutions de cette substance (Num. 2 & 3) filtrées & soumises à l'évaporation, ont donné les phénomènes qu'offrent celles des os communs, quand on veut en retirer l'acide phosphorique *.

---

* Voyez mon mémoire *sur la dépuration de l'acide des os*, dans ce volume pag. 321.

7.° Les mêmes dissolutions concentrées & poussées à un feu plus violent se sont réduites en verre opaque & blanchâtre.

D'après ces résultats, il me paroît que cette substance est attaquée par les acides avec lenteur à cause de la présence de la substance gélatineuse.

Les expériences N.os 2 & 3 démontrent que la terre base de notre poudre est la terre calcaire, puisqu'elle a formé de la sélénite.

Le N.° 4 fait voir que la terre calcaire y est combinée avec l'acide phosphorique, & que le précipité obtenu par l'alcali volatil pur est le phosphate calcaire, qui, comme je l'ai démontré ailleurs *, est dissoluble dans tous les acides, desquels il peut être séparé par ce même alcali volatil caustique, qui d'ordinaire n'a point d'action sur la chaux seule autrement dissoute.

Le N.° 7 démontre aussi l'acide phosphorique existant dans la substance que je viens d'examiner.

On voit donc que le fœtus observé par Mr. Reyneri est composé d'acide phosphorique, & des autres principes qui sont contenus dans les os. Je ne déciderai cependant pas s'ils y sont dans les mêmes proportions, vu le peu de matière que j'avois pour soumettre à l'analyse.

---

* Ibidem.

ADDITION

A L'ANALYSE PRÉCÉDENTE

Quoiqu'il y ait tout lieu de croire, d'après les expériences rapportées, que la substance du corps singulier qui fait l'objet du mémoire intéressant de Mr. Reyneri, soit véritablement de la nature des concrétions osseuses, & que le fœtus se soit réellement changé peu à peu en os, & réduit ainsi en une espèce de pierre; cependant, comme l'on sait qu'il peut se former des calculs presque dans toutes les parties du corps humain, & qu'on en trouve encore quelquefois dans la matrice même *, quelqu'un pourroit mettre en doute l'étiologie de ce corps monstrueux, & le rapporter à la classe des concrétions calculeuses, & croire peut-être qu'il ait pris par hasard la figure décrite, au lieu de lui attribuer une origine organique. L'on pourroit même soupçonner qu'il n'est pas venu de la matrice, ou des parties de la génération, puisque l'on n'a pu s'assurer du lieu de sa naissance, à cause que la femme qui l'a rendu est encore vivante.

Ces difficultés qui ont déjà été éclaircies par l'Auteur, m'ont porté à ajouter quelques observations & quelques expériences qui me paroissent donner encore du jour à la matière, & appuyer mieux le sentiment de notre Confrère.

Le célèbre Mr. Schéele nous a donné dernièrement un excellent mémoire analytique sur les calculs de la vessie **, auquel

* Voyez le Mémoire de Mr. Vicq-d'Azir dans l'histoire de la Société R. de Médecine année 1779 pag. 217, outre ce que l'Auteur en a dit.

** *Examen du bézoard ou pierres de la vessie.* Mémoires de Chimie de Mr. Schéele tom. I pag. 199.

Bergman a joint ses expériences. Tous les deux sont parvenus à mettre hors de doute que la substance de ces calculs diffère essentiellement de celle des os.

M'étant procuré des calculs urinaires, j'ai suivi pas à pas ces deux grands hommes : j'ai répété & comparé ensemble leurs expériences les plus décisives sur ces bézoards de la vessie, & sur la poudre du fœtus concret, & je me suis ainsi confirmé dans l'opinion reçue.

Les pierres de la vessie ne paroissoient pas se dissoudre dans l'acide marin, même à l'aide de la chaleur. Elles se dissolvoient avec effervescence dans l'acide nitreux affoibli, & exposées en même tems à un feu léger elles donnoient des vapeurs nitreuses rutilantes. Cette dissolution saturée prenoit la couleur de sang, laquelle disparoissoit avec l'addition d'une goutte du même acide nitreux : rouge ou non, appliquée à la peau elle la coloroit aussi dans une demi-heure en rouge d'écarlate. La même dissolution n'a été précipitée par aucun des alcalis fixes ou volatils, aérés ou caustiques.

L'eau pure & l'eau de chaux dissolvoient très-bien la pierre urinaire.

Ayant distillé 2 gros de poudre du bézoard de la vessie j'ai eu, outre l'alcali volatil fluor & le concret, un acide particulier qui s'est sublimé à la partie supérieure de la courbure de la retorte.

La substance du fœtus réduite en poudre se dissout aisément comme les os dans l'acide du sel. L'acide nitreux l'attaque avec la même facilité, mais on n'a, pas même à l'aide de la chaleur, ni effervescence ni vapeurs aussi rouges d'esprit

de nitre phlogistiqué: saturée ou non, cette dissolution ne prend point la couleur rouge, & ne teint pas la peau de la même manière.

La poudre du fœtus dissoute dans quelqu'acide que ce soit, est précipitée par tous les alcalis avec les phénomènes que j'ai fait observer dans l'analyse.

L'eau de chaux & l'eau pure n'ont point d'action sur la matière du fœtus; & en distillant ou en sublimant la même substance l'on n'obtient point l'acide particulier que fournissent les bézoards urinaires.

Si l'on joint tous ces faits analytiques concernant le corps que nous venons d'examiner, à sa figure approchante de celle du fœtus naturel, & à ses délinéations intérieures qui paroissent répondre à celles des viscères; si on examine encore sa couleur & sa consistance osseuse; si on réfléchit enfin que les calculs sont presque toujours formés par couches concentriques, comme on le voit même dans le calcul utérin rapporté par Mr. Vicq-d'Azir *, l'on conviendra facilement que ce qu'a avancé Mr. Reyneri, est bien appuyé.

Pour jeter cependant encore un plus grand jour sur cette matière, il m'auroit fallu faire l'analyse des calculs des autres parties du corps humain, & surtout celle des véritables bézoards de la matrice; mais je n'ai eu ni le tems ni le moyen de me procurer de ces différentes concrétions pour les soumettre à cette opération: cependant j'espère de pouvoir l'entreprendre dans peu de tems en me

---

* Ibidem.

proposant un autre but très-essentiel au soulagement de l'humanité souffrante.

Qu'il me soit permis en attendant de rapporter encore deux faits que j'ai observés en répétant l'analyse des calculs de vessie : ils paroîtront peut-être hors de propos, parce qu'ils ne regardent point directement la question du fœtus dont nous venons de parler ; mais je les place ici par la raison qu'ils peuvent conduire plus avant dans cette intéressante carrière d'expériences pour la connoissance intime de ces concrétions.

Les deux Savans que j'ai suivis, disent que l'acide marin ne dissout point, ou presque point les parties constituantes des calculs de la vessie ; ils ajoutent de plus, que l'acide du sucre ne décèle pas la terre calcaire de leurs dissolutions, & que par conséquent elles n'en contiennent point. Par les remarques que j'ai faites dans le mémoire touchant l'acide saccarin sur l'acide phosphorique, j'ai vu que l'acide du sel & les autres acides dissolvent assez bien la terre calcaire des calculs, & qu'elle existe réellement dans leurs dissolutions, quoique le mélange seul de l'acide du sucre ne puisse la précipiter. L'on n'a qu'à mettre dans ces mêmes dissolutions une suffisante quantité d'alcali volatil caustique, avant que d'introduire ce réagent de la terre calcaire, pour ôter la surabondance de l'acide dissolvant qui empêche son action, & alors l'on aura tout de suite un précipité de chaux sucrée.

EXPLICATION
DE LA PLANCHE VII.



FIGURE I.e

CETTE FIGURE REPRÉSENTE LA TÊTE DU FŒTUS ATTACHÉ A SON COL PAR SA FACE ANTÉRIEURE

N. 1. *Les parties antérieures, supérieures & latérales du crâne.*

N. 2. *Les fosses orbitaires dans le centre desquelles on voit une pointe qui paroît indiquer le bulbe de l'œil.*

N. 3. *Le nez ayant à son côté droit une ligne qui depuis l'angle interne de l'œil s'étend jusques à son aîle droite, formé par le défaut de la substance pierreuse.*

N. 4. *Les deux joues.*

N. 5. *Deux élévations qui relativement à leur figure & situation paroissent indiquer les oreilles.*

N. 6. *La bouche au-dessous de laquelle on voit assez distinctement le menton, & les autres parties de la machoire inférieure.*

N. 7. *Le col très-distinct dans sa partie antérieure.*

N. 8. *La face articulaire de la dernière vertèbre cervicale.*

FIGURE II.e

CETTE FIGURE FAIT APERCEVOIR LA TÊTE DU FŒTUS PAR SA FACE POSTÉRIEURE

N. 1. *Les parties postérieures, inférieures & latérales qui composent le crâne.*

N. 2. Plusieurs légères dépressions & élévations produites par le défaut de la substance pierreuse.

N. 3. La partie postérieure du col.

N. 4. La face articulaire de la dernière vertèbre comme dans la figure première.

FIGURES III.e & IV.e

CES DEUX FIGURES REPRÉSENTENT LA TÊTE DU FŒTUS SOUS LES DEUX CÔTÉS A DROITE & A GAUCHE

N. 1. Les parties supérieures, postérieures, inférieures & latérales du crâne.

N. 2. Les fosses orbitaires.

N. 3. Les côtés du nez.

N. 4. Les joues.

N. 5. Les oreilles.

N. 6. Les parties qui forment la bouche, & celles du menton.

N. 7. Les parties latérales du col.

N. 8. Les parties latérales de la face articulaire de la dernière vertèbre cervicale.

FIGURE V.e

CETTE FIGURE FAIT APERCEVOIR LE TRONC DU FŒTUS PAR SA FACE ANTÉRIEURE

N. 1. La face articulaire de la première vertèbre du dos.

N. 2. La poitrine.

N. 3. Deux protubérances irrégulières qui semblent s'être formées par l'union des extrémités supérieures.

N. 4. Le bas-ventre au milieu duquel paroît une petite élévation qui semble indiquer le nombril.

N. 5. Deux autres protubérances irrégulières qui paroissent être l'union des extrémités inférieures.

FIGURE VI.e

CETTE FIGURE REPRÉSENTE LE TRONC PAR SA PARTIE POSTÉRIEURE

N. 1. La face articulaire de la première vertèbre du dos.

N. 2. Le dos.

N. 3. Protubérance irrégulière & spongieuse de l'union des extrémités supérieures.

N. 4. Les lombes.

N. 5. Les protubérances spongieuses inférieures comme dans la figure 5.

FIGURES VII.e & VIII.e

CES DEUX FIGURES INDIQUENT LE TRONC DES DEUX CÔTÉS

N. 1. Portion de la face articulaire de la vertèbre du dos.

N. 2. Protubérances des extrémités supérieures.

N. 3. Une ligne désignant presque la division de la poitrine d'avec le bas-ventre.

N. 4. Protubérances des extrémités inférieures.

FIGURES IX.e & X.e

SECTION ÉGALE & PERPENDICULAIRE DE LA TÊTE DU FŒTUS

N. 1. Les os du crâne.

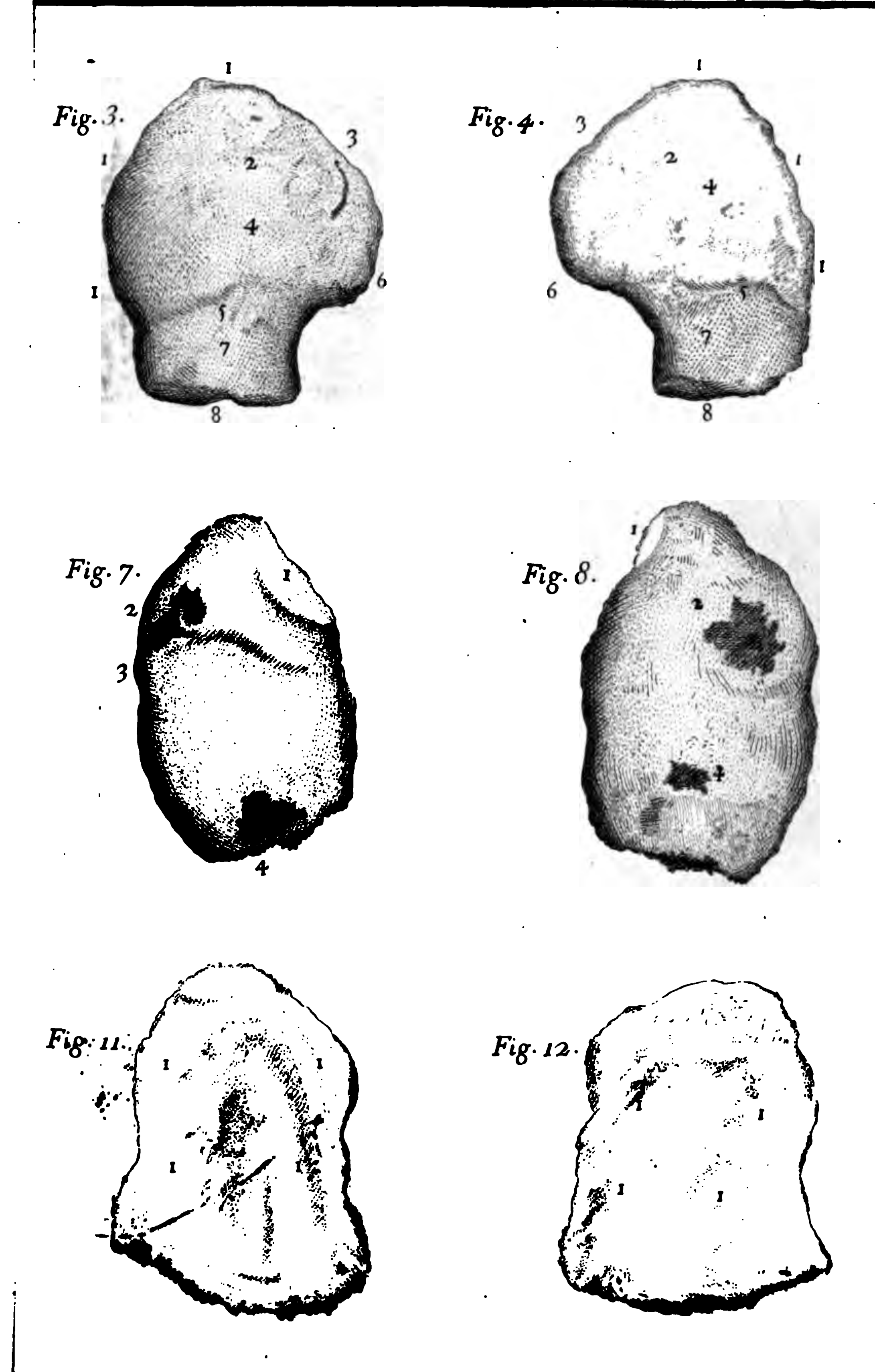
N. 2. *Portion blanchâtre qui ressemble à la substance corticale du cerveau.*

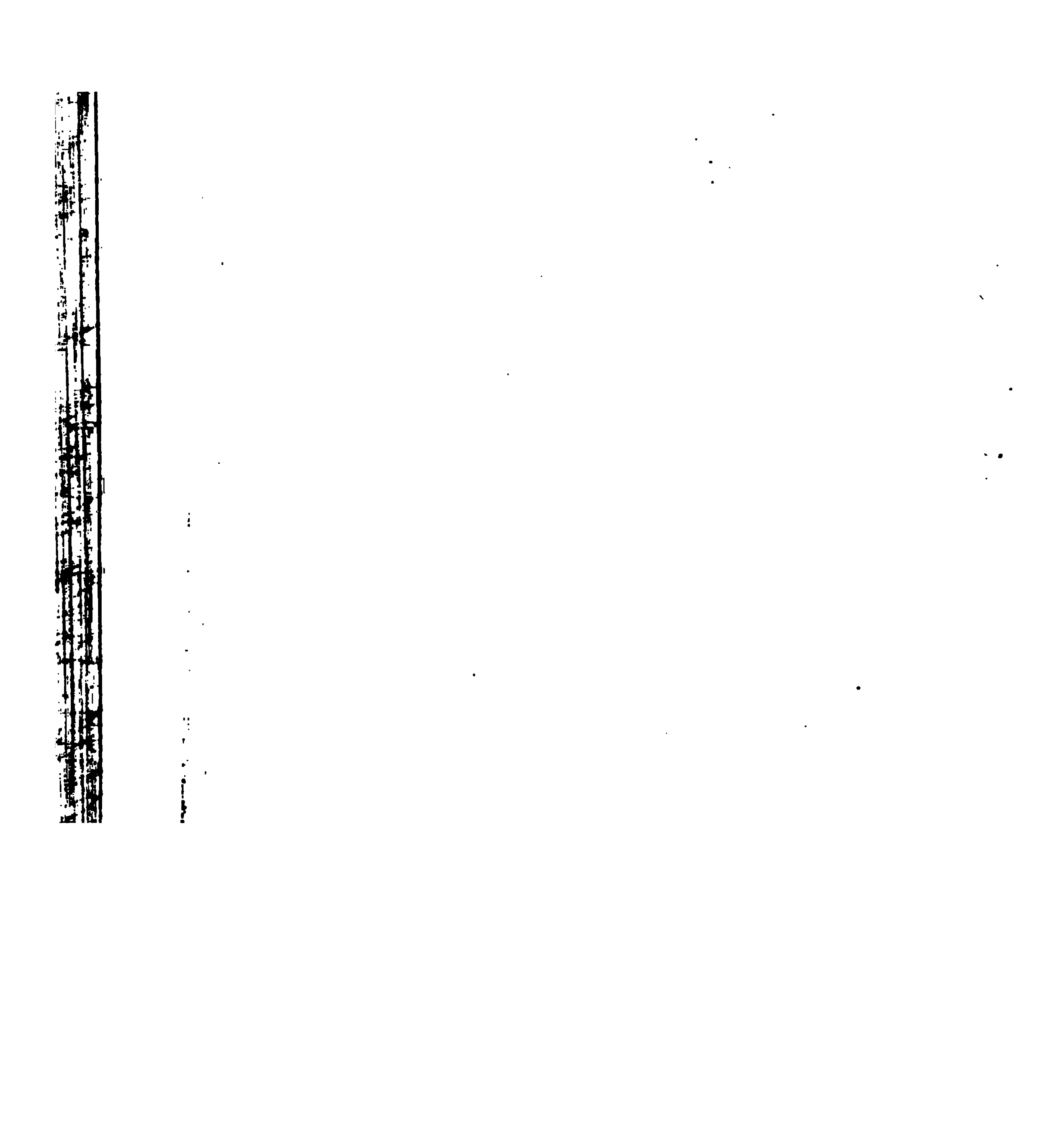
N. 3. Autre substance de couleur plus claire qui paroît désigner la substance médullaire du cerveau.

N. 4. Autre production de ces substances qui s'allongent vers la partie postérieure de la tête & du col, que l'on peut prendre pour la moelle allongée.

FIGURE XI.e & XII.e

Section perpendiculaire du tronc dont la substance intérieure N. 1. se trouvoit moins compacte que celle de la tête, & tant soit peu spongieuse.


Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 11.
Fig. 12.



OBSERVATION ANATOMIQUE

SUR UNE FILLE QUI AVOIT PASSÉ POUR ÊTRE NÉE SANS NOMBRIL.

PAR M.r PENCHIENATI

La nature ne suit pas toujours précisément les mêmes loix dans la production des individus: elle s'en écarte quelquefois, de manière que l'observateur qui ne l'a pas suivie de près, se trouve embarrassé à donner la raison de ces changemens.

Le sujet de l'observation dont il s'agit est une preuve de ce que je viens d'avancer. L'an 1780 au mois de septembre, la femme d'un habitant de Saorgio nommé Grillo se trouvant toute seule à un mille loin de ce village, accoucha d'une fille qu'elle porta chez elle sans cordon ombilical, enveloppée dans son tablier. Ne faisant point réflexion qu'il avoit pu se détacher du corps de la fille au moment de sa naissance, comme il arrive parmi les animaux, on crut qu'elle étoit véritablement née sans nombril. Ce cas particulier surprit non seulement les habitans du village, mais encore les gens de l'art, qui ne savoient concevoir ni comment cette fille avoit pu se nourrir dans le ventre de la mère, ni comment elle pouvoit jouir d'une parfaite santé. Cet embarras fut cause qu'on se détermina à m'écrire à Nice pour l'aller voir; & ce ne fut que quatre jours après sa naissance que je la visitai avec le médecin & le chirurgien de l'endroit. Je n'apperçus d'abord aucune marque de nombril ni dans tout le trajet de la ligne blanche, ni dans le reste du ventre; mais ayant ensuite examiné les parties extérieures de la génération, que je trouvai toutes

mouillées, enflées & très-douloureuses, je vis dans l'endroit où est naturellement situé le clitoris, une espèce de bouton rouge qui étoit enfoncé &, pour ainsi dire, caché au milieu des parties boursouflées. Ce bouton qui avoit un petit trou par où s'écouloit l'urine, me fit voir que c'étoit-là l'endroit d'où s'étoit détaché le cordon ombilical, & que le trou par où sortoit l'urine répondoit à l'ouraque alors ouvert, ainsi qu'on l'a observé dans le nombril de quelques enfans.

A mon départ je priai le médecin, le chirurgien & le curé de me donner de tems en tems des nouvelles de cette fille, & de m'en envoyer même le cadavre au cas qu'elle vînt à mourir. Mais quatre ans après voyant qu'ils ne m'en faisoient parvenir aucune, je leur écrivis de me mander ce qui en étoit. Voici le rapport qu'ils m'en firent. " La fille dont vous nous
„ demandez des nouvelles, jouit d'une assez bonne santé,
„ mais elle a dans les parties génitales une tumeur de la gros-
„ seur d'un œuf de poule, dont la base se trouve appuyée
„ sur le vagin: il sort par deux trous des parties de cette tu-
„ meur quelques gouttes d'urine, qui augmentent à mesure
„ qu'elle pleure & que l'on comprime le ventre, ou la tumeur
„ même. Le reste des parties de la génération est occupé par
„ cette tumeur, & l'on n'y voit ni nymphes, ni autres parties
„ externes.

Je jugeai d'après cet exposé, que la tumeur devoit être une hernie de la vessie, & que les deux trous par où sortoit l'urine répondoient probablement l'un à l'ouraque qui continuoit d'être ouvert, & l'autre à l'urètre qui n'étoit plus reconnoissable, à cause du changement arrivé dans la situation de la vessie. Ce dernier trou avoit échappé à ma vue lorsque j'exa-

minai cette enfant, parce qu'elle poussoit tant de cris en lui touchant ces parties, que je ne voulus pas la tourmenter davantage.

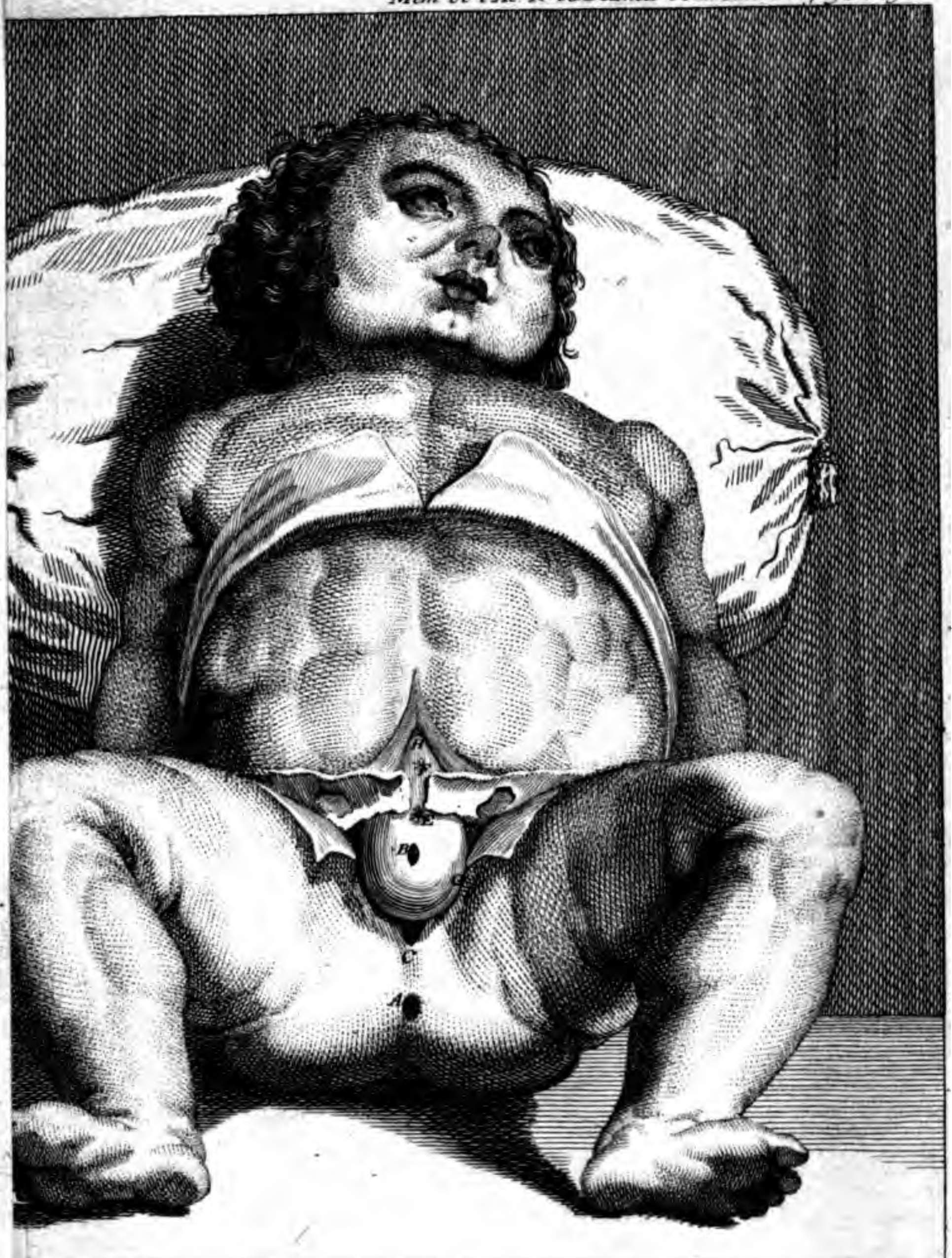
Sept mois après, le chirurgien m'apprit la mort de cette fille, & me fit part des observations qu'il avoit faites dans la dissection du cadavre. Il remarqua d'abord une tumeur de la grosseur d'un œuf de dinde, couverte des tégumens communs qui paroissent au-dessus & au-dessous des os du pubis; dans la partie la plus élevée de la tumeur, & un peu à droite il y avoit une éminence en forme de mamelon avec des rides à l'entour; c'étoit de cette éminence que sortoit l'urine, lorsque l'on comprimoit le ventre, ainsi qu'on l'a déjà fait remarquer: il trouva le trou de cette éminence fermé, & l'urine sortoit de l'autre trou qui étoit probablement celui de l'urètre. Les os du pubis étoient écartés l'un de l'autre de l'épaisseur de trois doigts; ils se terminoient en une espèce de pointe où étoient attachées les extrémités inférieures des muscles droits; ces muscles, pour s'accommoder à la convexité de la partie supérieure de la tumeur, étoient en cet endroit poussés en avant en forme d'arc. Les grandes lèvres étoient marquées par une espèce de pli cutané aux parties latérales de la tumeur; mais l'on ne voyoit ni clitoris, ni nymphes, quoiqu'il y eût au bas de la même tumeur l'orifice du vagin, qui se continuoit jusqu'au cou de la matrice, comme dans l'état naturel. La tumeur étoit occasionnée par une hernie de la vessie, ainsi que je l'avois soupçonné d'après la première relation.

Ce qui auroit pu nous intéresser davantage, c'auroit été de savoir si la veine ombilicale suivoit la ligne blanche, ou bien si elle alloit aboutir dans une des veines iliaques, ou dans la

veine cave ; mais, quoique j'en eusse demandé compte, l'on me répondit là-dessus que tout étoit confondu avec la vessie. Il est néanmoins très-probable que le trou qui s'étoit fermé avant la mort, étoit celui qui répondoit à l'ouraque, & que celui qui a continué d'être ouvert, étoit la véritable urètre. L'éminence en forme de mamelon, & les rides qui se trouvoient à l'entour de ce trou, en sont une preuve.

Saviard, dans son observation 118, assure d'avoir vu un enfant âgé de deux mois, qui avoit le nombril placé très-proche du pubis ; mais ce cas est bien différent du nôtre ; car l'endroit où avoit été attaché le cordon ombilical étoit visible, au lieu que dans celui-ci on n'a remarqué aucune trace de cordon dans le bas ventre, & que l'endroit où il étoit attaché, étoit caché par le gonflement des parties, & qu'il s'étoit même déchiré, sans que personne eût pu voir où il étoit situé. Tout le monde auroit cru que cette fille étoit née sans cordon ombilical, & qu'elle s'étoit nourrie par la bouche dans l'utérus, ainsi que le prétendent quelques Auteurs, quoique le fœtus ait le cordon ; mais l'expérience a démontré le contraire.

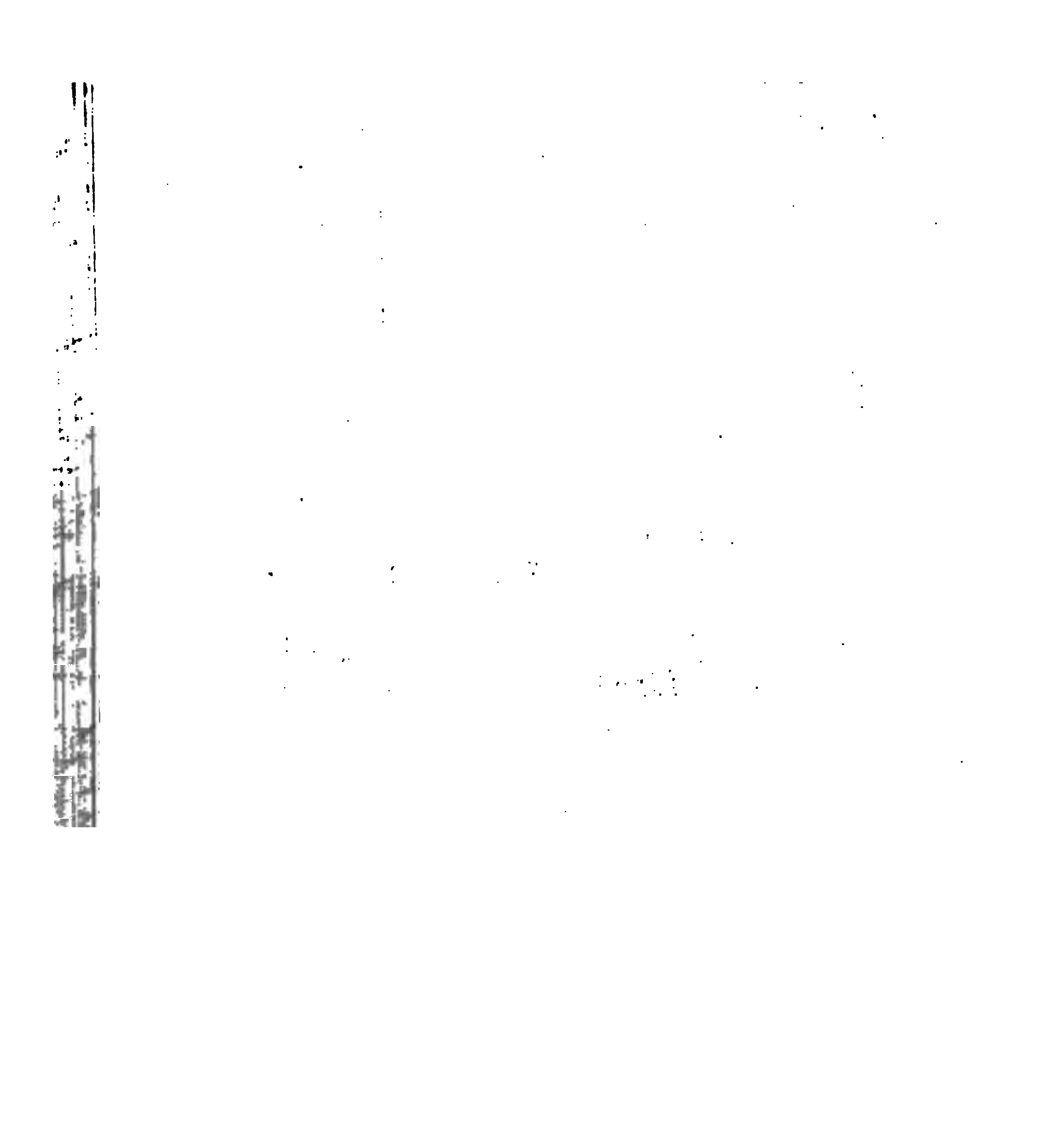
J'ai pensé qu'il seroit à propos de faire graver deux planches, l'une pour représenter les parties génitales de cette fille, telles que je les trouvai après sa naissance (voy. Planche VIII) & l'autre pour les faire voir telles qu'on les a observées après sa mort (voy. Pl. IX). L'on peut ainsi connoître la différence qu'il y a entre ces deux époques, & s'appercevoir des progrès qu'a faits la hernie de la vessie.

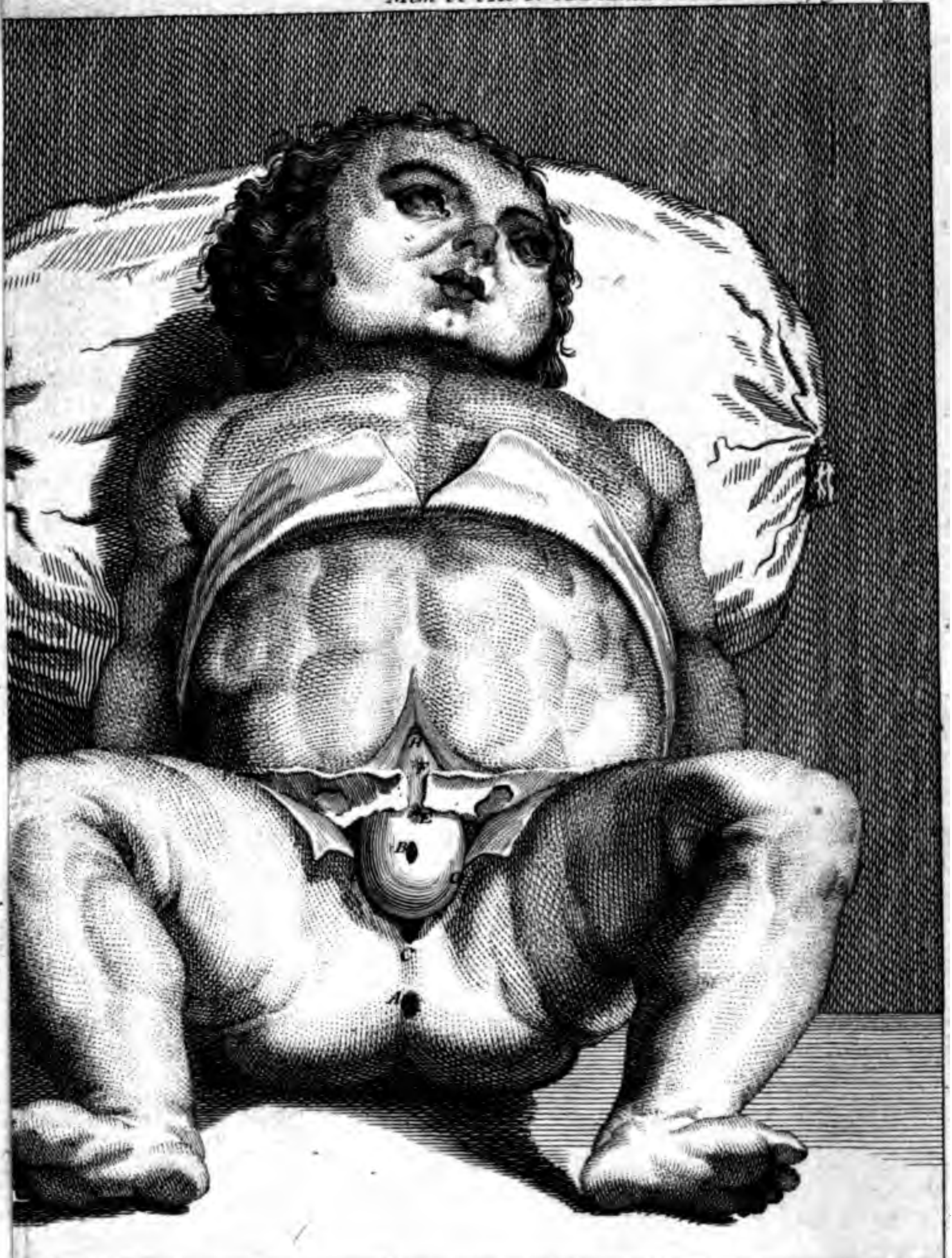


nus
rètre
rture externe du Vagin
tie droite de la tumeur faite
la vessie
trice du Cordon Ombilical déchiré

F · Simphyse des os pubis écartée par la tumeur de la vessie
G · Partie gauche de la tumeur faite par la vessie
H · Vide laissé par les muscles piramidaux poussés par la tumeur de la vessie

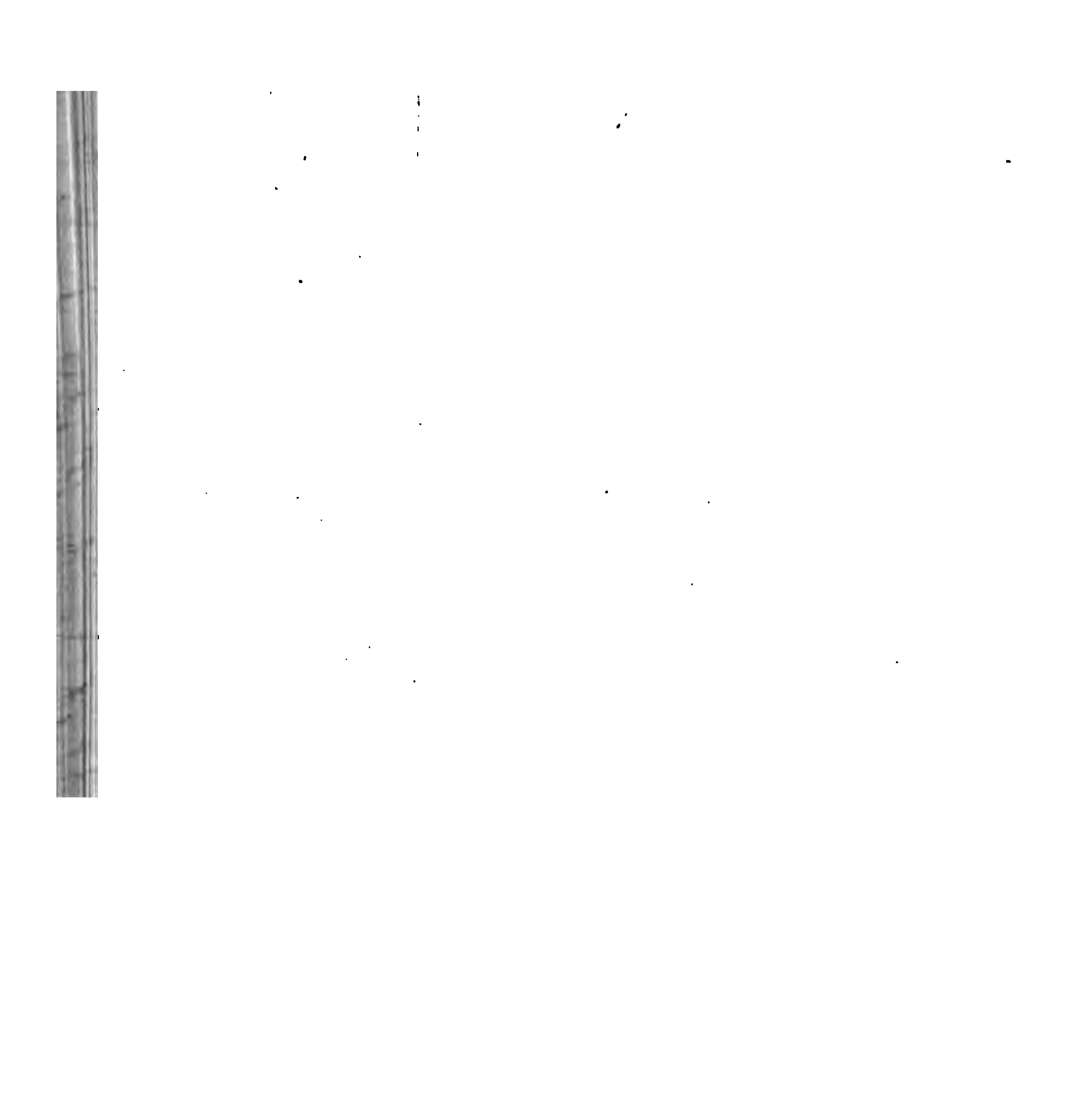
Valperga sculp.





[A]nus	F. Simphyse des os pubis écartée par la tumeur de la vessie
[U]rètre	G. Partie gauche de la tumeur faite par la vessie
[Ouve]rture externe du Vagin	H. Vide laissé par les muscles piramidaux poussés par la tumeur de la vessie
[Par]tie droite de la tumeur faite [par] la vessie	
[Cicat]rice du Cordon Ombilical déchiré	

Valperga sculp.



RÉFLEXIONS

SUR QUELQUES SÉRIES

PAR M.r L'ABBÉ GIANELLA

J'entreprends de parcourir & de tirer des principes les plus simples les séries, qu'on rencontre le plus souvent dans le calcul. L'ordre se présente de lui même*:* la méthode fournira de nouvelles vérités, ou pour le moins de nouvelles réflexions.

§. I

Réflexions sur les puissances de $1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \dots$

1. En faisant généralement

$$(1 + ax + bx^2 + cx^3 + dx^4 \dots)^n = 1 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + Ex^5 + \dots$$

on a

$$A = na$$

$$B = \tfrac{n-1}{2}aA + \tfrac{2n}{2}b$$

$$C = \tfrac{n-2}{3}aB + \tfrac{2n-1}{3}bA + \tfrac{3n}{3}c$$

$$D = \tfrac{n-3}{4}aC + \tfrac{2n-2}{4}bB + \tfrac{3n-1}{4}cA + \tfrac{4n}{4}d$$

$$E = \tfrac{n-4}{5}aD + \tfrac{2n-3}{5}bC + \tfrac{3n-2}{5}cB + \tfrac{4n-1}{5}dA + \tfrac{5n}{5}e$$

. . . .

Que l'on fasse $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$, $c = -\frac{1}{4}$, $d = \frac{1}{5}$, $e = -\frac{1}{6}$ ....
& $Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \frac{x^5}{6} + \dots$, & soit

d d d

$Z^n = 1 - Ax + Bx^2 - Cx^3 + Dx^4 - Ex^5 + \ldots$ en substituant ces valeurs de $a, b, c, \ldots$ dans celles de A, B, C, ... & en multipliant la première ligne par $\frac{1}{n+2}$, la seconde par $\frac{2}{n+3}$, la troisième par $\frac{3}{n+4}$ &c. ...., & en trasposant on a

$$\frac{1}{n+2}A - \frac{n}{2(n+2)} = 0$$

$$\frac{2}{n+3}B - \frac{n-1}{2(n+3)}A - \frac{2n}{3(n+3)} = 0$$

$$\frac{3}{n+4}C - \frac{n-2}{2(n+4)}B - \frac{2n-1}{3(n+4)}A - \frac{3n}{4(n+4)} = 0$$

$$\frac{4}{n+5}D - \frac{n-3}{2(n+5)}C - \frac{2n-2}{3(n+5)}B - \frac{3n-1}{4(n+5)}A - \frac{4n}{5(n+5)} = 0$$

. . . .

2. Soit $Z^{n+1} = 1 - A'x + B'x^2 - C'x^3 + D'x^4 - \ldots\ldots$, & qu'on multiplie $Z^n = 1 + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \ldots$ par $Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \ldots\ldots$ en comparant les coèfficiens des deux valeurs de Z^{n+1} l'on a

$$A' = \tfrac{1}{2} + A$$

$$B' = \tfrac{1}{3} + \tfrac{A}{2} + B$$

$$C' = \tfrac{1}{4} + \tfrac{A}{3} + \tfrac{B}{2} + C$$

$$D' = \tfrac{1}{5} + \tfrac{A}{4} + \tfrac{B}{3} + \tfrac{C}{2} + D$$

$$E' = \tfrac{1}{6} + \tfrac{A}{5} + \tfrac{B}{4} + \tfrac{C}{3} + \tfrac{D}{2} + E$$

F' = ...

. . . .

Que l'on fasse dans ces valeurs de A', B', C', ... les substitutions suivantes, dont la loi est manifeste

$$\text{en A}' \left| \frac{n+1}{n+2} - \frac{n}{2.\overline{n+2}} = \frac{1}{2} \right| \frac{n+1}{n+2} + \frac{1}{n+2} = 1$$

$$\text{en B}' \left| \frac{n+1}{n+3} - \frac{2n}{3.\overline{n+3}} = \frac{1}{3} \right| \frac{n+1}{n+3} - \frac{n-1}{2.\overline{n+3}} = \frac{1}{2} \left| \frac{n+1}{n+3} + \frac{2}{n+3} = 1 \right.$$

$$\text{en C}' \left| \frac{n+1}{n+4} - \frac{3n}{4.\overline{n+4}} = \frac{1}{4} \right| \frac{n+1}{n+4} - \frac{2n-1}{3.\overline{n+4}} = \frac{1}{3} \left| \frac{n+1}{n+3} - \frac{n-2}{2.\overline{n+3}} = \frac{1}{2} \right| \frac{n+1}{n+4} + \frac{3}{n+4} = 1$$

en D' . . . .

& en écrivant en premier lieu tous les termes, qui ont pour facteur $n+1$, & en détachant un peu tous les autres l'on a

$$A' = \frac{n+1}{n+2} + \frac{n+1}{n+2}A \qquad + \frac{1}{n+2}A - \frac{n}{n+2}$$

$$B' = \frac{n+1}{n+3} + \frac{n+1}{n+3}A + \frac{n+1}{n+3}B \qquad + \frac{2}{n+3}B - \frac{n-1}{2.\overline{n+3}}A - \frac{2n}{3.\overline{n+3}}$$

$$C' = \frac{n+1}{n+4} + \frac{n+1}{n+4}A + \frac{n+1}{n+4}B + \frac{n+1}{n+4}C \qquad + \frac{3}{n+4}C - \frac{n-2}{2.\overline{n+4}}B - \frac{2n-1}{3.\overline{n+4}}A - \frac{3n}{4.\overline{n+4}}$$

$$D' = \frac{n+1}{n+5} + \frac{n+1}{n+5}A + \frac{n+1}{n+5}B + \frac{n+1}{n+5}C + \frac{n+1}{n+5}D \qquad + \frac{4}{n+5}D - \frac{n-3}{2.\overline{n+5}}C - \frac{2n-2}{3.\overline{n+5}}B - \frac{3n-1}{4.\overline{n+5}} - \frac{4n}{5.\overline{n+5}}$$

E' = ...

Or (1) dans chaque suite la somme des termes détachés est $= 0$. Il ne reste donc pour la valeur de A', B', C', ... que les termes, qui ont $n+1$ pour facteur, & qui avec une simple réduction sont

$$A' = \frac{n+1}{n+2} + \frac{n+1}{n+2}A$$

$$B' = \frac{n+2}{n+3}\left(\frac{n+1}{n+2} + \frac{n+1}{n+2}A\right) + \frac{n+1}{n+3}B$$

$$C' = \frac{n+3}{n+4}\left(\frac{n+1}{n+3} + \frac{n+1}{n+3}A + \frac{n+1}{n+3}B\right) + \frac{n+1}{n+4}C$$

$$D' = \frac{n+4}{n+5}\left(\frac{n+1}{n+4} + \frac{n+1}{n+4}A + \frac{n+1}{n+4}B + \frac{n+1}{n+4}C\right) + \frac{n+1}{n+5}D.$$

$E' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

& les termes renfermés entre la parenthèse ( ) étant successivement égaux à A', B', C', ... on a

$$A' = \frac{n+1}{n+2} + \frac{n+1}{n+2}A$$

$$B' = \frac{n+2}{n+3}A' + \frac{n+1}{n+3}B$$

$$C' = \frac{n+3}{n+4}B' + \frac{n+1}{n+4}C$$

$$D' = \frac{n+4}{n+5}C' + \frac{n+1}{n+5}D$$

$$E' = \frac{n+5}{n+6}D' + \frac{n+1}{n+5}E$$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

3. Ayant supposé $Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \ldots$ soit

$Z^2 = 1 - Ax + Bx^2 - Cx^3 + Dx^4 - Ex^5 + \ldots$

$Z^3 = 1 - A'x + B'x^2 - C'x^3 + D'x^4 - E'x^5 + \ldots$

$Z^3 = 1 - A''x + B''x^2 - C''x^3 + D''x^4 - E''x^5 + \ldots$

$Z^4 = 1 - A'''x + B'''x^2 - C'''x^3 + D'''x^4 - E'''x^5 + \ldots$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

& ayant fait successivement $n = 1, 2, 3, \ldots$, avec les valeurs trouvées pour les coèfficiens dans le nombre précédent on a

$A = \frac{2}{3} + \frac{2}{3\cdot 2}$	$B = \frac{3}{4}A + \frac{2}{4\cdot 3}$	$C = \frac{4}{5}B + \frac{2}{5\cdot 4}$	$D = \frac{5}{6}C + \frac{2}{6\cdot 5}$	$E = \frac{6}{7}D + \frac{2}{7\cdot 6}$	...
$A' = \frac{3}{4} + \frac{3}{4}A$	$B' = \frac{4}{5}A' + \frac{3}{5}B$	$C' = \frac{5}{6}B' + \frac{3}{6}C$	$D' = \frac{6}{7}C' + \frac{2}{7}D$	$E' = \frac{7}{8}D' + \frac{3}{8}E$	...
$A'' = \frac{4}{5} + \frac{4}{5}A'$	$B'' = \frac{5}{6}A'' + \frac{4}{6}B'$	$C'' = \frac{6}{7}B'' + \frac{4}{7}C'$	$D'' = \frac{7}{8}C'' + \frac{4}{8}D'$	$E'' = \frac{8}{9}D'' + \frac{4}{9}E'$	...
$A''' = \frac{5}{6} + \frac{5}{6}A''$	$B''' = \frac{6}{7}A''' + \frac{5}{7}B''$	$C''' = \frac{7}{8}B''' + \frac{5}{8}C''$	$D''' = \frac{8}{9}C''' + \frac{5}{9}D''$	$E''' = \frac{9}{10}D''' + \frac{5}{10}E''$	...

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

en substituant & en réduisant

$$A = \frac{1+1.\,2}{3} = \frac{3}{3} \quad B = \frac{2+3.\,3}{3.\,4} = \frac{11}{3.\,4} \quad C = \frac{2.\,3+11.\,4}{3.\,4.\,5} = \frac{50}{3.4.5}$$

$$A' = \frac{3+1.\,3}{4} = \frac{6}{4} \quad B' = \frac{11+6.\,4}{4.\,5} = \frac{35}{4.\,5} \quad C' = \frac{50+35.\,5}{4.\,5.\,6} = \frac{225}{4.5.6}$$

$$A'' = \frac{6+1.\,4}{5} = \frac{10}{5} \quad B'' = \frac{35+10.\,5}{5.\,6} = \frac{85}{5.\,6} \quad C'' = \frac{225+85.\,6}{5.\,6.\,7} = \frac{735}{5.6.7}$$

$$A''' = \frac{10+1.\,5}{6} = \frac{15}{6} \quad B''' = \frac{85+15.\,6}{6.\,7} = \frac{175}{6.\,7} \quad C''' = \frac{735+175.\,7}{6.\,7.\,8} = \frac{1960}{6.7.8}$$

. . . .

$$D = \frac{2.\,3.\,4+50.\,5}{3.\,4.\,5.\,6} = \frac{274}{3.4.5.6} \quad E = \ldots\ldots \quad F = \ldots\ldots$$

$$D' = \frac{274+225.\,6}{4.\,5.\,6.\,7} = \frac{1624}{4.5.6.7} \quad E' = \ldots\ldots \quad F' = \ldots\ldots$$

$$D'' = \frac{1624+735.\,7}{5.\,6.\,7.\,8} = \frac{6769}{5.6.7.8} \quad E'' = \ldots\ldots \quad F'' = \ldots\ldots$$

$$D''' = \frac{6769+1960.\,8}{6.\,7.\,8.\,9} = \frac{22449}{6.7.8.9} \quad E''' = \ldots\ldots \quad F''' = \ldots\ldots$$

. . . .

De là

$$Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \frac{x^5}{6} + \ldots, \text{ ou}$$

$$Z = 1 - \frac{1}{2}\,x + \frac{2}{2.\,3}\,x^2 - \frac{2.\,3}{2.\,3.\,4}\,x^3 + \frac{2.\,3.\,4}{2.\,3.\,4.\,5}\,x^4 - \ldots$$

$$Z^2 = 1 - \frac{1+1.\,2}{3}\,x + \frac{2+3.\,3}{3.\,4}\,x^2 - \frac{2.\,3+11.\,4}{3.\,4.\,5}\,x^3 + \frac{2.\,3.\,4+50.\,5}{3.\,4.\,5.\,6}\,x^4 - \ldots$$

$$Z^3 = 1 - \frac{3+1.\,3}{4}\,x + \frac{11+6.\,4}{4.\,5}\,x^2 - \frac{50+35.\,5}{4.\,5.\,6}\,x^3 + \frac{274+225.\,6}{4.\,5.\,6.\,7}\,x^4 - \ldots$$

$$Z^4 = 1 - \frac{6+1.\,4}{5}\,x + \frac{35+10.\,5}{5.\,6}\,x^2 - \frac{225+85.\,6}{5.\,6.\,7}\,x^3 + \frac{1624+735.\,7}{5.\,6.\,7.\,8}\,x^4 - \ldots$$

$$Z^5 = 1 - \frac{10+1.\,5}{6}\,x + \frac{85+15.\,6}{6.\,7}\,x^2 - \frac{735+175.\,7}{6.\,7.\,8}\,x^3 + \frac{6769+1960.\,8}{6.\,7.\,8.\,9}\,x^4 - \ldots$$

. . . .

La loi des coèfficiens dans les diviseurs est claire : dans les numérateurs c'est la suivante. Soit N le numérateur du coèfficient du terme r.^{me} de Z^m, N sera *la somme du numérateur du terme r.^{me} de Z^{m-1}, & du numérateur du terme $\overline{r-1}^{me}$ de Z^m multipliée par $m + r - 2$.*

4. Multipliez successivement entr'eux 1, $\frac{n}{1}$, $\frac{n-1}{2}$, $\frac{n-2}{3}$, $\frac{n-3}{4}$, $\frac{n-4}{5}$, ... & vous aurez

$$1 = 1$$

$$\frac{n}{1} = \frac{n}{1}$$

$$\frac{n.\,n-1}{1.\,2} = \frac{n^2 - n}{1.\,2}$$

$$\frac{n.\,n-1.\,n-2}{1.\,2.\,3} = \frac{n^3 - (1 + 1.2)\,n^2 + 2n}{1.\,2.\,3.\,4}$$

$$\frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3}{1.\,2.\,3.\,4} = \frac{n^4 - (3+1.3)\,n^3 + (2+3.3)\,n^2 - 2.\,3\,n}{1.\,2.\,3.\,4}$$

$$\frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.\,2.\,3.\,4.\,5} = \frac{n^5 - (6+1.4)\,n^4 + (11+6\,4)\,n^3 - (2.3+11.4)\,n^2 + 2.3.4.n}{1.\,2.\,3.\,4.\,5}$$

$$\frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3.\,n-4.\,n-5}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6} = \frac{n^6 - (10+1.5)\,n^5 + (35+10.5)\,n^4 - (50+35.5)\,n^3 + (2.3.4.+50.5)\,n^2 - 2.3.4.5}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6}$$

. . . .

La loi des coèfficiens est évidente dans les diviseurs : dans les dénominateurs c'est celle qui suit. Soit R^m un membre quelconque des seconds membres, & m l'exposant maximum de n. Le numérateur d'un terme quelconque r.^{me} sera *la somme du numérateur du terme r.^{me} de R^{m-1}, & du numérateur du terme $\overline{r-1}$.^{me} de R^m multipliée par m.*

Qu'on multiplie successivement soit 1, n, $\frac{n.\,n-1}{1.\,2}$, $\frac{n.\,n-1.\,n-2}{1.\,2.\,3}$, ... soit leurs valeurs par x, x^2, x^3 ..... qu'on fasse les som-

mes des premiers membres & des seconds, la somme des premiers est $1 + \frac{n}{1}x + \frac{n.n-1}{1.2}x^2 + \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}x^3 + \ldots = (1+x)^n$, & en ordonnant par n les seconds membres, par de simples réductions on a

$$(1+x)^n = \left\{\begin{array}{l} 1 \\ +\frac{nx}{1}\left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{2}{2.3}x^2 - \frac{2.3}{2.3.4}x^3 + \frac{2.3.4}{2.3.4.5}x^4 - \ldots\right) \\ +\frac{n^2x^2}{1.2}\left(1 - \frac{1+1.2}{3}x + \frac{2+3.3}{3.4}x^2 - \frac{2.3+11.4}{3.4.5}x^3 + \ldots\right) \\ \frac{n^3x^3}{1.2.3}\left(1 - \frac{3+1.3}{4}x + \frac{11+6.4}{4.5}x^3 - \frac{50+35.5}{4.5.6}x^3 + \ldots\right) \\ \frac{n^4x^4}{1.2.3.4}\left(1 - \frac{6+1.4}{5}x + \frac{35+10.5}{5.6} - \frac{225+85.6}{5.6.7}x^3 + \ldots\right) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

Dans les termes renfermés entre la parenthèse ( ) la loi des numérateurs des coèfficiens est identique avec celle qu'on vient d'exposer pour les coèfficiens successifs de Z, Z^2, Z^3 .... & les mêmes termes sont les mêmes puissances successives de Z. C'est pourquoi étant donné

$Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \ldots$ on a

$(1+x)^n = 1 + \frac{nxZ}{1} + \frac{n^2x^2Z^2}{1.2} + \frac{n^3x^3Z^3}{1.2.3} + \frac{n^4x^4Z^4}{1.2.3.4} + \ldots$

& en faisant $n = 1$, & en ôtant le terme commun 1,

$x = \frac{xZ}{1} + \frac{x^2Z^2}{1.2} + \frac{x^3Z^3}{1.2.3} + \frac{x^4Z^4}{1.2.3.4} + \frac{x^5Z^5}{1.2.3.4.5} + \ldots$

5. Réciproquement ayant $(1+x)^n = 1 + \frac{nxZ}{1} + \frac{n^2x^2Z^2}{1.2}$
$+ \frac{n^3x^3Z^3}{1.2.3} + \ldots\ldots$

on aura $Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \ldots\ldots$

Car en développant le binome $(1+x)^n$, & en faisant les multiplications des coèfficiens n, $n-1$, $n-2$, ..., & en

ordonnant par n, & en faisant par le nombre précédent $Z' = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \ldots$ on aura

$$1 + \frac{nxZ'}{1} + \frac{n^2 x^2 Z'^2}{1.2} + \ldots = 1 + \frac{nxZ}{1} + \frac{n^2 x^2 Z^2}{1.2} + \ldots$$

& pouvant regarder les deux membres comme identiques on aura $Z = Z' = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{5} - \ldots$

De même supposant $n = 1$, ayant $x = \frac{xZ}{1} + \frac{x^2 Z^2}{1.2} + \frac{x^3 Z^3}{1.2.3} + \frac{x^4 Z^4}{1.2.3.4} + \ldots$ on aura la même valeur de

$$Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{4} + \ldots$$

6. Faites $1 + x = 1 + a$, $xZ = aZ = M$, & les deux séries $Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \ldots$, $x = \frac{xZ}{1} + \frac{x^2 Z^2}{1.2} + \ldots$ se réduiront à ces deux autres.

1.ère $M = a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^4}{4} + \frac{a^5}{5} - \ldots$

2.de $a = M + \frac{M^2}{1.2} + \frac{M^3}{1.2.3} + \frac{M^4}{1.2.3.4} + \ldots$

dont une étant donnée on déduira l'autre.

La série $(1 + x)^n = 1 + \frac{nxZ}{1} + \frac{n^2 x^2 Z^2}{1.2} + \ldots$ ou bien $(1 + x)^n = (1 + a)^n = 1 + y$, se réduit à cette

3.me $y = nM + \frac{n^2 M^2}{1.2} + \frac{n^3 M^3}{1.2.3} + \frac{n^4 M^4}{1.2.3.4} + \ldots$

De la même manière que l'on a la première de la seconde, on aura la quatrième de la troisième

4.me $nM = y - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} + \frac{y^5}{5} - \ldots$

On voit par là qu'en prenant $1 + a$ pour base d'un système quelconque de logarithmes, M sera le module, n le logarithme de $1 + y$, & que les quatre suites précédentes sont celles qui comprennent toute la théorie des logarithmes,

déduite de la simple considération des puissances de $Z = 1 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{3} - \ldots$ transformées par de simples substitutions régulières, sans avoir recours aux méthodes pour le retour des séries.

§. II

Réflexions sur la somme des puissances des nombres naturels.

1. Soit $1^m, 2^m, 3^m, 4^m, \ldots\ldots n^m$ une série arithmétique formée des puissances m des nombres naturels, & en nommant T le terme $n.^{me}$ soit $T = n^m$: soit S la somme des termes n, s la somme des termes $n - 1$; de la théorie générale des suites arithmétiques on a

$$S = An^{m+1} + Bn^m + Cn^{m-1} + Dn^{m-2} + \ldots + Gn.$$

$$s = A(n-1)^{m+1} + B(n-1)^m + C(n-1)^{m-1} + D(n-1)^{m-2} + \ldots + G(n-1)$$

Or il est clair que $S - s$ est le terme $n.^{me}$ de la suite, dans laquelle la somme des termes n est S, & celle des termes $n - 1$ est s; & que par conséquent T est identique avec $S - s$; donc les deux membres suivans

$$n^m = An^{m+1} + Bn^m + Cn^{m-1} + \ldots \left(A(n-1)^{m+1} + B(n-1)^m + C(n-1)^{m-1} + \ldots\right)$$ sont identiques.

Il suit de là qu'en développant les puissances de $n - 1$, & en ordonnant par n, les coèfficiens des deux membres seront égaux, & on aura autant d'équations qu'il y a de coèfficiens A, B, C, ... & par leur moyen on déterminera les mêmes coèfficiens.

Par cette méthode l'on a $A = \frac{1}{m+1}$, $B = \frac{m+1}{2} A = \frac{1}{2}$, il résulte aussi que les valeurs de C, D, E, ... ont succes-

sivement les facteurs m, $\frac{m.\,m-1}{1}$, $\frac{m.\,m-1.\,m-2}{1.2}$, $\frac{m.\,m-1.\,m-2.\,m-3}{1.\,2.\,3}$ ... C'est pourquoi l'on pourra plus facilement donner à la valeur de S la forme de

$$S = \frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{1}{2}n^m + mAn^{m-1} + \frac{m.\,m-1}{1}Bn^{m-2} + \frac{m.\,m-1.\,m-2}{1.\,2}Cn^{m-3} + \frac{m.\,m-1.\,m-2.\,m-3}{1.\,2.\,3}Dn^{m-4} + \ldots\ldots$$

& en substituant à n, $n-1$ on aura pour s une valeur semblable.

En appliquant à la valeur de $S - s$ la méthode que nous venons d'indiquer pour trouver les nouveaux coëfficiens A, B, C, on obtient les équations suivantes.

$$\frac{1}{1.2.3} - \frac{1}{2.1.2} + \frac{A}{1.1} = 0$$

$$-\frac{1}{1.2.3.4} + \frac{1}{2.1.2.3} - \frac{A}{1.1.2} + \frac{B}{1.1} = 0$$

$$\frac{1}{1.2.3.4.5} - \frac{1}{2.1.2.3.4} + \frac{A}{1.1.2.3} - \frac{B}{1.1.2} + \frac{C}{1.2.1} = 0$$

$$-\frac{1}{1\ldots6} + \frac{1}{2.1\ldots5} - \frac{A}{1.1.2.3.4} + \frac{B}{1.1.2.3} - \frac{C}{1.2.1.2} + \frac{D}{1.2.3.1} = 0$$

$$\frac{1}{1\ldots7} - \frac{1}{2.1\ldots6} + \frac{A}{1.1\ldots5} - \frac{B}{1.1.2.3.4} + \frac{C}{1.2.1.2.3} - \frac{D}{1.2.3.1.2} + \frac{E}{1.2.3.4.1} = 0$$

ou bien en transposant, & en réduisant tous les premiers membres à 1.

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 2A$$

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3A - \frac{3.2}{1}B$$

$$1 = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + 4A - \frac{4.3}{1}B + \frac{4.3.2}{1.2}C$$

$$1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 5A - \frac{5.4}{1}B + \frac{5.4.3}{1.2}C - \frac{5.4.3.2}{1.2.3}D$$

$$1 = \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + 6A - \frac{6.5}{1}B + \frac{6.5.4}{1.2}C - \frac{6.5.4.3}{1.2.3}D + \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4}E$$

. . . .

En calculant les valeurs de A, B, C, ... on trouve qu'elles sont alternativement $= 0$. Ce qui se démontre de la manière suivante.

2. *Théor.* Si $S = \frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{n^m}{2} + m.An^{m-1} + \frac{m.\, m-1}{1}$ $Bn^{m-2} + \ldots\ldots$ est la somme des termes n de la suite 1^m, 2^m, 3^m ..... on aura $B = D = F = H \ldots\ldots = 0$.

Dém. Puisqu'en général $S = \frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{n^m}{2} + m\,A\,n^{m-1}$ $+ \frac{m.\, m-1}{1} Bn^{m-2} + \frac{m.\, m-1.\, m-2}{1.2} Cn^{m-3} + \ldots\ldots$

Cette formule aura entièrement lieu en faisant $n = 1$, dans lequel cas on a toujours $S = 1$, & en faisant successivement $m = 2, 3, 4, \ldots$ on a par conséquent:

$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 2A$

$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3A + \frac{3.2}{1} B$

$1 = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + 4A + \frac{4.3}{1} B + \frac{4.3.2}{1.2} C$

$1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 5A + \frac{5.4}{1} B + \frac{5.4.3}{1.2} C + \frac{5.4.3.2}{1.2.3} D$

$1 = \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + 6A + \frac{6.5}{1} B + \frac{6.5.4}{1.2} C + \frac{6.5.4.3}{1.2.3} D + \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4} E$

. . . .

En comparant ces équations aux précédentes, avec lesquelles elles devroient être identiques, on ne trouve aucune autre différence sinon que dans les précédentes les signes de B, D, F, H ..... sont négatifs, & qu'ils sont positifs dans celles-ci. Or cela ne peut avoir lieu sans que les mêmes coèfficiens soient égaux à zero. Donc les coèfficiens B, D, F, H ..... sont alternativement $= 0$.

3. *Cor.* Puisque les coèfficiens B, D, F, H .... des puissances n^{m-2}, n^{m-4}, n^{m-6}, ..., sont nuls, on pourra donner une forme encore plus simple à S, en omettant toutes les puissances n^{m-r} lorsque r est pair, & par ce moyen l'on aura

$$S = \frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{n^m}{2} + mAn^{m-1} + \frac{m.\, m-1.\, m-2}{1.\, 2} Bn^{m-3} + \frac{m \ldots m-4}{1.2.3.4} Cn^{m-5} + \frac{m \ldots m-6}{1.2.3\, 4.5.6} Dn^{m-7} + \frac{m \ldots m-8}{1.\, 2 \ldots 8} En^{m-9} + \ldots$$

qui est la forme donnée par Jacques Bernoulli à la somme générale de 1^m, 2^m, 3^m ...... n^m.

C'est pourquoi ayant fait $n = 1$, & $m = 2, 3, 4,$ .... comme ci-dessus, on a

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 2A$$
$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 3A$$
$$1 = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + 4A + \frac{4.3.2}{1.2} B$$
$$1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + 5A + \frac{5.4.3}{1.2} B$$
$$1 = \frac{1}{7} + \frac{1}{2} + 6A + \frac{6.5.4}{1.2} B + \frac{6.5.4.3.2}{1.2.3.4} C$$
$$1 = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + 7A + \frac{7.6.5}{1.2} B + \frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4} C$$
$$1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{2} + 8A + \frac{8.7.6}{1.2} B + \frac{8.7.6.5.4}{1.2.3.4} C + \frac{8 \ldots 2}{1 \ldots 6} D$$
$$1 = \frac{1}{10} + \frac{1}{2} + 9A + \frac{9.8.7}{1.2} B + \frac{9.8.7.6.5}{1.2.3.4} C + \frac{9 \ldots 3}{1 \ldots 6} D$$
$$1 = \frac{1}{11} + \frac{1}{2} + 10A + \frac{10.9.8}{1.2} B + \frac{10 \ldots 6}{1 \ldots 4} C + \frac{10 \ldots 4}{1 \ldots 6} D + \frac{10 \ldots 2}{1 \ldots 8} E$$
$$1 = \frac{1}{12} + \frac{1}{2} + 11A + \frac{11.10.9}{1.2} B + \frac{11 \ldots 7}{1 \ldots 4} C + \frac{11 \ldots 5}{1 \ldots 6} D + \frac{11 \ldots 3}{1 \ldots 8} E$$

. . . .

De ces équations prises deux à deux on a les mêmes valeurs de A, B, C .... il suffira par conséquent de prendre seulement ou les impaires, ou les paires: en ne prenant que celles qui sont impaires, on a

$$A = \frac{1}{2.2.3}$$
$$B = \frac{1}{2.4.5} - \frac{A}{3}$$
$$C = \frac{1}{2.6.7} - \frac{A}{5} - \frac{4}{2} B$$
$$D = \frac{1}{2.8.9} - \frac{A}{7} - \frac{6}{2} B - \frac{6.5.4}{2.3.4} C$$
$$E = \frac{1}{2.10.11} - \frac{A}{9} - \frac{8}{2} B - \frac{8.7.6}{2.3.4} C - \frac{8.7.6.5.4}{2.3.4.5.6} D$$

. . . .

& ayant fait généralement

$$N = \overline{2r+1}.\ 2r$$
$$N' = \overline{2r+2}.\ 2r.\ \overline{2r-1}.\ \overline{2r-2}$$
$$N'' = \overline{2r+1}.\ 2r.\ \overline{2r-1}.\ \overline{2r-2}.\ \overline{2r-3}.\ \overline{2r-4}$$
$$N''' = \overline{2r+1}.\ 2r.\ \overline{2r-1}.\ \overline{2r-2}.\ \overline{2r-3}.\ \overline{2r-4}.\ \overline{2r-5}.\ \overline{2r-6}$$
$$N'''' = \overline{2r+1}.\ 2r.\ \overline{2r-1}.\ \overline{2r-2}.\ \overline{2r-3}.\ \overline{2r-4}.\ \overline{2r-5}.\ \overline{2r-6}.\ \overline{2r-7}.\ \overline{2r-8}$$

. . . .

$$a = 2.\ 3.\ 2.\ 1$$
$$b = 2a.\ 5.\ 4.\ 3$$
$$c = 2ab.\ 7.\ 6.\ 5$$
$$d = 2abc.\ 9.\ 8.\ 7$$
$$e = 2abcd.\ 11.\ 10.\ 9$$

. . . .

& ensuite supposé

$$p = a.\overline{2r-1} - 2N$$
$$q = (a.\overline{2r-1} - 2N)b - 2ap\,N'$$
$$t = ((a.\overline{2r-1} - 2N)b - 2apN')3.4.c - 2abqN''$$
$$u = (((a.\overline{2r-1} - 2N)b - 2apN')3.4.c - 2abqN'')5.6.d - 2abctN'''$$

. . . .

en faisant successivement $r = 2, 3, 4, 5, \ldots$ dans les valeurs de $p, q, t, u, \ldots$ on aura

$$A = \frac{1}{a},\ B = \frac{p}{2a.5.4.3},\ C = \frac{q}{2ab.7.6.5},\ D = \frac{t}{2abc.9.8.7},\ E = \frac{u}{2abcd.11.10.9},\ F = \ldots$$

On infère de là 1.° que les valeurs de $p, q, t, u, \ldots$ sont alternativement négatives & positives, & en conséquence les valeurs de A, B, C, ... sont aussi positives & négatives alternativement: 2.° que A, B, C, ... sont des quantités décroissantes au delà de toute autre quantité donnée, & que la somme A + B, + C, + D, + ... continuée à l'infini est une quan-

tité finie. On aura lieu de le démontrer plus évidemment dans la suite en assignant une quantité finie égale à leur somme.

4. *Probl.* Soit $S = \frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{n^m}{2} + mAn^{m-1} + \frac{m.m-1.m-2}{1.2}Bn^{m-3} + \frac{m.m-1....m-4}{1.2.3.4}Cn^{m-5} + ...$ la somme des termes infinis de $1^m. 2^m. 3^m + ...$, on cherche la valeur de $A+B+C+....$ continués à l'infini.

Sol. Pour rendre convergentes les séries, qui se rencontrent dans la solution du problème, & pour les additionner ensuite, divisez par $m(n+1)^m$ la série, & la valeur de S, & soit

$$\frac{1^m+2^m+3^m+....}{m(n+1)^m} = \frac{1}{m(n+1)^m}\left(\frac{n^{m+1}}{m+1} + \frac{n^m}{2} + mAn^{m-1} + ...\right)$$

En faisant successivement $n = 1, 2, 3, 4$ ...... à l'infini, vous aurez

$$\frac{1+2+3+4+....}{1(n+1)} = \frac{n^2}{2(n+1)} + \frac{n}{2(n+1)}$$

$$\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+....}{2(n+1)^2} = \frac{n^3}{3.2(n+1)^2} + \frac{n^2}{2.2(n+1)^2} + \frac{2An}{2(n+1)^2}$$

$$\frac{1^3+2^3+3^3+4^3+....}{3(n+1)^3} = \frac{n^4}{4.3(n+1)^3} + \frac{n^3}{2.3(n+1)^3} + \frac{3An^2}{3(n+1)^3}$$

$$\frac{1^4+2^4+3^4+4^4+....}{4(n+1)^4} = \frac{n^5}{5.4(n+1)^4} + \frac{n^4}{2.4(n+1)^4} + \frac{4An^3}{4(n+1)^4} + \frac{4.3.2Bn}{2.4(n+1)^4}$$

. . . .

Ajoutez tous les premiers membres entr'eux, ajoutez aussi tous les seconds entr'eux, & que P, Q en soient les résultats ; en écrivant en lignes horizontales tous les premiers termes, les seconds & les troisièmes &c. avec de simples réductions de la valeur de Q, vous aurez en séries convergentes de termes sans fin.

$$
P=\begin{cases}
\frac{1}{n+1}+\frac{1}{2(n+1)^2}+\frac{1}{3(n+1)^3}+\frac{1}{4(n+1)^4}+\dots\\[1ex]
\frac{2}{n+1}+\frac{2^2}{2(n+1)^2}+\frac{2^3}{3(n+1)^3}+\frac{2^4}{4(n+1)^4}+\dots\\[1ex]
\frac{3}{n+1}+\frac{3^2}{2(n+1)^2}+\frac{3^3}{3(n+1)^3}+\frac{3^4}{4(n+1)^4}+\dots\\[1ex]
\frac{4}{n+1}+\frac{4^2}{2(n+1)^2}+\frac{4^3}{3(n+1)^3}+\frac{4^4}{4(n+1)^4}+\dots\\[1ex]
\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{cases}
$$

$$
Q=\begin{cases}
(n+1)\left\{\frac{n^2}{1.2\,(n+1)^2}+\frac{n^3}{2.3\,(n+1)^3}+\frac{n^4}{3.4(n+1)^4}+\dots\right\}\\[1ex]
\frac{1}{2}\left\{\frac{n}{n+1}+\frac{n^2}{2(n+1)^2}+\frac{n^3}{3(n+1)^3}+\frac{n^4}{4(n+1)^4}+\dots\dots\right\}\\[1ex]
-\frac{A}{n+1}+\frac{A}{n+1}\left\{1+\frac{n}{n+1}+\frac{n^2}{(n+1)^2}+\frac{n^3}{(n+1)^3}+\dots\right\}\\[1ex]
-\frac{B}{(n+1)^3}+\frac{B}{(n+1)^3}\left\{1+\frac{2.3.n}{1.2(n+1)}+\frac{3.4.n^2}{1.2(n+1)^2}+\frac{4.5.n^3}{1.2(n+1)^3}+\dots\right\}\\[1ex]
-\frac{C}{(n+1)^5}+\frac{C}{(n+1)^5}\left\{1+\frac{2.3.4.5.n}{1.2.3.4(n+1)}+\frac{3.4.5.6.n^2}{1.2.3.4(n+1)^2}+\dots\right\}\\[1ex]
-\frac{D}{(n+1)^7}+\frac{D}{(n+1)^7}\left\{1+\frac{2\dots7.n}{1\dots6(n+1)}+\frac{3\dots8.n^2}{1\dots6(n+1)^2}+\dots\right\}\\[1ex]
-\frac{E}{(n+1)^9}+\frac{E}{(n+1)^9}\left\{1+\frac{2\dots9.n}{1\dots8(n+1)}+\frac{3\dots10.n^2}{1\dots8(n+1)^2}+\dots\right\}\\[1ex]
\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{cases}
$$

Or en prenant les logarithmes hyperboliques on a généralement

$$
1.^\circ\ \frac{r}{n+1}+\frac{r^2}{2(n+1)^2}+\frac{r^3}{3(n+1)^3}+\frac{r^4}{4(n+1)^4}+\dots=l.\frac{n+1}{n-r+1}=l.\frac{1}{1-\frac{r}{n+1}}
$$

$$2.^{\circ}\ \frac{n^r}{1.2\ldots r(n+1)^r} + \frac{n^{r+1}}{2.3\ldots\overline{r+1}(n+1)^{r+1}} + \frac{n^{r+2}}{3.4\ldots\overline{r+2}(n+1)^{r+2}} + \ldots$$

$$= \frac{1}{(n+1)^{r-1}}\left\{\frac{(-1)^{r-1}l.\overline{n+1}}{1.2\ldots\overline{r-1}} + \frac{n}{1}\times\frac{(-1)^{r-2}}{1.2\ldots\overline{r-1}} + \frac{n^2}{1.2}\times\frac{(-1)^{r-3}}{2.3\ldots\overline{r-1}}\right.$$

$$\left. + \frac{n^3}{1.2.3}\times\frac{(-1)^{r-4}}{3.4\ldots\overline{r-1}} + \ldots + \frac{n^{r-2}}{1.2\ldots\overline{r-1}\cdot\overline{r-1}}\right\}$$

3.° Du développement des puissances on a encore

$$1 + \frac{2.3\ldots r.\ n}{1.2\ldots\overline{r-1}\,(n+1)} + \frac{3.4\ldots\overline{r+1}.\ n^2}{1.2\ldots\overline{r-1}(n+1)^2} + \frac{4.5\ldots\overline{r+2}.\ n^3}{1.2\ldots\overline{r-1}(n+1)^3} + \ldots$$

$$= \left(\frac{1}{1-\frac{n}{n+1}}\right)^r = (n+1)^r$$

Avec la première de ces formules on a $P = l.\frac{n+1}{n} + l.\frac{n+1}{n-1}$ $l.\frac{n+1}{n-2} + \ldots$ continuée à l'infini, c'est-à-dire, jusqu'à ce que le dénominateur soit 1, savoir

$P = l.\frac{n+1}{n} + l.\frac{n+1}{n-1} + \ldots + l.\frac{n+1}{3} + l.\frac{n+1}{2} + l.\frac{n+1}{1}$, ou bien en renversant l'ordre des termes, & en ajoutant $l.\frac{n+1}{n+1} = l.1 = 0$,

$P = l.\frac{n+1}{1} + l.\frac{n+1}{2} + l.\frac{n+1}{3} + \ldots + l.\frac{n+1}{n+1}$, dont les termes sont $n+1$, ou $P = l.\frac{(n+1)^{n+1}}{1.\ 2.\ 3\ldots\overline{n+1}}$.

Avec la seconde on obtient la somme des deux premières suites de Q, qui étant multipliées par leurs facteurs $n+1$, $\frac{1}{2}$ se réduisent à $-l.\overline{n+1} + n$, $\frac{1}{2}\ l.\overline{n+1}$.

Avec la troisième on a les valeurs de toutes les autres suites renfermées dans Q, & en multipliant par les facteurs $\frac{A}{n+1}$, $\frac{B}{(n+1)^2}$, $\frac{C}{(n+1)^3}$, ... l'on a

$Q = -l.\overline{n+1} + n + \frac{1}{2} l.\overline{n+1} - \frac{A}{n+1} + A - \frac{B}{(n+1)^3} + B - \frac{C}{(n+1)^5} + C - \ldots$

$= n - \frac{1}{2} l.\overline{n+1} + (A+B+C+\ldots) - \left(\frac{A}{n+1} + \frac{B}{(n+1)^3} + \frac{C}{(n+1)^5} + \ldots\right)$

ou $Q = n - \frac{1}{2} l.\overline{n+1} + (A + B + C + \ldots)$, puisque $\left(\frac{A}{n+1} + \frac{B}{(n+1)^3} + \frac{C}{(n+1)^5} + \ldots\right.$ disparoît à cause que n est infini, & que $A, B, C, \ldots$ sont des quantités finies décroissantes.

Or $P = Q$, on aura donc $l.\frac{(n+1)^{n+1}}{1.2\ldots\overline{n+1}} = n - \frac{1}{2} l.\overline{n+1} + (A, + B, + C, + \ldots)$ Donc $A + B + C + \ldots = l.\frac{(n+1)^{n+1}}{1.2.3\ldots\overline{n+1}} - n + \frac{1}{2} l.\overline{n+1}$, ou en prenant e pour base des logarithmes hyperboliques à cause de $l.e = 1$, & par conséquent $n = n\,l.e = l.e^n$, $A + B + C + \ldots = l.\frac{(n+1)^{n+1}}{1.2\ldots\overline{n+1}} - l.e^n + l.\overline{n+1}\,\frac{1}{2} = l.\frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}}{e^n.1.2.3\ldots\overline{n+1}}$

5. *Cor.* Comme $A + B + C + \ldots = l.\frac{\overline{n+1}^{n+1}}{1.2\ldots\overline{n+1}} - n + \frac{1}{2} l.\overline{n+1}$ en transposant, & en ajoutant 1 aux deux membres on a $1 - (A + B + C + \ldots) = n + 1 - l.\frac{(n+1)^{n+1}}{1.2\ldots\overline{n+1}} - \frac{1}{2} l.\overline{n+1}$.

Or la solution précédente a entièrement lieu en continuant les suites de P, Q jusques aux termes $2.\overline{n+1}$, & en tel cas on a $1 - (A + B + C \ldots) = 2.\overline{n+1} - l.\frac{(2.\overline{n+1})^{2.\overline{n+1}}}{1.2\ldots2.\overline{n+1}} - \frac{1}{2} l.2.\overline{n+1} = 2.\overline{n+1} - l.\frac{2^{2.\overline{n+1}}(n+1)^{2.\overline{n+1}}}{1.2\ldots2.\overline{n+1}} - \frac{1}{2} l.2 - \frac{1}{2} l.\overline{n+1}$,

en soustrayant donc de cette valeur la valeur précédente, & en dégageant $n+1$ on a

$$n+1 = l.\frac{2^{2.\overline{n+1}}(n+1)^{2.\overline{n+1}}}{1.\ 2 \ldots\ 2.\ \overline{n+1}} - l.\frac{(n+1)^{n+1}}{1.\ 2\ \ldots\ \overline{n+1}} + \tfrac{1}{2}\ l.2, \text{ ou}$$

$$n+1 = l.\frac{1.\ 2\ \ldots\ \overline{n+1}}{1.\ 2.\ \ldots\ 2.\ \overline{n+1}}\ 2^{2.\overline{n+1}+\frac{1}{2}}\,(n+1)^{n+1}$$

6. *Théor.* En supposant la demi-périphérie du cercle $=\pi$, on aura

$$1-(A+B+C+\ldots) = \sqrt{2\pi}$$

Dém. En substituant dans l'équation $1-(A+B+C+\ldots) = n+1 - l.\frac{(n+1)^{n+1}}{1.\ 2 \ldots\ n+1} - \frac{1}{2}\ l.\overline{n+1} = l.\frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}}{1.\ 2 \ldots\ \overline{n+1}}$ du corollaire précédent la valeur de $n+1$ du même corollaire, on aura $1-(A+B+C+\ldots) = l.\frac{1.\ 2 \ldots\ \overline{n+1}}{1.2 \ldots 2.\ \overline{n+1}}\,2^{2.\overline{n+1}+\frac{1}{2}}$ $(n+1)^{n+1} - l.\frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}}{1.\ 2 \ldots\ \overline{n+1}} = l.\frac{2^{2.\overline{n+1}}(1.2 \ldots\ \overline{n+1})^2}{1.\ 2 \ldots\ 2.\ \overline{n+1}}\sqrt{\frac{2}{n+1}}$

Or $2^{2.\overline{n+1}}(1.\ 2\ \ldots\ \overline{n+1})^2 = (2^{n+1}.\ 1.\ 2.\ 3 \ldots\ \overline{n+1})^2$ & puisque 2^{n+1}, & $1.\ 2.\ 3 \ldots\ n+1$ ont pour facteurs le nombre $n+1$, en multipliant par 2 chaque facteur de $1.\ 2.\ 3 \ldots\ n+1$ on a

$$2^{2.\overline{n+1}}(1.\ 2.\ 3 \ldots\ \overline{n+1})^2 = (2.\ 4.\ 6.\ 8 \ldots\ 2.\ \overline{n+1})^2$$

Dans $1.\ 2.\ 3 \ldots\ 2.\overline{n+1}$, où les termes sont $2.\overline{n+1}$ en séparant les facteurs impairs $1.\ 3.\ 5 \ldots$, qui sont le nombre $n+1$, des facteurs pairs $2.\ 4.\ 8.$ qui sont aussi nombre $n+1$, on a $1.\ 2.\ 3 \ldots\ 2.\ \overline{n+1} = (1.\ 2.\ 3 \ldots\ 2\,\overline{n+1})\ (2.\ 4.\ 8 \ldots\ 2.\ \overline{n+1})$.

Donc $\frac{2^{2.\overline{n+1}}(1.2.3\ldots\overline{n+1})^2}{1.2.3\ldots.2.\overline{n+1}} = \frac{2.4.6.8\ldots2.\overline{n+1}}{1.3.5.7\ldots\overline{2n+1}}$, & en substituant cette valeur dans celle de $1-(A+B+C+..)$ on a

$$1-(A+B+C+D+\ldots.) = l.\frac{2.4.6.8\ldots2.\overline{n+1}}{1.3.5.7\ldots\overline{2n+1}}\sqrt{\frac{2}{n+1}} =$$

$$l.\sqrt{\left\{\frac{2.4.6.8\ldots2.\overline{n+1}}{1.3.5.7\ldots\overline{n+1}}\right\}^2}\sqrt{\frac{2}{n+1}} = l.\sqrt{\left\{\frac{2.4.6..2.\overline{n+1}}{1.3.5\ldots\overline{2n+1}}\right\}^2}\sqrt{\frac{4}{2.\overline{n+1}}}$$

$$= l.\sqrt{\left\{\frac{2.2.4.4.6.6.8.8\ldots2.\overline{n+1}.2.\overline{n+1}}{1.1.3.3.5.5.7.7\ldots.\overline{2n+1}.\overline{2n+1}} \times \frac{4}{2.\overline{n+1}}\right\}}$$

Or selon Vallisius $2\pi = \frac{2.2.4.4.6.6\ldots2.\overline{n+1}.2.\overline{n+1}}{1.1.3.3.5.5\ldots\overline{2n+1}.\overline{2n+1}} \times \frac{4}{2.\overline{n+1}}$

Donc $1-(A+B+C+D+\ldots) = l.\sqrt{2\pi}$

7. *Cor. I.* En transposant on a

$$A+B+C+\ldots = 1 - l.\sqrt{2\pi} = l.e - l.\sqrt{2\pi} = l.\frac{e}{\sqrt{2\pi}}$$

8. *Cor. II.* Puisque (4) $A+B+C+\ldots = l.\frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}}{e^n.1.2.3..\overline{n+1}}$

on aura $l.\frac{e}{\sqrt{2\pi}} = l.\frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}}{e^n.1.2\ldots\overline{n+1}}$, & par là

$$1.2.3\ldots.\overline{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}\sqrt{2\pi}}{e^{n+1}}$$

& pareillement $1.2.3\ldots n = \frac{n^{n+\frac{1}{2}}\sqrt{2\pi}}{e^n}$

$$1.2.3\ldots.\overline{n-r} = \frac{(n-r)^{n-r+\frac{1}{2}}\sqrt{2\pi}}{e^{n-r}}$$

Donc $\frac{1.\ 2.\ 3\ \dots\ \overline{n-r}.\ \overline{n-r+1}.\ \overline{n-r+2}\ \dots\ n-2.\ n-1.\ n}{1.\ 2.\ 3\ \dots\dots\dots\ n-r} =$

$$\frac{r^{n+\frac{1}{2}}}{e^{r}\,(n-r)^{n-r+\frac{1}{2}}} \text{ ou}$$

$n.\ \overline{n-1}.\ \overline{n-2}\ \dots\ \overline{n-r+1} = \frac{n^{n+\frac{1}{2}}}{e^{r}\,(n-r)^{n-r+\frac{1}{2}}}$ en supposant la raison $n : r$. finie.

De là $\frac{n.\ \overline{n-1}.\ \overline{n-2}\ \dots\ \overline{n-r+1}}{1.\ 2.\ 3\ \dots\ r} = \frac{n^{n+\frac{1}{2}}}{r^{r+\frac{1}{2}}(n-r)^{n-r+\frac{1}{2}}\sqrt{2\pi}}$

& en faisant $n : r :: 1 : 2$, $\frac{n.\ \overline{n-1}\ \dots\ \overline{n-\frac{n}{2}+1}}{1.\ 2\ \dots\ \frac{n}{2}} = 2^{n}\sqrt{\frac{2}{n\pi}}$

9. *Cor. III.* De cette même formule $l.\frac{\overline{n+1}^{\,n+1+\frac{1}{2}}}{e^{n}\,1.2.3\dots\overline{n+1}} = l.\frac{e}{\sqrt{2\pi}}$

on a $e^{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1+\frac{1}{2}}\sqrt{2\pi}}{1.\ 2.\ 3\dots\ \overline{n+1}}$

Les formules démontrées, & déduites sont d'un grand usage pour faciliter le calcul des infinis. Moivre & Euler s'en sont servis.

§. III.

Des séries trigonométriques.

1. Des deux formules élémentaires cos. $\overline{f+g} = 2.$ cos. f cos. g — cos. $\overline{f-g}$, sin. $\overline{f+g} = 2.$ cos. g. sin. f — sin. $\overline{f-g}$ en faisant $f = a + \overline{n-1}.\ \varphi$, $g = \varphi$ on a

1.° $\text{Cos.}\,\overline{a+n\varphi} = 2.\cos.\varphi.\cos.(a+\overline{n-1}.\varphi) - \cos.(a+\overline{n-2}.\varphi)$

2.° $\text{Sin.}\,\overline{a+n\varphi} = 2.\cos.\varphi.\ \sin.(a+\overline{n-1}.\varphi) - \sin.(a+\overline{n-2}.\varphi)$

De ces deux formules on a toutes les suites trigonométriques principales.

2. Faites successivement $n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4, \ldots$ & vous aurez

$$\cos.\,a = \cos.\,a$$
$$\cos.\,\overline{a+\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \cos.\ a - \cos.\ \overline{a-\varphi}$$
$$\cos.\,\overline{a+2\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \cos.\ \overline{a+\varphi} - \cos.\ a$$
$$\cos.\,\overline{a+3\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \cos.\ \overline{a+2\varphi} - \cos.\ \overline{a+\varphi}$$
$$\cos.\,\overline{a+4\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \cos.\ \overline{a+3\varphi} - \cos.\ \overline{a+2\varphi}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cos.\,\overline{a+n\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \cos.\ (a+\overline{n-1}.\ \varphi) - \cos.\ (a+\overline{n-2}.\ \varphi)$$

$$\sin.\,a = \sin.\,a$$
$$\sin.\,\overline{a+\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \sin.\ a - \sin.\ \overline{a-\varphi}$$
$$\sin.\,\overline{a+2\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \sin.\ \overline{a+\varphi} - \sin.\ a$$
$$\sin.\,\overline{a+3\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \sin.\ \overline{a+2\varphi} - \sin.\ \overline{a+\varphi}$$
$$\sin.\,\overline{a+4\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi\ \sin.\ \overline{a+3\varphi} - \sin.\ \overline{a+2\varphi}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\sin.\,\overline{a+n\varphi} = 2.\ \cos.\ \varphi.\ \sin.\ (a+\overline{n-1}.\ \varphi) - \sin.\ (a+\overline{n-2}.\ \varphi)$$

Qu'on suppose $C = \cos.\,a + \cos.\,\overline{a+\varphi} + \cos.\,\overline{a+2\varphi} + \cos.\,\overline{a+3\varphi} + \ldots + \cos.\,\overline{a+n\varphi}$

& $S = \sin.\,a + \sin.\,\overline{a+\varphi} + \sin.\,\overline{a+2\varphi} + \sin.\,\overline{a+3\varphi} + \ldots + \sin.\,\overline{a+n\varphi}$

C, S seront les sommes de tous les premiers membres des valeurs précédentes des sinus, & co-sinus croissans en proportion arithmétique. Quant aux valeurs de C, S. Euler a trouvé avec la théorie des séries récurrentes.

$$C = \frac{\cos.(a+\frac{\varphi}{2}) - \cos.(a+\overline{n+\frac{1}{2}}.\varphi)}{2.\sin.\frac{\varphi}{2}},\ S = \frac{-\sin.(a+\frac{\varphi}{2}) - \sin.(a+\overline{n+\frac{1}{2}}.\varphi)}{2.\sin.\frac{\varphi}{2}}$$

on trouve ces mêmes valeurs en additionnant les termes des seconds membres.

Dans les co-sinus la somme de tous les premiers termes des seconds membres est $= \cos. a + 2.\cos.\varphi\ (C - \cos.\overline{a+n\varphi})$, & la somme des seconds termes $= -\cos.\overline{a-\varphi} - C + \cos.\overline{a+n\varphi} + \cos.(a+\overline{n-1}.\varphi)$

Dans les sinus la somme de tous les premiers termes des seconds membres est $= \sin. a + 2.\cos.\varphi\ (S - \sin.\overline{a+n\varphi})$, & la somme des seconds termes est $- \sin.\overline{a-\varphi} - S + \sin.\overline{a+n\varphi} + \sin.(a+\overline{n-1}.\varphi)$. Donc

$$C = \cos. a + 2.\cos.\varphi\,(C - \cos.\overline{a+n\varphi})\cos.\overline{a-\varphi} - C + \cos.\overline{a+n\varphi} + \cos.(a+\overline{n-1}.\varphi)$$

$$S = \sin. a + 2.\cos.\varphi\sin.(S - \sin.\overline{a+n\varphi}) - \sin.\overline{a-\varphi} - S + \sin.\overline{a+n\varphi} + \sin.(a+\overline{n-1}.\varphi)$$, & conséquemment

$$C = \frac{\cos. a - \cos.\overline{a-\varphi} - 2.\cos.\varphi.\sin.\overline{a+n\varphi} + \cos.\overline{a+n\varphi} + \cos.(a+\overline{n-1}.\varphi)}{2(1.-\cos.\varphi)}$$

$$S = \frac{\sin. a - \sin.\overline{a-\varphi} - 2.\cos.\varphi\sin.\overline{a+n\varphi} + \sin.\overline{a+n\varphi} + \sin.(a+\overline{n-1}.\varphi)}{2(1.-\cos.\varphi)}$$

Or dans les deux premières formules de l'article précédent supposé $n+1$ en la place de n, & en transposant on a

$$2.\cos.\varphi.\cos.\overline{a+n\varphi} - \cos.(a+\overline{n-1}.\varphi) = \cos.(a+\overline{n+1}.\varphi)$$

$$2.\cos.\varphi.\sin.\overline{a+n\varphi} - \sin.(a+\overline{n-1}.\varphi) = \sin.(a+\overline{n+1}.\varphi)$$

$$\text{Donc } C = \frac{\cos.a - \cos.\overline{a-\varphi} - \cos.(a+\overline{n+1}.\varphi) + \cos.\overline{a+n\varphi}}{2.(1-\cos.\varphi)}$$

$$S = \frac{\sin.a - \sin.\overline{a-\varphi} - \sin.(a+\overline{n+1}\,\varphi.) + \sin.\overline{a+n\varphi}}{2.(1-\cos.\varphi)}$$

Mais pour les deux formules $\cos.f - \cos.g = -2.\sin.\frac{f+g}{2}.\sin.\frac{f-g}{2}$, $\sin.f - \sin.g = 2.\cos.\frac{f+g}{2}.\sin.\frac{f-g}{2}$ on a

$$\cos.a - \cos.\overline{a-\varphi} = -2.\sin.\overline{a-\tfrac{\varphi}{2}}.\ \sin.\tfrac{\varphi}{2}$$

$$\cos.(a+\overline{n+1}.\varphi) - \cos.\overline{a+n\varphi} = -2.\sin.(a+\overline{n+\tfrac{1}{2}}.\varphi)\sin.\tfrac{\varphi}{2}$$

$$\sin.a - \sin.\overline{a-\varphi} = 2.\cos.\overline{a-\tfrac{\varphi}{2}}.\ \sin.\tfrac{\varphi}{2}$$

$$\sin.(a+\overline{n+1}.\varphi) - \sin.\overline{a+n\varphi} = 2.\cos.(a+\overline{n+\tfrac{1}{2}}.\varphi)\sin.\tfrac{\varphi}{2}$$

Donc

$$C = \frac{2.\sin.\overline{a-\tfrac{\varphi}{2}}.\sin.\tfrac{\varphi}{2} - 2.\sin.(a+\overline{n+\tfrac{1}{2}}.\varphi)\sin.\tfrac{\varphi}{2}}{2^2.\sin.^2\tfrac{\varphi}{2}} = \frac{-\sin.\overline{a-\tfrac{\varphi}{2}} + \sin.(a+n+\tfrac{1}{2}\varphi)}{2.\sin.\tfrac{\varphi}{2}}$$

$$S = \frac{2.\cos.\overline{a-\tfrac{\varphi}{2}}.\sin.\tfrac{\varphi}{2} - 2.\cos(a+\overline{n-\tfrac{1}{2}}.\varphi)\sin.\tfrac{\varphi}{2}}{2^2.\sin.^2\tfrac{\varphi}{2}} = \frac{\cos.\overline{a-\tfrac{\varphi}{2}} - \cos.(a+n\tfrac{1}{2}.\varphi)}{2.\sin.\tfrac{\varphi}{2}}$$

ou bien pour les deux mêmes formules.

$$C = \frac{2.\cos.(a+\tfrac{n}{2}\varphi)\sin\,\overline{n+\tfrac{1}{2}}.\varphi}{2.\sin.\tfrac{\varphi}{2}},\quad S = \frac{2.\sin.(a+\tfrac{n}{2}\varphi)\sin.\,\overline{n+\tfrac{1}{2}}.\varphi}{2.\sin.\tfrac{\varphi}{2}}$$

Par conséquent $\frac{\sin.(a+\frac{n}{2}\varphi)}{\cos.(a+\frac{n}{2}\varphi)} = \frac{S}{C}$, ou

$$\text{tang.}(a+\tfrac{n}{2}\varphi)=\frac{\sin. a+\sin.\overline{a+\varphi}+\sin.\overline{a+2\varphi}+\ldots+\sin.\overline{a+n\varphi}}{\cos. a+\cos.\overline{a+\varphi}+\cos.\overline{a+2\varphi}+\ldots+\cos.\overline{a+n\varphi}}$$

3. Dans les deux formules du §. 1 que l'on fasse $a = 0$, & successivement $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ & on aura

$$\cos.\varphi = \cos.\varphi$$
$$\cos.2\varphi = 2.\cos.\varphi.\cos.\varphi - 1$$
$$\cos.3\varphi = 2.\cos.\varphi.\cos.2.\varphi - \cos.\varphi$$
$$\cos.4\varphi = 2.\cos.\varphi.\cos.3.\varphi - \cos.2.$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\cos.n\varphi = 2.\cos.\varphi.\cos.\overline{n-1}.\varphi - \cos.\overline{n-2}\varphi$$

$$\sin.\varphi = \sin.\varphi$$
$$\sin.2\varphi = 2.\cos.\varphi.\sin.\varphi$$
$$\sin.3\varphi = 2.\cos.\varphi\sin.2\varphi - \sin.\varphi$$
$$\sin.4\varphi = 2.\cos.\varphi\sin.3\varphi - \sin.2\varphi$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\sin.n\varphi = 2.\cos.\varphi.\sin.\overline{n-1}.\varphi - \sin.\overline{n-2}.\varphi$$

Il suit de là qu'en posant $\cos.\varphi = \frac{1+y^2}{2y}$ on aura par la substitution successive

$$\cos.\varphi = \frac{1+y^2}{2y}$$

$$\cos.2\varphi = 2\frac{1+y^2}{2y}\times\frac{1+y^2}{2y} - 1 = \frac{2(1+y^2)^2 - 4y^2}{2^2y^2} = 2\frac{1+y^4}{2^2y^2}$$

$$\cos.3\varphi = 2\frac{1+y^2}{2y}\times 2\frac{1+y^4}{2^2y^2} - \frac{1+y^2}{2y} = \frac{2^2(1+y^2)(1+y^4)-2^2y^2(1+y^2)}{2^3y^3} = 2\frac{1+y^6}{2^3y^3}$$

$$\cos.4\varphi = 2\frac{1+y^2}{2y}\times 2^2\frac{1+y^6}{2^3y^3} - 2\frac{1+y^4}{2^2y^2} = \frac{2^3(1+y^2)(1+y^6)-2^3y^2(1+y^4)}{2^4y^4} = 2^3\frac{1+y^8}{2^4y^4}$$

En général la nature de la substitution successive exige que

$$\cos.\, n\varphi = 2\,\frac{1+y^2}{2y} \times 2^{n-2}\,\frac{1+y^{2.\overline{n-1}}}{2^{n-1}\,y^{n-1}} - 2^{n-3}\,\frac{1+y^{2.\overline{n-2}}}{2^{n-2}\,y^{n-2}}$$

$$= \frac{2^{n-1}(1+y^2)(1+y^{2.\overline{n-1}}) - 2^{n-1}\,y^2(1+y^{2.\overline{n-2}})}{2^n\,y^n}$$

ou bien $\cos.\, n\varphi = 2^{n-1}\,\frac{1+y^{2n}}{2^n\,y^n} = \frac{1+y^{2n}}{2y^n}$

à cause de $\sin.\,\varphi = \sqrt{1-\cos.^2\varphi}$, & de $\cos.\,\varphi = \frac{1+y^2}{2y}$ on a $\sin.\,\varphi = \frac{1-y^2}{2y}\sqrt{-1} = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}$.

En substituant ces valeurs successivement dans les valeurs de $\sin.\,2\varphi$, $\sin.\,3\varphi$, $\sin.\,4\varphi$ &c. on conclura de la même manière qu'en général $\sin.\,n\varphi = 2^{n-1}\,\frac{y^{2n}-1}{2^n\,y^n\,\sqrt{-1}} = \frac{y^{2n}-1}{2y^n\,\sqrt{-1}}$

on a cette même valeur de sinus $n\varphi$ en substituant $\cos.\,n\varphi = \frac{1+y^{2n}}{2y^n}$ dans $\sin.\,n\varphi = \sqrt{1-\cos.^2.\,n\varphi}$.

4. $\cos.\,\varphi$ étant $= \frac{y^2+1}{2y}$, $\sqrt{-1}.\,\sin.\,\varphi = \frac{y^2-1}{2y}$, en ajoutant on a $\cos.\,\varphi + \sqrt{-1}.\,\sin.\,\varphi = y$, d'où $(\cos.\,\varphi + \sqrt{-1}\,\sin.\,\varphi)^n = y^n$, & en soustrayant on a $\cos.\,\varphi - \sqrt{-1}\,\sin.\,\varphi = \frac{1}{y}$, d'où $(\cos.\,\varphi - \sqrt{-1}.\,\sin.\,\varphi)^n = \frac{1}{y^n}$.

En substituant ces valeurs en $\cos.\,n\varphi = \frac{1+y^{2n}}{2y^n} = \frac{1}{2y^n} + \frac{y^n}{2}$, $\sin.\,n\varphi = \frac{y^n}{2\sqrt{-1}} - \frac{1}{2y^n\,\sqrt{-1}}$ on a

$$\cos.\,n\varphi = \frac{(\cos.\,\varphi + \sqrt{-1}.\,\sin.\,\varphi)^n + (\cos.\,\varphi - \sqrt{-1}.\,\sin.\,\varphi)^n}{2}$$

$$\sin. n\varphi = \frac{(\cos. \varphi + \sqrt{-1}. \sin. \varphi)^n - (\cos. \varphi - \sqrt{-1}. \sin. \varphi)^n}{2\sqrt{-1}}$$

& par l'addition & la soustraction on a de ces dernières

$$\cos. n\varphi + \sqrt{-1}. \sin. n\varphi = (\cos. \varphi + \sqrt{-1}. \sin. \varphi)^n$$
$$\cos. n\varphi - \sqrt{-1}. \sin. n\varphi = (\cos. \varphi - \sqrt{-1}. \sin. \varphi)^n$$

en extrayant la racine n, & en faisant ensuite l'addition & la soustraction on a

$$\frac{(\cos. n\varphi + \sqrt{-1}. \sin. n\varphi)^{\frac{1}{n}} + (\cos. n\varphi - \sqrt{-1}. \sin. n\varphi)^{\frac{1}{n}}}{2} = \cos. \varphi$$

$$\frac{(\cos. n\varphi + \sqrt{-1}. \sin. n\varphi)^{\frac{1}{n}} - (\cos. n\varphi - \sqrt{-1}. \sin. n\varphi)^{\frac{1}{n}}}{2\sqrt{-1}} = \sin. \varphi.$$

Faites $h = \frac{e^{\varphi\sqrt{-1}} + e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{2}$, $k = \frac{e^{\varphi\sqrt{-1}} - e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}.}$, & soit e base des logarithmes hyperboliques.

1.° En faisant les carrés des valeurs de h, k, & en ajoutant on a $h^2 + k^2 = 1$, & cette unité sera une des unités de e.

2.° Ayant $h = \frac{e^{\varphi\sqrt{-1}} + e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{2}$, $\sqrt{-1}. k = \frac{e^{\varphi\sqrt{-1}} - e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{2}$ en additionnant on a $h + \sqrt{-1}. k = e^{\varphi\sqrt{-1}}$, & en soustrayant on a $h - \sqrt{-1}. k = e^{-\varphi\sqrt{-1}}$, & delà $(h + \sqrt{-1}. k)^n = e^{n\varphi\sqrt{-1}}$, $(h - \sqrt{-1}. k)^n = e^{-n\varphi\sqrt{-1}}$, & en faisant l'addition & la soustraction de ces valeurs on a

$$\frac{e^{n\varphi} + e^{-n\varphi\sqrt{-1}}}{2} = \frac{(h + \sqrt{-1}. k)^n + (h - \sqrt{-1}. k)^n}{2}$$

$$\frac{e^{n\varphi} - e^{-n\varphi\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}} = \frac{(h + \sqrt{-1}.\,k)^n - (h - \sqrt{-1}\,k)^n}{2\sqrt{-1}}$$

Qu'on développe en séries soit ces deux seconds membres, soit les valeurs de cos. $n\varphi$, sin. $n\varphi$, les séries qui en résulteront seroient identiques; si au lieu de h, k il y avoit cos. φ, sin. φ, & si l'on faisoit $h = \cos.\,\varphi$, $k = \sin.\,\varphi$, on auroit $h^2 + k^2 = 1$ ainsi que $\cos.\,{}^2\varphi + \sin.\,{}^2\varphi = 1$, si on prenoit pour rayon une des unités de e. En prenant donc une unité de e pour rayon, on aura $h^2 + k^2 = \cos.\,{}^2\varphi + \sin.\,{}^2\varphi$, & l'on pourra prendre $h = \cos.\,\varphi$, & ensuite $k = \sin.\,\varphi$, & pour cette raison

$$\cos.\ \varphi = \frac{e^{\varphi\sqrt{-1}} + e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{2},\ \sin.\ \varphi = \frac{e^{\varphi\sqrt{-1}} - e^{-\varphi\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

$$\cos.\,n\varphi = \frac{e^{n\varphi\sqrt{-1}} + e^{-n\varphi\sqrt{-1}}}{2},\ \sin.\,n\varphi = \frac{e^{n\varphi\sqrt{-1}} - e^{-n\varphi\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$$

& en additionnant, & en soustrayant les valeurs de cos. $n\varphi$, $\sqrt{-1}.\ \sin.\ n\varphi$, $e^{n\varphi\sqrt{-1}} = \cos.\varphi + \sqrt{-1}.\sin.\ n\varphi$, $e^{-n\varphi} = \cos.\ n\varphi - \sqrt{-1}.\ \sin.\ n\varphi$, d'où $n\varphi\sqrt{-1} = l.\,\overline{\cos.\,n\varphi + \sqrt{-1}.\,\sin.\,n\varphi}$, $-\,n\varphi\sqrt{-1} = l.\,\overline{\cos.\ n\varphi - \sqrt{-1}.\ \sin.\ n\varphi}$ où n pourra être encore $= 1$.

Toutes les formules qu'on vient de rapporter se déduisent ordinairement de théories éloignées, tandis que leur déduction est élémentaire & très-simple.

5. En reprenant l'article 3e, où $\cos.\ \varphi = \frac{y^2+1}{2y}$, & en substituant successivement sans faire aucune réduction on a

$$\cos.\ \varphi = 2^0 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}$$

$$\cos.2\varphi = 2^1 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^2 - 1$$

$$\cos.3\varphi = 2^2 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^3 - 3 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}$$

$$\cos.4\varphi = 2^3 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^4 - 8 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^2 + 1$$

$$\cos.5\varphi = 2^4 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^5 - 20 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^3 + 5 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}$$

$$\cos.6\varphi = 2^5 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^6 - 48 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^4 + 18 \left\{ \frac{y^2+1}{2y} \right\}^2 - 1$$

. . . .

on a de la nature des opérations faites dans la substitution

1.° que dans la valeur de cos. $n\varphi$ les exposans des puissances de $\frac{y^2+1}{2y}$ sont $n, n-2, n-4, n-6, \ldots$

2.° Que le coèfficient du premier terme est 2^{n-1}

3.° Que *le coèfficient d'un terme quelconque* r.*me est égal à la somme du double du coèfficient du terme* r.*me de cos.* $\overline{n-1}.\ \varphi$ *& du coèfficient du terme* $\overline{r-1}$.*me de cos.* $\overline{n-2}.\ \varphi$.

C'est pourquoi le coèfficient du second terme

de cos. $2\varphi = 1$

de cos. $3\varphi = 2.\ 1 + 1 = 3$

de cos. $4\varphi = 2.\ 3 + 2^2 = 4.\ 2$

. . . .

de cos. $n\varphi = \overline{n-1}.\ 2^{n-3} + 2^{n-3} = n\,2^{n-3}$

Le coëfficient du 3e terme

de cos. $4\phi = 1$

de cos. $5\phi = 2.\,1 + 3 = 5$

de cos. $6\phi = 2.\,5 + 4.\,2 = 6.\,3 = \frac{6.3}{1.2}\,2$

de cos. $7\phi = \frac{6.3}{1.2}\,2^2 + 5.\,2^2 = \frac{7.4}{1.2}\,2^2$

de cos. $8\phi = \frac{7.4}{1.2}\,2^3 + 6.\,2^3 = \frac{8.5}{1.2}\,2^3$

& généralement le coëfficient du troisième terme de cos. $n\phi$ sera $\frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-4}}{1.2}\,2^{n-5} + \overline{n-2}\,.\,2^{n-5}$ qui se transforme en $\frac{n.\,\overline{n-3}}{1.2}\,2^{n-5}$.

Le principe de cette transformation est $\frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-2r}}{1.r} + \frac{\overline{n-2}}{1} = \frac{n.\,\overline{n-r-1}}{1.r}$. C'est pourquoi en posant $r = 2, 3, 4, 5, \ldots$ & en multipliant de suite par 2^{n-5}, $\frac{\overline{n-5}}{2}\,2^{n-7}$, $\frac{\overline{n-6}.\,\overline{n-7}}{2.3}\,2^{n-9}$, $\frac{\overline{n-7}.\,\overline{n-8}.\,\overline{n-9}}{2.3.4}\,2^{n-11}$, $\frac{\overline{n-8}.\,\overline{n-9}.\,\overline{n-10}.\,\overline{n-11}}{2.3.4.5}\,2^{n-13}$, ... on a

$$\frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-4}}{1.2}\,2^{n-5} + \overline{n-2}.\,2^{n-5} = \frac{n.\,\overline{n-3}}{1.2}\,2^{n-5}$$

$$\frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-5}.\,\overline{n-6}}{1.2.3}\,2^{n-7} + \frac{\overline{n-2}.\,\overline{n-5}}{1.2}\,2^{n-7} = \frac{n.\,\overline{n-4}.\,\overline{n-5}}{1.2.3}\,2^{n-7}$$

$$\frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-6}.\,\overline{n-7}.\,\overline{n-8}}{1.2.3.4}\,2^{n-9} + \frac{\overline{n-2}.\,\overline{n-6}.\,\overline{n-7}}{1.2.3}\,2^{n-9}$$

$$= \frac{n.\,\overline{n-5}.\,\overline{n-6}.\,\overline{n-7}}{1.2.3.4}\,2^{n-9}$$

$$\frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-7}.\,\overline{n-8}\,\overline{n-9}.\,\overline{n-10}}{1.2.3.4.5}\,2^{n-11} + \frac{\overline{n-2}.\,\overline{n-7}.\,\overline{n-8}.\,\overline{n-9}}{1.2.3.4}\,2^{n-11}$$

$$= \frac{n.\,\overline{n-6}.\,\overline{n-7}.\,\overline{n-8}.\,\overline{n-9}}{1.2.3.4.5}\,2^{n-11}$$

. . . .

& ces transformations serviront encore pour celle des coèfficiens des quatrièmes, cinquièmes &c. termes.

En continuant à appliquer la loi aux coèfficiens des quatrièmes termes on aura le coèfficient du quatrième

De cos. $6\varphi = 1$

De cos. $7\varphi = 2.\ 1 + 5 = 7$

De cos. $8\varphi = 2.\ 7 + \frac{6.3}{1.2}\ 2 = \frac{8.4.3}{1.2.3}\ 2$

De cos. $9\varphi = \frac{8.4.3}{1.2.3}\ 2^2 + \frac{7.4}{1.2}\ 2^2 = \frac{9.5.4}{1.2.3}\ 2^2$

De cos. $10\varphi = \frac{9.5.4}{1.2.3}\ 2^3 + \frac{8.5}{1.2}\ 2^3 = \frac{10.6.5}{1.2.3}\ 2^3$

De cos. $n\varphi = \frac{\overline{n-1}.\overline{n-5}.\overline{n-6}}{1.2.3}\ 2^{n-7} + \frac{\overline{n-2}.\overline{n-5}}{1.2}\ 2^{n-7} = \frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}\ 2^{n-7}$

on aura de la même manière $\frac{n.\overline{n-5}.\overline{n-6}.\overline{n-7}}{1.2.3.4}\ 2^{n-9}$ pour coèfficient du cinquième terme

de cos. $n\varphi$, $\frac{n.\overline{n-6}.\overline{n-7}.\overline{n-8}.\overline{n-9}}{1.2.3.4.5}\ 2^{n-11}$ pour coèfficient du sixième terme de cos. $n\varphi$, & ainsi de suite. Donc

$$\cos.\ n\varphi = 2^{n-1}\left\{\frac{1+y^2}{2y}\right\}^n - \frac{n}{1}\ 2^{n-3}\left\{\frac{1+y^2}{2y}\right\}^{n-2}$$

$$+ \frac{n.\overline{n-3}}{1.2}\ 2^{n-5}\left\{\frac{1+y^2}{2y}\right\}^{n-4} + \frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}\ 2^{n-7}\left\{\frac{1+y^2}{2y}\right\}^{n-6}$$

$$+ \frac{n.\overline{n-5}.\overline{n-6}.\overline{n-7}}{1.2.3.4}\ 2^{n-9}\left\{\frac{1+y^2}{2y}\right\}^{n-8} + \ldots\ldots$$

& ayant posé cos. φ à la place de $\frac{1+y^2}{2y}$

$$\cos.\ n\varphi = 2^{n-1}\cos.^{n}\varphi - \frac{n}{1}\ 2^{n-3}\cos.^{n-2}\varphi$$

$$+ \frac{n.\overline{n-3}}{1.2}\ 2^{n-5}\cos.^{n-4}\varphi + \ldots\ldots$$

6. En reprenant le même article 3e, & en faisant $\cos.\varphi = \frac{y^2+1}{2y}$, d'où $\sin.\varphi = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}$ on a par la substitution successive

$$\sin.\ \varphi = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}$$

$$\sin.\ 2\varphi = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}\left\{2.\ \frac{y^2+1}{2y}\right\}$$

$$\sin.\ 3\varphi = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}\left\{2^2\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^2-1\right\}$$

$$\sin.\ 4\varphi = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}\left\{2^3\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^3-4\ \frac{y^2+1}{2y}\right\}$$

$$\sin.\ 5\varphi = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}\left\{2^4\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^4-12\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^2+1\right\}$$

$$\sin.\ 6\varphi = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}\left\{2^5\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^5-32\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^3+6\frac{y^2+1}{2y}\right\}$$

La loi de ces valeurs est évidente, si on en excepte celle des coèfficiens, pour lesquels il résulte des opérations des substitutions prescrites ci-dessus, que *le coèfficient du terme r.me de sin. nφ est égal à la somme du double coèfficient du terme r.me de sin.* $\overline{n-1}.\ \varphi$, *& du coèfficient du terme* $\overline{r-1}$*.me de sin.* $\overline{n-2}.\ \varphi$

. . . .

C'est pourquoi en faisant les opérations & les mêmes raisonnemens que ci-dessus, moyennant les transformations suivantes,

$$\frac{n-3}{1}\,2^{n-3}+2^{n-3}=\frac{n-2}{1}\,2^{n-3}$$

$$\frac{\overline{n-4}\,.\,\overline{n-5}}{1\,.\,2}\,2^{n-5}+\frac{\overline{n-4}}{1}\,2^{n-5}=\frac{\overline{n-3}\,.\,\overline{n-4}}{1\,.\,2}\,2^{n-5}$$

$$\frac{\overline{n-5}\,.\,\overline{n-6}\,.\,\overline{n-7}}{1\,.\,2\,.\,3}\,2^{n-7}+\frac{\overline{n-5}\,.\,\overline{n-6}}{1\,.\,2}\,2^{n-7}=\frac{\overline{n-4}\,.\,\overline{n-5}\,.\,\overline{n-6}}{1\,.\,2\,.\,3}\,2^{n-7}$$

$$\frac{\overline{n-6}\,.\,\overline{n-7}\,.\,\overline{n-8}\,.\,\overline{n-9}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}\,2^{n-9}+\frac{\overline{n-6}\,.\,\overline{n-7}\,.\,\overline{n-8}}{1\,.\,2\,.\,3}\,2^{n-9}=\frac{\overline{n-5}\,.\,\overline{n-6}\,.\,\overline{n-7}\,.\,\overline{n-8}}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}\,2^{n-9}$$

. . . .

qui dérivent de la formule $\frac{n-r}{1}+1=\frac{n-r+1}{1}$ en faisant $r=3,\ 4,\ 5,\ 6$ . . & en multipliant par

$$2^{n-5},\quad \frac{n-5}{2}\,2^{n-7},\quad \frac{\overline{n-6}\,.\,\overline{n-7}}{2\,.\,3}\,2^{n-9},\quad \frac{\overline{n-7}\,.\,\overline{n-8}\,.\,\overline{n-9}}{2\,.\,3\,.\,4}\,2^{n-11}$$

&c., on obtient

$$\text{sin. } n\varphi=\frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}\left\{2^{n-1}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-1}-\frac{n-2}{1}\,2^{n-3}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-3}+\frac{\overline{n-3}\,.\,\overline{n-4}}{1\,.\,2}\,2^{n-5}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-5}-\frac{\overline{n-4}\,.\,\overline{n-5}\,.\,\overline{n-6}}{1\,.\,2\,.\,3}\,2^{n-7}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-7}+\,.....\right\}$$

& en restituant sin. φ, cos. φ à la place de $\frac{y^2+1}{2y\sqrt{-1}}$, $\frac{y^2+1}{2y}$,

$$\text{sin. } n\varphi=\text{sin. }\varphi\left\{2^{n-1}\,\text{cos.}^{n-1}\,\varphi-\frac{n-2}{1}\,2^{n-3}\,\text{cos.}^{n-3}\,\varphi+\frac{\overline{n-3}\,.\,\overline{n-4}}{1\,.\,2}\,2^{n-5}\,\text{cos.}^{n-5}\,\varphi\,.....\right\}$$

7.° Puisque $\cos. n\varphi = \frac{y^{2n}+1}{2y^n}$, $\sin. n\varphi = \frac{y^{2n}-1}{2y^n\sqrt{-1}}$ si on compare ces valeurs avec celles qu'on a eues dans les deux nombres précédens on a

1.° $\frac{y^{2n}+1}{2y^n} = 2^{n-1}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^n - 2^{n-3}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-2}$

$+ \frac{n.\overline{n-3}}{1.2}\, 2^{n-5}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-4} - \ldots$

2.° $\frac{y^{2n}-1}{2y^n\sqrt{-1}} = \frac{y^2-1}{2y\sqrt{-1}}\left\{2^{n-1}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-1}\right.$

$- \frac{n-2}{1}\, 2^{n-3}\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-3} + \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2}\, 2^{n-5}$

$\left.\left\{\frac{y^2+1}{2y}\right\}^{n-5} - \ldots\right\}$

dont on a d'elégantes vérités.

8.° En faisant $z = \cos. \varphi = \frac{y^2+1}{2y}$, $Z = \cos. n\varphi = \frac{y^{2n}+1}{y2^n}$, la première des formules précédentes se transformera en

$Z = 2^{n-1} z^n - \frac{n}{1}\, 2^{n-3} z^{n-2} + \frac{n.\overline{n-3}}{1.2}\, 2^{n-5} z^{n-4}$

$- \frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}\, 2^{n-7} z^{n-6} + \ldots$, & en ordonnant par z, & en transposant $z^n - \frac{n}{1} 2^{-2} z^{n-2} + \frac{n.\overline{n-3}}{1.2}\, 2^{-4} z^{n-4}$

$- \frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}\, 2^{-6} z^{n-6} + \ldots - \frac{Z}{2^{n-1}} = 0$ & Z désignant le co-sinus d'un arc quelconque $n\varphi$, z exprimera le co-sinus de la partie n.me du même arc.

On obtient par ce moyen une équation du degré n, dont les racines, ou valeurs de z sont nombre n. Pour trouver ces valeurs remarquez que posant $Z =$ cos. de $n\phi$, Z n'est pas seulement cos. de l'arc $n\phi$, mais encore de tous les arcs, qui ont même commencement & même fin avec $n\phi$, c'est-à-dire, l'arc $n\phi$ & toute la périphérie du cercle une, deux, trois ... fois, savoir supposé $\pi =$ à la demipériphérie, Z est co-sinus de $n\phi$, $2\pi + n\phi$, $2.\ 2\pi + n\phi$, $3.\ 2\pi + n\phi$, $4.\ 2\pi + n\phi$, ...

Donc z cos. de la partie n.^me de l'arc, dont Z est cos., sera cos. de ϕ, $\frac{2\pi}{n} + \phi$, $\frac{2.\ 2\pi}{n} + \phi$, $\frac{3.\ 2\pi}{n} + \phi$, $\frac{4.\ 2\phi}{n} + \phi$, ...

Donc $z = \cos.\ \phi$, $z = \cos.\ \left(\frac{2\pi}{n} + \phi\right)$, $z = \cos.\ \left(\frac{2.\ 2\pi}{n} + \phi\right)$, $z = \cos.\ \left(\frac{3.\ 2\pi}{n} + \phi\right)$, $z = \cos.\ \left(\frac{4.\ 2\pi}{n} + \phi\right)$, ..., $z = \cos.\ \left(\frac{\overline{n-1}.\ 2\pi}{n} + \phi\right)$, & ce seront là les valeurs de z, elle n'en pourra pas avoir d'autres non seulement parce que celles-ci sont nombre n, mais encore parce qu'en poursuivant, il revient toujours les mêmes valeurs. En effet en poursuivant,

$$z = \cos.\ \left(\frac{n.\ 2\pi}{n} + \phi\right) = \cos.\ (2\pi + \phi) = \cos.\ \phi,$$

$$z = \cos.\left(\frac{\overline{n+1}.\ n\pi}{n} + \phi\right) = \cos.\left(\frac{2\pi}{n} + \phi\right), \ldots$$

Donc $z^n - \frac{n}{1} 2^{-2} z^{n-2} + \frac{n.\ \overline{n-3}}{1.\ 2} 2^{-4} z^{n-4} - \ldots$

$$= (z - \cos.\ \phi)\ \left(z - \cos.\frac{2\pi}{n} + \phi\right)\ \left(z - \cos.\overline{\frac{2.\ 2\pi}{n} + \phi}\right)$$
$$\left(z - \cos.\overline{\frac{3.\ 2\pi}{n} + \phi}\right)\ (\ldots)\ \left(z - \cos.\overline{\frac{\overline{n-1}}{n}\ 2\pi + \phi}\right)$$

Mais le premier membre est =

$$\frac{1+y^{2n}}{2y^n} - \frac{Z}{2^{n-1}} = \frac{1+y^{2n}}{2y^n} - \frac{\cos.\ n\phi}{2^{n-1}}$$

Donc en restituant la valeur de z

$$\frac{1+y^{2n}}{2y^n} - \frac{\cos.\ n\phi}{2^{n-1}} = \left(\frac{1+y^2}{2y} - \cos.\ \phi\right)\left(\frac{1+y^2}{2y} - \cos.\ \overline{\frac{2\pi}{n}+\phi}\right)$$

$$\left(\frac{1+y^2}{2y} - \cos.\ \overline{\frac{2.\ 2\pi}{n}+\phi}\right)\left(\ldots\right)\left(\frac{1+y^2}{2y} - \cos.\ \overline{\frac{n-1}{n}2\pi+\phi}\right),$$

& en réduisant & en faisant, pour abréger, $\cos.\ \phi = a$, $\cos.\ \overline{\frac{2\pi}{n}+\phi} = b$, $\cos.\ \overline{\frac{2.\ 2\pi}{n}+\phi} = c$, $\cos.\ \overline{\frac{3.\ 2\pi}{n}+\phi} = d$, ...
$y^{2n} - 2y^n \cos.\ n\phi + 1 = (1 - 2ay + yy)\ (1 - 2by + yy)$ $(1 - 2cy + y^2)\ (1 - 2dy + y^2)$.

Faisant $n\phi = 2\pi$, d'où $\cos.\ n\phi = 1$, $a = \cos.\ \frac{2\pi}{n}$, $b = \cos.\ \frac{2.\ 2\pi}{n}$, $c = \cos.\ \frac{3.\ 2\pi}{n}$, ... le premier membre se transforme en $y^{2n} - 2y^n + 1 = (y^n - 1)^2$, & en extrayant la racine seconde $y^n - 1 = \sqrt{1-2ay+yy}\ \sqrt{1-2by+yy}$ $\sqrt{1-2cy+yy}\ \sqrt{\ldots}$

Ayant fait $n\phi = \pi$, d'où $\cos.\ n\phi = -1$, $a = \cos.\ \frac{\pi}{n}$, $b = \cos.\ \frac{3\pi}{n}$, $c = \frac{5\pi}{n}$, ... le premier membre se réduit à $y^{2n} + 2y^n + 1 = (y^n + 1)^2$, & en extrayant la racine seconde

$$y^n + 1 = \sqrt{1-2ay+yy}\ \sqrt{1-2by+yy}\ \sqrt{1-2cy+yy}\ \sqrt{\ldots}$$

D'où il suit le fameux théorème de Cotes, qui n'est plus qu'un simple corollaire. La conséquence que l'on vient de tirer des formules précédentes est bien différente dans sa simplicité de celle que de grands Mathématiciens en ont tirée. Mais passons à d'autres conclusions.

9. Reprenons la première formule du n.° 7, en ôtant les fractions nous aurons

$$y^{2n}+1=(y^2+1)^n-ny^2(y^2+1)^{n-2}+\frac{n.\overline{n-3}}{1.2}y^4$$
$$(y^2+1)^{n-4}+\frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}y^6(y^2+1)^{n-6}-\ldots$$

Dévéloppons tous les binomes, & en ordonnant les termes par les puissances croissantes de y il en résulte

$$y^{2n}+1=1+ny^2+\frac{n.\overline{n-1}}{1.2}y^4+\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}y^6+\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3.4}y^6+\ldots$$
$$-ny^2-\frac{n.\overline{n-2}}{1}y^4-\frac{n.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2}y^6-\frac{n.\overline{n-2}.\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2.3}y^6+\ldots$$
$$+\frac{n.\overline{n-3}}{1.2}y^4+\frac{n.\overline{n-3}}{1.2}.\frac{\overline{n-4}}{1}y^6+n.\frac{\overline{n-3}}{1.2}.\frac{\overline{n-4}}{1.2}.\overline{n-5}\,y^8+\ldots$$
$$-\frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}y^6-\frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}.\frac{\overline{n-6}}{1}y^8-\ldots$$
$$+\frac{n.\overline{n-5}.\overline{n-6}.\overline{n-7}}{1.2.3.4}y^8+\ldots$$
$$-\ldots$$

Les deux membres devant être identiques, tous les coèfficiens de y^2, y^4, y^6, ... seront $=0$ hormis le coèfficient de y^{2n} qui est $=1$ coèfficient de y^{2n} dans le premier membre. De-là

$$n - n = 0$$

$$\frac{n.\overline{n-1}}{1.2} - \frac{n.\overline{n-2}}{1} + n\frac{\overline{n-3}}{1.2} = 0$$

$$\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} - n\frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2} + \frac{n.\overline{n-3}}{1.2}.\frac{\overline{n-4}}{1} - \frac{n.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3} = 0$$

J'ôte le facteur commun n, & pour exprimer clairement la loi des termes, j'indique les termes précédens en différenciant les puissances de y de la manière suivante, & je fais après la différenciation $y = 1$, $dy = 1$, & en omettant la première ligne $n - n = 0$, j'ai

$$\frac{1}{2}\frac{dy^{n-1}}{1} - dy^{\overline{n-2}} + \frac{1}{1.2}dy^{\overline{n-3}} = 0$$

$$\frac{1}{3}\frac{d^2y^{n-1}}{1.2} - \frac{d^2y^{n-2}}{1.2} + \frac{2}{1.2}\frac{d^2y^{n-3}}{1.2} - \frac{2.1}{1.2.3}\frac{d^2y^{n-4}}{1.2} = 0$$

$$\frac{1}{4}\frac{d^3y^{n-1}}{1.2.3} - \frac{d^3y^{n-2}}{1.2.3} + \frac{3}{1.2}\frac{d^3y^{n-3}}{1.2.3} - \frac{3.2}{1.2.3}\frac{d^3y^{n-4}}{1.2.3} + \frac{3.2.1}{1.2.3.4}\frac{d^3y^{n-5}}{1.2.3} = 0$$

. . . .

& généralement

$$\frac{1}{r+1}\frac{d^ry^{n-1}}{1.2..r} - \frac{d^ry^{n-2}}{1.2..r} + \frac{r}{1.2.}\frac{d^ry^{n-3}}{1.2..r} - \frac{r.\overline{r-1}}{1.2.3}\frac{d^ry^{n-4}}{1.2..r} +$$

$$\frac{r.\overline{r-1}.\overline{r-2}}{1.2.3.4}\frac{d^ry^{n-5}}{1.2..r} - \frac{r.\overline{r-1}.\overline{r-2}.\overline{r-3}}{1.2.3.4.5}\frac{d^ry^{n-6}}{1.2...r} + ... = 0$$

Remarquez 1° qu'en développant le binome

$$(1-1)^{r+1} = 0, \text{ on a}$$

$$1 - r+1 + \frac{\overline{r+1}.r}{1.2} - \frac{\overline{r+1}.r.\overline{r-1}}{1.2.3} + \frac{\overline{r+1}.r.\overline{r-1}.\overline{r-2}}{1.2.3.4} - ... = 0$$

& en divisant

Qu'on substitue cette valeur dans la troisième, & dans la quatrième la valeur de -1, que l'on tirera de la troisième, & ainsi de suite, & en transposant, & en réduisant au même dénominateur on aura

$$1 = dy^{n-1} - dy^{n-2}$$

$$1 = \frac{d^2 y^{n-1}}{1.2} - \frac{2}{1}\frac{d^2 y^{n-2}}{1.2} + \frac{2.1}{1.2}\frac{d^2 y^{n-3}}{1.2}$$

$$1 = \frac{d^3 y^{n-1}}{1.2.3} - \frac{3}{1}\frac{d^3 y^{n-2}}{1.2.3} + \frac{3.2}{1.2}\frac{d^3 y^{n-3}}{1.2.3} - \frac{3.2.1}{1.2.3}\frac{d^3 y^{n-4}}{1.2.3}$$

$$1 = \frac{d^4 y^{n-1}}{1.2.3.4} - \frac{4}{1}\frac{d^4 y^{n-2}}{1.2.3.4} + \frac{4.3}{1.2}\frac{d^4 y^{n-3}}{1.2.3.4} - \frac{4.3.2}{1.2.3}\frac{d^4 y^{n-4}}{1.2.3.4} + \frac{4.3.2.1}{1.2.3.4}\frac{d^4 y^{n-5}}{1.2.3.4}$$

. . . .

& généralement

$$1 = \frac{d^r y^{n-1}}{1.2..r} - \frac{r}{1}\frac{d^r y^{n-2}}{1.2..r} + \frac{r.\overline{r-1}}{1.2}\frac{d^r y^{n-3}}{1.2..r}$$

$$- \frac{r.\overline{r-1}.\overline{r-2}}{1.2.3}\frac{d^r y^{n-4}}{1.2..r} + \frac{r.\overline{r-1}.\overline{r-2}.\overline{r-3}}{1.2.3.4}\frac{d^r y^{n-5}}{1.2...r} - \ldots\ldots$$

on a par là le théorème suivant.

„ Si on multiplie les termes consécutifs $r+1$ des nom„ bres de l'ordre r par des termes $\overline{r+1}$ de $1 - r + \frac{r.\overline{r-1}}{1.2}$ „ $- \frac{r.\overline{r-1}.\overline{r-2}}{1.2.3} + \frac{r.\overline{r-1}.\overline{r-2}.\overline{r-3}}{1.2.3.4} - \ldots\ldots = (1-1)^r$ „ $= 0$, le premier par 1, le second par $-r$, le troi„ sième par $+\frac{r.\overline{r-1}}{1.2}$, & ainsi de suite la somme des produits sera $= 1$.

En combinant ce théorème avec le précédent, on en déduit facilement des autres, qui ne sont pas moins élégans & utiles.

11. En se rappelant toujours que $y = dy = 1$ après avoir effectué les différenciations indiquées, & en ajoutant à la table précédente pour première suite $1 = y^{n-1}$, qui est équation identique à cause de $y = 1$ on a

$$1 = y^{n-1}$$

$$1 = dy^{n-1} - dy^{n-2}$$

$$1 = \frac{d^2 y^{n-1}}{1.2} - 2\,\frac{d^2 y^{n-2}}{1.2} + \frac{2.1}{1.2}\,\frac{d^2 y^{n-3}}{1.2}$$

$$1 = \frac{d^3 y^{n-1}}{1.2.3} - 3\,\frac{d^3 y^{n-2}}{1.2.3} + \frac{3.2}{1.2}\,\frac{d^3 y^{n-3}}{1.2.3} - \frac{3.2.1}{1.2.3}\,\frac{d^3 y^{n-4}}{1.2.3}$$

en additionnant les premiers membres on a $1 + 1 + 1 + \ldots\ldots = n$.

En ajoutant entr'eux les seconds membres en colonne.

La somme de la première colonne est évidemment $(1+1)^{n-1} = 2^{n-1}$.

Celle de la seconde se réduit à

$$\overline{n-2} + \overline{n-2}\,dy^{\overline{n-3}} + \overline{n-2}\,\frac{d^2 y^{n-3}}{1.2} + \overline{n-2}\,\frac{d^3 y^{n-3}}{1.2.3} + \ldots\ldots =$$

$$\overline{n-2}\,(1+1)^{\overline{n-3}} = \overline{n-2}.\ 2^{\overline{n-3}}.$$

Celle de la troisième à

$$\frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2}\left\{1 + dy^{\overline{n-5}} + \frac{d^2 y^{n-5}}{1.2} + \frac{d^3 y^{n-5}}{1.2.3} + \ldots\ldots\right\}$$

$$= \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2}(1+1)^{\overline{n-5}} = \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2}\,2^{\overline{n-5}}$$

Celle de la quatrième est

$$\frac{\overline{n-4}.\overline{n-5}.\overline{n-6}}{1.2.3}\,2^{\overline{n-7}};$$

Celle de la cinquième

kkk

$\frac{\overline{n-5}.\overline{n-6}.\overline{n-7}.\overline{n-8}}{1.2.3.4} 2^{n-9}$, & ainsi de suite. Donc

$$n = 2^{n-1} - \frac{n-2}{1} 2^{n-3} + \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2} 2^{n-5} - \frac{\overline{n-4}.\overline{n-5}.\overline{n-6}}{1.2.3} 2^{n-7} + \frac{\overline{n-5}.\overline{n-6}.\overline{n-7}.\overline{n-8}}{1.2.3.4} 2^{n-9} - \frac{\overline{n-6}.\overline{n-7}.\overline{n-8}.\overline{n-9}.\overline{n-10}}{1.2.3.4.5} 2^{n-11} + \dots$$

ou bien en différenciant le nombre 2, & en supposant après la différenciation $d2 = 1$,

$$n = 2^{n-1} - \frac{d2^{n-2}}{1} + \frac{d^2\, 2^{n-3}}{1.2} - \frac{d^3\, 2^{n-4}}{1.2.3} + \frac{d^4\, 2^{n-5}}{1.2.3.4} - \frac{d^5\, 2^{n-6}}{1.2.3.4.5}$$

$+ \dots$ élégante formule pour la valeur de n, quelque soit n, pourvu qu'il soit nombre entier positif.

12. Je multiplie les termes de la valeur précédente de n successivement par $\frac{n-1}{2.1}$, $\frac{n-3}{2.1}$, $\frac{n-5}{2.1}$, $\frac{n-7}{2.1}$, ... terme par terme, & je nomme le résultat B. Je multiplie les termes de B successivement par $\frac{n-3}{2.2}$, $\frac{n-5}{2.2}$, $\frac{n-7}{2.2}$, $\frac{n-9}{2.2}$ ... & je nomme le résultat C.

Je multiplie les termes de C successivement par $\frac{n-5}{2.3}$, $\frac{n-7}{2.3}$, $\frac{n-9}{2.3}$, $\frac{n-11}{2.3}$ ..., & je nomme le résultat D. Je continue à multiplier de la même façon par $\frac{n-7}{2.4}$, $\frac{n-9}{2.4}$, $\frac{n-11}{2.4}$, $\frac{n-13}{2.4}$, ... par $\frac{n-9}{2.5}$, $\frac{n-11}{2.5}$, $\frac{n-13}{2.5}$.... par $\frac{n-11}{2.6}$, $\frac{n-13}{2.6}$, $\frac{n-15}{2.6}$, ... en nommant E, F, G ..... les résultats, & j'ai

$$B = \frac{n-1}{2.1}2^{n-1} - \frac{n-3}{2.1}d2^{n-2} + \frac{n-5}{2.1}\frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \frac{n-7}{2.1}\frac{d^3 2^{n-4}}{1.2.3} + \dots\dots$$

$$C = \frac{\overline{n-1}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-3}}{2.2}2^{n-1} - \frac{\overline{n-3}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-5}}{2.2}d2^{n-2} + \frac{\overline{n-5}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-7}}{2.2}\frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \frac{\overline{n-7}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-9}}{2.2}\frac{d^3 2^{n-4}}{1.2.3} + \dots$$

$$D = \frac{\overline{n-1}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-3}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-5}}{2.3}2^{n-1} - \frac{\overline{n-3}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-5}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-7}}{2.3}d2^{n-2} + \frac{\overline{n-5}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-7}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-9}}{2.3}\frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \dots$$

$$E = \frac{\overline{n-1}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-3}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-5}}{2.3}\cdot\frac{\overline{n-7}}{2.4}2^{n-1} - \frac{\overline{n-3}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-5}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-7}}{2.3}\cdot\frac{\overline{n-9}}{2.4}d2^{n-2} + \frac{\overline{n-5}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-7}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-9}}{2.3}\cdot\frac{\overline{n-11}}{2.4}\frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \dots$$

F= . . . .

G= . . . .

. . . .

Je multiplie successivement les termes de la valeur de n par $\frac{n-2}{2.1}$, $\frac{n-4}{2.1}$, $\frac{n-6}{2.1}$, $\frac{n-8}{2.1}$,... par $\frac{n-4}{2.2}$, $\frac{n-6}{2.2}$, $\frac{n-8}{2.2}$,... par $\frac{n-6}{2.3}$, $\frac{n-8}{2.4}$, $\frac{n-10}{2.4}$, ... &c. & nommant les résultats b, c, d, e ..... & j'ai

$$b = \frac{n-2}{2.1}2^{n-1} - \frac{n-4}{2.1}d2^{n-2} + \frac{n-6}{2.1}\frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \frac{n-8}{2.1}\frac{d^3 2^{n-3}}{1.2.3} + \dots\dots$$

$$c = \frac{\overline{n-2}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-4}}{2.2}2^{n-1} - \frac{\overline{n-4}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-6}}{2.2}d2^{n-2} + \frac{\overline{n-6}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-8}}{2.2}\frac{d^2 2^{n-3}}{1.2.3} - \dots\dots$$

$$d = \frac{\overline{n-2}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-4}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-6}}{2.3}2^{n-1} - \frac{\overline{n-4}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-6}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-8}}{2.3}d2^{n-2} + \frac{\overline{n-6}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-8}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-10}}{2.3}\frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \dots$$

$$e = \frac{\overline{n-2}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-4}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-6}}{2.3}\cdot\frac{\overline{n-8}}{2.4}2^{n-1} - \frac{\overline{n-4}}{2.1}\cdot\frac{\overline{n-6}}{2.2}\cdot\frac{\overline{n-8}}{2.3}\cdot\frac{\overline{n-10}}{2.4}d2^{n-2} + \dots$$

f= . . . .

. . . .

Je cherche la somme générale de B, C, D, ..., b, c, d, ...

Pour trouver la somme générale de B je substitue

$\frac{n-1}{2.1}-1, \frac{n-1}{2.1}-2, \frac{n-1}{2.1}-3,\dots$ à la place de $\frac{n-3}{2.1}, \frac{n-5}{2.1}, \frac{n-7}{2.1},$ ..... & j'ai

$$B = \frac{n-1}{2.1}\left\{2^{n-1} - d2^{n-2} + \frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \frac{d^3 2^{n-4}}{1.2.3} + \frac{d^4 2^{n-5}}{1.2.3.4} - \dots\right\}$$
$$+ d2^{n-2} - \frac{2d^2 2^{n-3}}{1.2} + \frac{3d^3 2^{n-4}}{1.2.3} + \frac{4d^4 2^{n-5}}{1.2.3.4} + \dots$$

cette seconde ligne de la valeur de B se transforme pareillement en

$$\frac{n-2}{1}2^{n-3} - \frac{n-3}{1}d2^{n-4} + \frac{n-4}{1}\frac{d^2 2^{n-5}}{1.2} - \frac{n-5}{1}d^3 2^{n-6} + \dots$$
$$= \frac{n-2}{1}\left\{2^{n-3} - d2^{n-4} + \frac{d^2 2^{n-5}}{1.2} - \frac{d^3 2^{n-6}}{1.2.3} + \frac{d^4 2^{n-7}}{1.2.3.4} - \dots\right\}$$
$$+ d2^{n-4} - 2\frac{d^2 2^{n-5}}{1.2} + 3\frac{d^3 2^{n-6}}{1.2.3} - 4\frac{d^4 2^{n-7}}{1.2.3.4} + \dots$$

cette dernière ligne se transformera de même en deux autres, dont la seconde se transformera aussi en deux autres semblables, & ainsi de suite. Donc

$$\begin{aligned} B = {} & \frac{n-1}{2}\left\{2^{n-1} - d2^{n-2} + \frac{d^2 2^{n-3}}{1.2} - \frac{d^3 2^{n-4}}{1.2.3} + \dots\right\} \\ & \frac{n-2}{1}\left\{2^{n-3} - d2^{n-4} + \frac{d^2 2^{n-5}}{1.2} - \frac{d^3 2^{n-6}}{1.2.3} + \dots\right\} \\ & \frac{n-4}{1}\left\{2^{n-5} - d2^{n-6} + \frac{d^2 2^{n-7}}{1.2} - \frac{d^3 2^{n-8}}{1.2.3} + \dots\right\} \\ & \frac{n-6}{1}\left\{2^{n-7} - d2^{n-8} + \frac{d^2 2^{n-9}}{1.2} - \frac{d^3 2^{n-10}}{1.2.3} + \dots\right\} \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Mais $2^{n-1} - d2^{n-2} + \frac{d^2\,2^{n-3}}{1.2} - \frac{d^3\,2^{n-4}}{1.2.3} + \ldots$ étant $= n$

on a $2^{n-3} - d2^{n-4} + \frac{d^2\,2^{n-5}}{1.2} - \frac{d^3\,2^{n-6}}{1.2.3} + \ldots = \frac{n-2}{1}$

$$2^{n-5} - d2^{n-6} + \frac{d^2\,2^{n-7}}{1.2} - \frac{d^3\,2^{n-8}}{1.2.3} + \ldots = \frac{n-4}{1}$$

$$2^{n-7} - d2^{n-8} + \frac{d^2\,2^{n-9}}{1.2.3} - \frac{d^3\,2^{n-10}}{1.2.3} + \ldots = \frac{n-6}{1}$$

Donc $B = \frac{n-1}{2}n - \frac{n-2}{1}.\frac{n-2}{1} + \frac{n-4}{1}.\frac{n-4}{1} - \frac{n-6}{1}.\frac{n-6}{1} + \ldots$

& en substituant $\frac{n-1}{2} + \frac{n-3}{2}$, $\frac{n-3}{2} + \frac{n-5}{2}$, $\frac{n-5}{2} + \frac{n-7}{2}$ ..... à la place de $n-2$, $n-4$, $n-6$, ...

$$B = \frac{n-1}{2}.n + \left\{\frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2} + \frac{\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2} + \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2} + \ldots\right\}$$

ou bien les termes renfermés entre la parenthèse ( ) étant égaux à $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}$,

$$B = \frac{n-1}{2}.n + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} = \frac{n.\overline{n+1}.\overline{n-1}}{1.2.3}$$

C'est pourquoi ayant

$$B = \frac{n-1}{2.1}2^{n-1} - \frac{n-3}{2.1}d2^{n-2} + \frac{n-5}{2.1}\frac{d^2\,2^{n-3}}{1.2} - \ldots\ldots = \frac{\overline{n+1}.n.\overline{n-1}}{1.2.3}$$

on aura de même

$$\frac{n-3}{2.1}2^{n-3} - \frac{n-5}{2.1}d2^{n-4} + \frac{n-7}{2.1}\frac{d^2\,2^{n-5}}{1.2} - \ldots = \frac{\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3}$$

$$\frac{n-5}{2.1}2^{n-5} - \frac{n-7}{2.1}d2^{n-6} + \frac{n-9}{2.1}\frac{d^2\,2^{n-7}}{1.2} - \ldots = \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}.\overline{n-5}}{1.2.3}$$

$$\frac{n-7}{2.1}2^{n-7} - \frac{n-9}{2.1}d2^{n-8} + \frac{n-11}{2.1}\frac{d^2\,2^{n-9}}{1.2} - \ldots = \frac{\overline{n-5}.\overline{n-6}.\overline{n-7}}{1.2.3}$$

. . . .

& ces formules serviront pour trouver la somme générale de C en transformant premièrement sa valeur comme ci-dessus.

La première transformation donnera

$$C = \frac{n-3}{2.\,2}\left\{\frac{n-1}{2.\,1}z^{n-1} - \frac{n-3}{2.\,1}dz^{n-2} + \frac{n-5}{2.\,1}\,\frac{d^2 z^{n-3}}{1.\,2} - \dots\right\}$$

$$+ \frac{1}{2}\,\frac{n-3}{2.\,1}dz^{n-2} - \frac{2}{2}\,\frac{n-5}{2.\,1}\,\frac{d^2 z^{n-3}}{1.\,2} + \frac{3}{2}\,\frac{n-7}{2.\,1}\,\frac{d^3 z^{n-4}}{1.\,2.\,3} - \dots$$

Transformons encore de la même façon cette seconde ligne, & nous aurons

$$\begin{aligned} C = {} & \frac{n-3}{2.\,2}\left\{\frac{n-1}{2.\,1}z^{n-1} - \frac{n-3}{2.\,1}dz^{n-2} + \frac{n-5}{2.\,1}\,\frac{d^2 z^{n-3}}{1.\,2} - \dots\right\} \\ & \frac{n-2}{2}\left\{\frac{n-3}{2.\,1}z^{n-3} - \frac{n-5}{2.\,1}dz^{n-4} + \frac{n-7}{2.\,1}\,\frac{d^2 z^{n-5}}{1.\,2} - \dots\right\} \\ & \frac{n-4}{2}\left\{\frac{n-5}{2.\,1}z^{n-5} - \frac{n-7}{2.\,1}dz^{n-6} + \frac{n-9}{2.\,1}\,\frac{d^2 z^{n-7}}{1.\,2} - \dots\right\} \\ & \frac{n-6}{2}\left\{\frac{n-7}{2.\,1}z^{n-7} - \frac{n-9}{2.\,1}dz^{n-8} + \frac{n-11}{2.\,1}\,\frac{d^2 z^{n-9}}{1.\,2} - \dots\right\} \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

C'est pourquoi en sommant les valeurs renfermées entre la parenthèse ( ) moyennant les formules déduites de la valeur de B

$$\begin{aligned} C = {} & \frac{n-3}{2.\,2}\cdot\frac{\overline{n+1}.\,n.\,\overline{n-1}}{1.\,2.\,3} + \frac{n-2}{2}\cdot\frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-2}.\,\overline{n-3}}{1.\,2.\,3} \\ & + \frac{n-4}{2}\cdot\frac{\overline{n-3}.\,\overline{n-4}.\,\overline{n-5}}{1.\,2.\,3} + \frac{n-6}{2}\cdot\frac{\overline{n-5}.\,\overline{n-6}.\,\overline{n-7}}{1.\,2.\,3} \\ & + \frac{n-8}{2}\cdot\frac{\overline{n-7}.\,\overline{n-8}.\,\overline{n-9}}{1.\,2.\,3} + \dots, \end{aligned}$$

& posant $\frac{n}{4} + \frac{n-4}{4}$, $\frac{n-2}{4} + \frac{n-6}{4}$, $\frac{n-4}{4} + \frac{n-8}{4}$, ...
au lieu de $\frac{n-2}{2}$, $\frac{n-4}{2}$, $\frac{n-6}{2}$, ...

$$C = \frac{n-3}{2.\,2}.\ \frac{\overline{n+1}.\,n.\,\overline{n-1}}{1.\,2.\,3} + \left(\frac{n.\,\overline{n-1}.\,\overline{n-2}.\,\overline{n-3}}{1.\,2.\,3.\,4}\right.$$
$$\left. + \frac{\overline{n-1}.\,\overline{n-2}.\,\overline{n-3}.\,\overline{n-4}}{1.\,2.\,3.\,4} + \frac{\overline{n-2}.\,\overline{n-3}.\,\overline{n-4}.\,\overline{n-5}}{1.\,2.\,3.\,4} + \ldots\right)$$

ou bien

$$C = \frac{n-3}{2.2}.\ \frac{\overline{n+1}.\,n.\,\overline{n-1}}{1.\,2.\,3} + \frac{\overline{n+1}.\,n.\,\overline{n-1}.\,\overline{n-2}.\,\overline{n-3}}{1.\,2.\,3.\,4.\,5} = \frac{n.\,\overline{n+1}.\,\overline{n-1}.\,\overline{n+3}.\,\overline{n-3}}{1.\,2.\,3.\,4.\,5}$$

en substituant $n-1$, $n-2$, $n-3$, ... à la place de n dans cette valeur de C, & en transformant D, ainsi que l'on a fait de B, C, & en opérant de la même façon avec E, F, ... on obtiendra les sommes de D, C, F, ... On aura aussi par la même méthode les sommes de b, c, d, ...

En multipliant entr'eux deux à deux les facteurs des sommes de B, C, D, ... b, c, d on a les formules très-simples, qui suivent

$$B = \frac{n.\,\overline{nn-1}}{1.\,2.\,3}$$

$$C = \frac{n.\,\overline{nn-1}.\,\overline{nn-9}}{1.\,2.\,3.\,4.\,5} = B\,\frac{nn-9}{4.5}$$

$$D = \frac{n.\,\overline{nn-1}.\,\overline{nn-9}.\,\overline{nn-25}}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7} = C\,\frac{nn-25}{6.\,7}$$

$$E = \frac{n.\,\overline{nn-1}.\,\overline{nn-9}.\,\overline{nn-25}.\,\overline{nn-49}}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6.\,7.\,8.\,9} = D\,\frac{nn-49}{8.\,9}$$

. . . .

$$b = \frac{n.\,\overline{nn-4}}{1.\,2.\,3}$$

$$c = \frac{n.\overline{nn-4}.\overline{nn-16}}{1.2.3.4.5} = b\,\frac{nn-16}{4.5}$$

$$d = \frac{n.\overline{nn-4}.\overline{nn-16}.\overline{nn-36}}{1.2.3.4.5.6.7} = c\,\frac{nn-36}{6.7}$$

$$e = \frac{n.\overline{nn-4}.\overline{nn-16}.\overline{nn-36}.\overline{nn-64}}{1.2.3.4.5.6.7.8.9} = d\,\frac{nn-64}{8.9}$$

. . . .

13. On a de ces valeurs de B, C, D, ... *b*, *c*, *d*, deux valeurs élégantes de sin. $n\phi$, qu'Euler déduit de la simple induction.

Ayant (articl. 6) sin. $n\phi$ = sin. ϕ (2^{n-1} cos. $^{n-1}\,\phi$ — $\frac{n-2}{1}\,2^{n-3}$ cos. $^{n-3}\,\phi$ + $\frac{n-3.\,n-4}{1.2}\,2^{n-5}$ cos. $^{n-5}\,\phi$ — .....), & de plus cos.$^2\,\phi = 1 -$ sin.$^2\,\phi$, en substituant à cos. ϕ sa valeur, on aura une autre expression de sin. ϕ différente selon que n est pair, ou impair.

Soit n impair, & conséquemment $n-1$, $n-3$, $n-5$, ... pairs en substituant

$$(1 - \text{sin.}^2\,\phi)^{\frac{n-1}{2}} = \text{cos.}^{n-1}.\,\phi$$

$$(1 - \text{sin.}^2\,\phi)^{\frac{n-3}{2}} = \text{cos.}^{n-3}.\,\phi$$

$$(1 - \text{sin.}^2\,\phi)^{\frac{n-5}{2}} = \text{cos.}^{n-5}.\,\phi$$

. . . .

& en ordonnant par les puissances de sin. ϕ par le développement des binomes, soit

$$\sin. n\varphi = \sin. \varphi \,(A - B \sin.^2 \varphi +)\ \sin.^4 \varphi - D \sin.^6 \varphi + (\sin.^8 \varphi - \ldots)$$ on aura

$$A = 2^{n-1} - \frac{\overline{n-2}}{1} 2^{n-3} + \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1\,.\,2} 2^{n-5} - \frac{\overline{n-4}.\overline{n-5}.\overline{n-6}}{1.2.3} 2^{n-7} + \ldots.$$

$= n$, & B, C, D,.... seront comme dans l'article précédent.

Donc on aura

$$\sin. n\varphi = \sin.\varphi \,\Big(n - \frac{n.\overline{nn-1}}{1.2.3} \sin.^2 \varphi + \frac{n.\overline{nn-1}.\overline{nn-9}}{1.2.3.4.5} \sin.^4\varphi - \frac{n.\overline{nn-1}.\overline{nn-9}.\overline{nn-25}}{1.2.3.4.5.6.7} \sin.^6 \varphi + \ldots. \Big)$$

Soit n pair, & par conséquent $n-2$, $n-4$, $n-6$, ... pairs, donnons à la valeur de sin. $n\varphi$ cette forme

$$\sin. n\varphi = \sin. \varphi . \cos. \varphi \,\Big(2^{n-1} \cos.^{n-2}\varphi - \frac{\overline{n-2}}{1} 2^{n-3} \cos.^{n-4}\varphi + \frac{\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2} 2^{n-5} \cos.^{n-6}\varphi - \frac{\overline{n-4}.\overline{n-5}.\overline{n-6}}{1.2.3} 2^{n-7} \cos.^{n-8} \varphi + \ldots.\Big)$$

& en substituant

$$(1 - \sin.^2 \varphi)^{\frac{n-2}{2}} = \cos.^{n-2}. \varphi$$

$$(1 - \sin.^2 \varphi)^{\frac{n-4}{2}} = \cos.^{n-4}. \varphi$$

$$(1 - \sin.^2 \varphi)^{\frac{n-6}{2}} = \cos.^{n-6}. \varphi$$

. . . .

& en ordonnant d'une manière semblable par les puissances de sin. φ, soit sin. $n\varphi$ = sin. φ . cos. φ ($a - b$ sin.^{2} φ $+ c$ sin.^{4} $\varphi - d$ sin.^{6} φ + ...) on aura $a = A = n$, & b, c, d ..... seront comme ci-dessus.

Donc $\sin. n\phi = \sin. \phi. \cos. \phi \left(n - \frac{n.\overline{nn-4}}{1.2.3} \sin.^2\phi \right.$

$\left. + \frac{n.\overline{nn-4}.\overline{nn-16}}{1.2.3.4.5} \sin.^4 \phi - \frac{n.\overline{nn-4}.\overline{nn-16}.\overline{nn-36}}{1.2.3.4.5.6.7} \sin.^6\phi + ...\right)$

14. Développons les deux binomes $(\cos. \phi + \sqrt{-1}. \sin. \phi)^n$, $(\cos. \phi - \sqrt{-1} \sin. \phi)^n$, qui entrent dans la valeur de $\cos. n\phi$, $\sin. n\phi$ (n.° 4), & nous aurons

$$\cos. n\phi = \cos.^n \phi - \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \sin.^2 \phi . \cos.^{n-2} \phi$$
$$+ \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3.4} \sin.^4 \phi . \cos.^{n-4} \phi - .....$$

$$\sin. n\phi = n. \sin. \phi. \cos.^{n-1} \phi - \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} \sin.^3\phi \cos.^{n-3} \phi$$
$$+ \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2.3.4.5.6} \sin.^5 \phi \cos.^{n-5} \phi - ...$$

Ensuite ayant pris un arc A, & l'ayant divisé en parties égales, dont le nombre n désigne un nombre entier positif quelconque, soit une de ces parties ϕ, on aura $\cos. n\phi = \cos. A$, $\sin. n\phi = \sin. A$. Supposons maintenant que n croisse successivement sans fin, c'est-à-dire que le nombre des parties égales de A aille successivement en augmentant à l'infini, & qu'ainsi ϕ aille en diminuant à l'infini. $\cos.^n. \phi$, $\cos.^{n-1} \phi$, $\cos.^{n-2}. \phi$, ... s'approcheront sans fin du rayon 1, & $\sin. \phi$ s'approchera sans fin de ϕ, & $n.\overline{n-1}$, $n.\overline{n-1}.\overline{n-2}$, $n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}$ ..... de n^2, n^3, n^4 .... donc

$$\cos.^n\phi - \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \sin.^2\phi. \cos.^{n-2} \phi + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3.4} \sin.^4\phi. \cos.^{n-4}\phi$$
$$- ....$$

$$n.\sin.\varphi.\cos.^{n-1}.\varphi-\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}\sin.^3.\varphi.\cos.^{n-3}\varphi$$

$$+\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2.3.4.5}\sin.^5\varphi.\cos.^{n-5}\varphi-\ldots$$

s'approcheront sans fin de

$$1-\frac{nn}{1.2}\varphi^2+\frac{n^4}{1.2.3.4}\varphi^4-\frac{n^6}{1.2.3.4.5.6}\varphi^6+\ldots$$

$$n\varphi-\frac{n^3}{1.2.3}\varphi^3+\frac{n^5}{1.2.3.4.5}\varphi^5-\frac{n^7}{1.2.3.4.5.6.7}\varphi^7+\ldots$$

qui seront leurs limites. Mais les valeurs précédentes sont toujours égales à cos. $n\varphi$, sin. $n\varphi$, & quelque soit le nombre n des parties φ de A on a toujours $n\varphi = \text{A}$. Donc φ étant diminué, & n augmenté à l'infini, les deux limites seront égales à cos. $n\varphi$, sin. $n\varphi$, & en mettant A à la place de $n\varphi$ on aura

$$\cos.\text{A}=1-\frac{\text{A}^2}{1.2}+\frac{\text{A}^4}{1.2.3.4}-\ldots,\ \sin.\text{A}=\text{A}-\frac{\text{A}^3}{1.2.3}+\frac{\text{A}^5}{1.2.3.4.5}$$

ou bien en retenant φ pour exprimer un arc quelconque désigné par A

$$\cos.\varphi=1-\frac{\varphi^2}{1.2}+\frac{\varphi^4}{1.2.3.4}-\frac{\varphi^6}{1.2\ldots6}+\frac{\varphi^8}{1.2\ldots8}-\ldots$$

$$\sin.\varphi=\varphi-\frac{\varphi^3}{1.2.3}+\frac{\varphi^5}{1.2\ldots5}-\frac{\varphi^7}{1.2\ldots7}+\frac{\varphi^9}{1.2\ldots9}-\ldots$$

15. En prenant n pour tout nombre entier, soit dans la première de ces deux équations $\varphi = \pm\frac{2n-1}{2}\pi$, & soit

par conséquent cos. $\varphi = 0$: sa valeur sera de même $= 0$, c'est-à-dire $1 - \frac{\varphi^2}{1.2} + \frac{\varphi^4}{1.2.3.4} - \frac{\varphi^6}{1.2...6} + ... = 0$, qu'on pourra regarder comme une équation ordonnée par φ.

Qu'on transforme cette équation en sorte que le terme dans lequel φ auroit le plus grand exposant, ait aussi 1 pour coëfficient; les racines de cette transformée seront renfermées dans $\pm \frac{2n - 1}{2} \pi$, ... & pour cette raison les facteurs simples, au produit desquels la même équation est égale, seront $\varphi - \frac{1}{2}\pi$, $\varphi + \frac{1}{2}\pi$, $\varphi - \frac{3}{2}\pi$, $\varphi + \frac{3}{2}\pi$, ... qui sont généralement représentés dans $\varphi \mp \frac{2n - 1}{2}\pi$. Réduisons l'équation à sa première forme, & divisons $\varphi \mp \frac{2n - 1}{2}\pi$ par $\mp \frac{2n - 1}{2}\pi$, les facteurs simples de l'équation seront tous renfermés dans $\mp \frac{2\varphi}{\overline{2n - 1}.\pi} + 1 = 1 \mp \frac{2\varphi}{\overline{2n - 1}.\pi}$, & en supposant $n = 1, 2, 3, 4, ...$ ils seront

$$1 - \frac{2\varphi}{\pi}, \frac{1 + 2\varphi}{\pi} \quad 1 - \frac{2\varphi}{3\pi} \quad 1 + \frac{2\varphi}{3\pi}, \quad 1 - \frac{2\varphi}{5\pi}, 1 + \frac{2\varphi}{5\pi}, ...$$

Donc

$$1 - \frac{\varphi^2}{1.2} + \frac{\varphi^4}{1.2.3.4} - ... = \left\{1 - \frac{2\varphi}{\pi}\right\}\left\{1 + \frac{2\varphi}{\pi}\right\}\left\{1 - \frac{2\varphi}{3\pi}\right\}\left\{1 + \frac{2\varphi}{3\pi}\right\} ...$$

mais le premier membre est $=$ cos. φ. Donc en substituant cos. φ à la place du premier membre, & en multipliant deux à deux les facteurs, on a

$$\cos.\varphi = \left\{1-\frac{4\varphi^2}{\pi^2}\right\}\left\{1-\frac{4\varphi^2}{9\pi^2}\right\}\left\{1-\frac{4\varphi^2}{25\pi^2}\right\}\left\{1-\frac{4\varphi^2}{49\pi^2}\right\}\ldots..$$

De même en faisant dans la seconde $\varphi = \pm n\pi$ on déduit

$$\sin.\varphi = \varphi\left\{1-\frac{\varphi^2}{\pi^2}\right\}\left\{1-\frac{\varphi^2}{4\pi^2}\right\}\left\{1-\frac{\varphi^2}{9\pi^2}\right\}\left\{1-\frac{\varphi^2}{16\pi^2}\right\}\ldots.$$

Les valeurs de cos. φ, sin. φ déduites dans cet article ont été démontrées par des auteurs très-illustres, de façon qu'il semble qu'il y ait encore quelque chose à désirer dans leurs démonstrations. Elles sont d'ailleurs une source d'un grand nombre de vérités.

J'en déduirai seulement deux suites pour la valeur de la tangente, & cotang. d'un arc donné que je n'ai point rencontré ailleurs.

16. 1.° Si l'on différencie $Z = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$ on a

$$\frac{dZ}{Zdx} = \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} + \frac{1}{x-d} + ,\ldots$$

2.° En différenciant φ dans les deux séries

$$\cos.\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{1.2} + \frac{\varphi^4}{1.2.3.4} - \frac{\varphi^6}{1.2\ldots6} + \ldots.$$

$$\sin.\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{1.2.3} + \frac{\varphi^5}{1.2.5} - \frac{\varphi^7}{1.2\ldots7} + \text{ on a}$$

$$-\frac{d.\cos.\varphi}{d\varphi} = \varphi - \frac{\varphi^3}{1.2.3} + \frac{\varphi^5}{1.2\ldots5} - \frac{\varphi^7}{1.2\ldots7} + \ldots. = \sin.\varphi.$$

$$\frac{d.\sin.\varphi}{d\varphi} = 1 - \frac{\varphi^2}{1.2} + \frac{\varphi^4}{1.2.3.4} - \frac{\varphi^6}{1.2.6} + \ldots. = \cos.\varphi.$$

Donc en appliquant la première formule, & ayant

$$\cos.\ \varphi = \left(1 - \frac{2\varphi}{\pi}\right)\left(1 + \frac{2\varphi}{\pi}\right)\left(1 - \frac{2\varphi}{3\pi}\right)\left(1 + \frac{2\varphi}{3\pi}\right) \ldots\ldots$$

$$\sin.\ \varphi = \varphi\left(1 - \frac{\varphi}{\pi}\right)\left(1 + \frac{\varphi}{\pi}\right)\left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)\left(1 + \frac{\varphi}{2\pi}\right) \ldots\ldots$$

on aura

$$-\frac{d.\cos.\ \varphi}{\cos.\ \varphi.\ d\varphi} = -\frac{1}{1 - \frac{2\varphi}{\pi}} - \frac{1}{1 + \frac{2\varphi}{\pi}} - \frac{1}{1 - \frac{2\varphi}{3\pi}} - \frac{1}{1 - \frac{2\varphi}{3\pi}} - \ldots$$

$$\frac{d.\sin.\ \varphi}{\sin.\ \varphi.\ d\varphi} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{\pi}} + \frac{1}{1 + \frac{\varphi}{\pi}} + \frac{1}{1 - \frac{\varphi}{2\varphi}} + \frac{1}{1 + \frac{\varphi}{2\pi}}$$

Mais $-\frac{d.\cos.\ \varphi}{d\varphi} = \sin.\ \varphi$, $\frac{d.\sin.\ \varphi}{d\varphi} = \cos.\ \varphi$, & conséquemment

$$-\frac{d.\cos.\ \varphi}{\cos.\ \varphi.\ d\varphi} = \frac{\sin.\ \varphi}{\cos.\ \varphi} = \text{tang.}\ \varphi,\quad \frac{d.\sin.\ \varphi}{\sin.\ \varphi.\ d\varphi} = \frac{\cos.\ \varphi}{\sin.\ \varphi} = \cot.\ \varphi.$$

Donc en substituant ces valeurs pour les premiers membres, & en réduisant en un seul terme les termes deux à deux des seconds membres, on aura

$$\text{tan.}\ \varphi = \frac{2}{\frac{4\varphi^2}{\pi^2} - 1} + \frac{2}{\frac{4\varphi^2}{2\pi^2} - 1} + \frac{2}{\frac{4\varphi^2}{25.\pi^2} - 1} + \frac{2}{\frac{4\varphi^2}{49\pi^2} - 1} + \ldots\ldots$$

$$\cot.\varphi = \frac{1}{\varphi} + \frac{2}{1 - \frac{\varphi^2}{\pi^2}} + \frac{2}{1 - \frac{\varphi^2}{4\pi^2}} + \frac{2}{1 - \frac{\varphi^2}{9\pi^2}} + \frac{2}{1 - \frac{\varphi^2}{16.\pi^2}} + \ldots\ldots$$

& ayant fait $\varphi = \frac{m}{2n}\pi$, & en réduisant

$$\text{tang.}\ \frac{m}{2n}\pi = 2n^2\left\{\frac{1}{m^2 - n^2} + \frac{9}{m^2 - 9n^2} + \frac{25}{m^2 - 25n^2} + \frac{49}{m^2 - 49n^2} + \right\}$$

$$\cot. \frac{m}{2n}\pi = \frac{2n}{m\pi} + 2.4.n^2 \left\{ \frac{1}{4n^2 - m^2} + \frac{4}{4.4n^2 - m^2} + \frac{9}{9.4n^2 - m^2} + \frac{16}{16.4n^2 - m^2} \right\}$$

§. IV.

Réflexions sur les suites par substitution.

Soit $x = a + X$, & X fonction de x. En substituant dans X successivement $a + X$ à la place de x il résulte une série de puissances de a, que je nomme séries par *substitution*. La méthode de Newton pour trouver en suites les racines des équations, perfectionnée par de très-grands Mathématiciens, & celle de la réversion des suites & des fractions continues, se réduisent aux séries par substitution. Le calcul des différences partielles seroit d'un grand usage dans les recherches sur ces suites. Mais ce n'est pas mon intention d'en faire usage ici; Je ne m'en servirai que pour abréger les expressions, & c'est dans cette vue que je vais en faire précéder quelques notions. *Différencier* une quantité en un terme sera pour moi multiplier ce terme par l'exposant de la quantité, & diminuer d'une unité le même exposant. Pour indiquer cette opération je me servirai du signe d. Lorsque le signe d sera affecté de quelque exposant, & qu'on aura par exemple d^2, d^3, d^4..., il indiquera qu'on doit répéter la même opération 2, 3, 4... fois. C'est pourquoi en différenciant ay on aura $ady = a$, $ady^m = may^{m-1}$, $ad^2 y^m = m.\overline{m-1}.\, ay^{m-2}$, $ad^3 y^m = m.\overline{m-1}.\overline{m-2}\, ay^{m-3}$, &

& puisque $(y + a)^n = y^n + nay^{n-1} + \frac{n . \overline{n - 1}}{1 . 2} a^2 y^{n-2} + \frac{n . \overline{n - 1} . \overline{n - 2}}{1 . 2 . 3} a^3 y^{n-3} + \ldots$ on aura $(y + a)^n = y^n + ady^n + \frac{a^2 d^2 y^n}{1 . 2} + \frac{a^3 d^3 y^n}{1 . 2 . 3} + \frac{a^4 d^4 y^n}{1 . 2 . 3 . 4} + \ldots .$

D'où en faisant $n = 1$, il s'ensuit $y + a = y + ady$ $\frac{a^2 d^2 y}{1 . 2} + \frac{a^3 d^3 y}{1 . 2 . 3} + \ldots$

Théor. 1. Soit $Z = 1 + ax + bx^2 + cx^3 + \ldots$, on aura $dZ^{n+1} = \overline{n + 1}\, Z^n\, dZ$

Dém. Elevez Z aux puissances n, $n + 1$, & en différenciant x dans chaque terme de Z vous aurez la valeur de dZ^{n+1}, multipliez Z^n par dZ, & le produit par $\overline{n + 1}$, comparez les termes, qui en résultent avec ceux de dZ^{n+1}, vous les trouverez nécessairement identiques.

Théor. 2. Soient Z, Z' deux polynomes quelconques fonctions de x, on aura $d(zz') = ZdZ' + Z'dZ$.

Dém. Cherchez dZ, dZ' en différenciant terme par terme, & après avoir multiplié Z par Z', cherchez d'une manière semblable $d(ZZ')$, comparez les valeurs de $d(ZZ')$, $ZdZ' + Z'dZ$, vous les trouverez identiques.

Cor. C'est pourquoi le produit de trois, quatre .... fonctions de x étant donné, on aura une expression abrégée de ce qui résulte en différenciant x dans le produit proposé.

Théor. 3. Soient Z, X fonction de x, & soit Z divisible par X^m, supposé que m représente un nombre entier positif quel-

conque en différenciant x, dZ sera divisible par X^{m-1}, d^2Z divisible par X^{m-2}, d^3Z divisible par X^{m-3}

Dém. Puisque Z est divisible par X^m, l'on pourra donner à Z la forme de $X^m Y$, dans laquelle Y soit uue autre fonction de x. Si l'on suppose donc $Z = X^m Y$, en différenciant on a $dZ = mYX^{m-1}dX + X^m dY = X^{m-1}(mYdX + XdY)$. Donc dZ est divisible par X^{m-1}.

On démontre de la même manière d^2Z, d^3Z .... divisibles par X^{m-2}, X^{m-3}.

De là dérive la méthode pour trouver les racines égales d'une équation donnée.

Théor. 4. Soient Z, X fonctions de x, & Z divisible par X^m. Si on multiplie les termes de Z par une progression quelconque arithmétique terme par terme, le résultat sera divisible par X^{m-1}.

Dém. Soit $Z = x^n + x^{n-1} + bx^{n-2} + \ldots\ldots$ & $r + np : r + \overline{n-1}\,.\,p : r + \overline{n-2}\,.\,p \ldots$ une progression arithmétique quelconque; en multipliant terme par terme on aura

$$(r + np)\,x^n + (r + \overline{n-1}.\,p)\,ax^{n-1} + (r + \overline{n-2}.\,p)\,bx^{n-2} + \ldots = r\,(x^n + ax^{n-1} + bx^{n-2} + \ldots) + px\,(nx^{n-1} + \overline{n-1}\,ax^{n-2} + \overline{n-2}.\,bx^{n-3} + \ldots) = rZ + pxdZ.$$

Mais puisque Z est divisible par X^m, dZ est divisible par X^{m-1}; donc $rZ + pxdZ$ est divisible par X^{m-1}. Donc &c. C'est le fameux théorème de Hudde.

m m m

Théor. 5. Soit $Z = x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} + Cx^{n-3} + \ldots$ en supposant $H = h^n + Ah^{n-1} + Bh^{n-2} + Ch^{n-3} + \ldots$ & en substituant dans Z $h + y$ au lieu de x, & en différenciant h en H on aura $(h + y)^n + A(h+y)^{n-1} + B(h+y)^{n-2}$ $+ C h + y)^{n-3} + \ldots = H + \frac{ydH}{1} + \frac{y^2 d^2 H}{1.2} + \frac{y^3 d^3 H}{1.2.3}$ $+ \frac{y^4 d^4 H}{1.2.3.4} + \ldots$

Dém. En développant les binomes de $(h+y)^n + A(h+y)^{n-1}$ $+ \ldots$ on a

$$h^n + \frac{ydh^n}{1} + \frac{y^2 d^2 h^2}{1.2} + \frac{y^3 d^3 h^n}{1.2.3} + \frac{y^4 d^4 h^n}{1.2.3.4} + \ldots$$

$$+ Ah^{n-1} + \frac{yAdh^{n-1}}{1} + \frac{y^2 Ad^2 h^{n-1}}{1.2} + \frac{y^3 Ad^3 h^{n-1}}{1.2.3} + \frac{y^4 Ad^4 h^{n-1}}{1.2.3.4} + \ldots$$

$$+ Bh^{n-2} + \frac{yBdh^{n-2}}{1} + \frac{y^2 Bd^2 h^{n-2}}{1.2} + \frac{y^3 Bd^3 h^{n-2}}{1.2.3} + \frac{y^4 Bd^4 h^{n-2}}{1.2.3.4} + \ldots$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Or la première colonne est $= H$, la seconde $= ydH$, la troisième $= \frac{y^2 d^2 H}{1.2.}$, la quatrième $= \frac{y^3 d^3 H}{1.2.3}$, ...

Donc $(h+y)^n + A(h+y)^{n-1} + B(h+y)^{n-1}$ $+ \ldots = H + \frac{ydH}{1} + \frac{y^2 d^2 H}{1.2} + \frac{y^3 d^3 H}{1.2.3} + \ldots$

La pratique de Cramer pour trouver combien de fois une droite rencontre une courbe, aussi-bien qu'un très-grand nombre d'autres vérités abstraites & pratiques sur les équations, dépendent de ce théorème .

Théor. 6. Soit $Z = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$ ..... en différenciant x on a $\frac{dZ}{Z} = \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} + \frac{1}{x-d}$ $+ \ldots$

Démon. Soit

M= au produit de tous les facteurs moins le premier $x-a$
N= au produit de tous les facteurs moins le second $x-b$
O= au produit de tous les facteurs moins le troisième $x-c$
P= au produit de tous les facteurs moins le quatrième $x-d$
. . . .

en différenciant x en Z, on a par le cor. du théor. 1.

$$dZ = M + N + O + P + \ldots$$

$$\text{donc } \frac{dZ}{Z} = \frac{M}{Z} + \frac{N}{Z} + \frac{O}{Z} + \frac{P}{Z} + \ldots$$

$$\text{Or } \frac{M}{Z} = \frac{1}{x-a}, \ \frac{N}{Z} = \frac{1}{x-b}, \ \frac{O}{Z} = \frac{1}{x-c}, \ \frac{P}{Z} = \frac{1}{x-d}, \ldots$$

$$\text{donc } \frac{dZ}{Z} = \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} + \frac{1}{x-c} + \frac{1}{x-d} + \ldots$$

en conséquence on aura avec Euler, qui se sert du calcul différentiel, le fameux théorème de Newton sur la somme des puissances des racines des équations.

2. *Probl.* Soit Z une fonction quelconque polynome de z, & en différenciant z que l'on cherche les valeurs de $\frac{dZ^n}{1}$, $\frac{d^2 Z^n}{1.2}$, $\frac{d^3 Z^n}{1.2.3}$, ...

Sol. En différenciant Z^n on a $dZ^n = nZ^{n-1}dZ$. Qu'on transforme cette valeur de manière, qu'il y ait Z pour dénomi-

nateur, & Z^n pour numérateur, & l'on aura $\frac{dZ^n}{1} = \frac{n}{Z} Z^n dZ$
Pour trouver la valeur de $\frac{d^2 Z^n}{1.2}$, qu'on différencie la valeur de $dZ^n = \frac{n}{2Z} Z^n dZ$, en différenciant premièrement Z^n, en second lieu dZ, & ensuite $\frac{1}{Z}$ dont le différentiel est $-\frac{dZ}{Z^2}$, l'on aura

$$\frac{d^2 Z^n}{1.2} = \frac{n}{2Z} dZ^n dZ + \frac{2n}{2Z} Z^n \frac{d^2 Z}{1.2} - \frac{dZ}{Z^2} \times \frac{n}{2} Z^n dZ.$$

qu'on transforme ce dernier terme de façon, qu'il ait dans le premier terme pour facteur la valeur de dZ^n, l'on aura

$$\frac{d^2 Z^n}{1.2} = \frac{n}{Z} dZ^n dZ + \frac{2n}{2Z} Z^n \frac{d^2 Z}{1.2} - \frac{dZ}{Z} dZ^n = \frac{n-1}{2Z} dZ^n$$
$$+ \frac{2n}{2Z} Z^n d^2 Z$$

Pour trouver la valeur de $\frac{d^3 Z^n}{1.2.3}$ différenciez primièrement la valeur précédente de $\frac{d^2 Z^n}{1.2}$, & divisez-la par 3. Dans cette différenciation opérez de la manière suivante. Différenciez premièrement tous les facteurs dans le numérateur des termes, ensuite différenciez le facteur commun $\frac{1}{Z}$ de toute la valeur de $\frac{d^2 Z^n}{1.2}$) disposez le résultat de sorte que la valeur de $\frac{d^2 Z^n}{1.2}$ soit le facteur d'un terme vous aurez.

$$\frac{d^3 Z^n}{1.2.3} = \frac{n-1}{3Z} \frac{d^2 Z^n}{1.2} dZ + \frac{n-1}{3Z} dZ^n \frac{d^2 Z}{1.2}$$
$$+ \frac{n}{3Z} dZ^n \frac{d^2 Z}{1.2} + \frac{3n}{3Z} Z^n \frac{d^3 Z}{1.2.3}$$
$$- \frac{dZ}{3Z} \left(\frac{n-1}{2Z} dZ^n + \frac{2n}{2Z} Z^n \frac{d^2 Z}{1.2} \right)$$

L'on abrégera toujours le dernier terme négatif en substituant $\frac{d^2 Z^n}{1.2}$ au lieu de sa valeur, & on aura $-\frac{dZ}{3Z}\frac{d^2 Z^n}{1.2}$, que l'on pourra joindre au premier, & avec cela on a

$$\frac{d^3 Z^n}{1.2.3} = \frac{n-2}{3Z}\frac{d^2 Z^n}{1.2} dZ + \frac{2n-1}{3Z} dZ^n \frac{d^2 Z}{1.2} + \frac{3n}{3Z} Z^n \frac{d^3 Z}{1.2.3}.$$

Si on continue de la même manière en différenciant toujours le dernier le facteur commun $\frac{1}{Z}$, & en le transformant de façon qu'il ait pour facteur la valeur obtenue dans l'opération précédente, & ensuite en le réduisant par la substitution à la même forme que le premier terme, on aura

$$dZ^n = \frac{n}{Z} Z^n dZ$$

$$\frac{d^2 Z^n}{1.2} = \frac{n-1}{2Z} dZ^n dZ + \frac{2n}{2Z} Z^n \frac{d^2 Z}{1.2}$$

$$\frac{d^3 Z^n}{1.2.3} = \frac{n-2}{3Z}\frac{d^2 Z^n}{1.2} dZ + \frac{2n-1}{3Z} dZ^n \frac{d^2 Z}{1.2} + \frac{3n}{3Z} Z^n \frac{d^3 Z}{1.2.3}$$

$$\frac{d^4 Z^n}{1.2.3.4} = \frac{n-3}{4Z}\frac{d^3 Z^n}{1.2.3} dZ + \frac{2n-2}{4Z}\frac{d^2 Z^n}{1.2}\frac{d^2 Z}{1.2} + \frac{3n-1}{3Z} dZ^n \frac{d^3 Z}{1.2.3}$$
$$+ \frac{4n}{4Z} Z^n \frac{d^4 Z}{1.2.3.4}$$

. . . .

3. *Probl.* Elever $P = Z + xdZ + x^2 \frac{d^2 Z}{1.2} + x^3 \frac{d^3 Z}{1.2.3} + \ldots$ à la puissance n.

Sol. Soit $P^n = Z^n + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \ldots$. Par la loi des coëfficiens des puissances des polynomes on aura



$A = \frac{n}{Z} Z^n dZ$

$B = \frac{n-1}{2Z} AdZ + \frac{2n}{2Z} \quad Z^n \frac{d^2Z}{1.2}$

$C = \frac{n-2}{3Z} BdZ + \frac{2n-1}{3Z} A \frac{d^2Z}{1.2} + \frac{3n}{3Z} Z^n \frac{d^3Z}{1.2.3}$

$D = \frac{n-3}{4Z} CdZ + \frac{2n-2}{4Z} B \frac{d^2Z}{1.2} + \frac{3n-1}{4Z} A \frac{d^3Z}{1.2.3} +$

En comparant ces valeurs avec celles de dZ^n, du nombre précédent on a $A = dZ^n$, $B = \frac{d^2Z^n}{1.2}$, C

Donc $P^n = Z^n + \frac{xdZ^n}{1} + \frac{x^2 d^2Z^n}{1.2} + \frac{x^3 d^3Z^n}{1.2.3} + \frac{x^4 d}{1.2.}$

4. *Corol.* Il suit de là qu'en supposant

$P = Z + xdZ + x^2 \frac{d^2Z}{1.2} + x^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + x^4 \frac{d^4Z}{1.2.3.4} +$

$P^2 = Z + xdZ^2 + x^2 \frac{d^2Z^2}{1.2} + x^3 \frac{d^3Z^2}{1.2.3} + x^4 \frac{d^4Z^2}{1.2.3.4} +$

$P^3 = Z + xdZ^3 + x^2 \frac{d^2Z^3}{1.2} + x^3 \frac{d^3Z^3}{1.2.3} + x^4 \frac{d^4Z^3}{1.2.3.4} +$

$P^4 = Z + xdZ^4 + x^2 \frac{d^2Z^4}{1.2} + x^3 \frac{d^3Z^4}{1.2.3} + x^4 \frac{d^4Z^4}{1.2.3.4} +$

$P^5 = Z + xdZ^5 + x^2 \frac{d^2Z^5}{1.2} + x^3 \frac{d^3Z^5}{1.2.3} + x^4 \frac{d^4Z^5}{1.2.3.4} +$

5. Soit $Z = ZdZ + Z^2 \frac{d^2Z}{1.2} + Z^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + Z^4 \frac{d^4Z}{1.2.3}$

$Z'' = Zd[Z'] + Z^2 d^2 \frac{[Z']}{1.2} + Z^3 d^3 \frac{[Z']}{1.2.3} + Z$

$$Z''' = Zd[Z''] + Z^2 d^2 \frac{[Z'']}{1.2} + Z^3 d^3 \frac{[Z'']}{1.2.3} + Z^4 d^4 \frac{[Z'']}{1.2.3.4} + \ldots$$

$$Z^{IV} = Zd[Z'''] + Z^2 d^2 \frac{[Z''']}{1.2} + Z^3 d^3 \frac{[Z''']}{1.2.3} + Z^4 d^4 \frac{[Z''']}{1.2.3.4} + \ldots$$

$$Z^{V} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

& que *le signe d qui précède les lettres Z accentuées & renfermées entre la parenthèse* [ ] *dénote que l'on doit seulement différencier les puissances de Z, sans toucher à dZ,* d^2Z, d^3Z, ... *qui se trouvent dans les valeurs successives de* Z', Z'', Z''' ... je dis, que:

Theor. Les choses précédentes demeurant ainsi, on aura

$$Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \ldots = Z + Z' + Z'' + Z''' + Z'''' + Z''''' + \ldots$$

Dém. Puisque en différenciant dZ^n & $\frac{n}{n-m} Z^m dZ^{n-m}$ on a $nZ^{n-1} dZ$, au lieu de différencier dZ^n, comme dans le n.° 2., que l'on différencie $\frac{n}{n-m} \times Z^m dZ^{n-m}$ en indiquant toujours les différenciations qu'on a à faire sans les pratiquer, & joignant ensemble les termes semblables, on aura

$$dZ^n = \frac{n}{n-m} Z^m dZ^{n-m}$$

$$d^2Z^n = \frac{n}{n-m} Z^m d^2Z^{n-m} + \frac{n}{n-m} dZ^m dZ^{n-m}$$

$$d^3Z^n = \frac{n}{n-m} Z^m d^3Z^{n-m} + \frac{2n}{n-m} dZ^m d^2Z^{n-m}$$

$$+ \frac{n}{n-m} d^2Z^m dZ^{n-m}$$

$$d^4Z^n = \frac{n}{n-m} Z^m d^4 Z^{n-m} + \frac{3n}{n-m} dZ^m d^3 Z^{n-m}$$

$$+ \frac{3n}{n-m} d^2 Z^m d^2 Z^{n-m} + \frac{n}{n-m} d^3 Z^m dZ^{n-m}$$

. . . .

Les opérations sont de telle nature, que le coëfficient de la première colonne est toujours 1, les coëfficiens de la seconde sont les nombres naturels 1, 2, 3, 4, ..., & les coëfficiens de la troisième sont les nombres triangulaires 1, 3, 6, 10 ..., les coëfficiens de la quatrième sont les nombres quadrangulaires 1, 4, 10, 20, ... & ainsi de suite. Donc.

$$d^rZ^n = \frac{n}{n-m} Z^m d^r Z^{n-m} + \frac{\overline{r-1}\, n}{\overline{n-m}} dZ^m d^{r-1} Z^{n-m}$$

$$+ \frac{\overline{r-1}\,.\,\overline{r-2}\,.\,n}{1\,.\,2\,.\,\overline{n-m}} d^2 Z^m d^{r-2} Z^{n-m}$$

$$+ \frac{\overline{r-1}\,.\,\overline{r-2}\,.\,\overline{r-3}\,.\,n}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,\overline{n-m}} d^3 Z^m d^{r-3} Z^{n-m}$$

$$+ \frac{\overline{r-1}\,.\,\overline{r-2}\,.\,\overline{r-3}\,.\,n}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,\overline{n-m}} d^4 Z^m d^{r-4} Z^{n-m} + \ldots$$

Dans la valeur de dZ^n qu'on pose m au lieu de n, 1 au lieu de m, & on aura $dZ^m = \frac{m}{m-1} ZdZ^{m-1}$. Qu'on substitue, dans la valeur de d^2Z^n, cette valeur au lieu de dZ^m, on aura

$$d^2Z^n = \frac{n}{n-m} Z^m d^2 Z^{n-m} + \frac{n}{m-1}\, \frac{m}{m-1} ZdZ^{m-1} dZ^{n-m}.$$

Posant dans cette valeur m à la place de n, 2 à la place de

m, on a $d^2Z^m = \frac{m}{m-2} Z^2 d^2 Z^{m-2} + \frac{2m}{m-2} ZdZdZ^{m-2}$, & en substituant, soit cette valeur, soit la valeur précédente de dZ^m dans la valeur de d^3Z^n, on a

$$d^3Z^n = \frac{n}{n-m} Z^m d^3 Z^{n-m} + \frac{2n}{n-m} \cdot \frac{m}{m-1} ZdZ^{m-1} d^2 Z^{n-m}$$

$$+ \frac{n}{n-m} \cdot \frac{m}{m-2} Z^2 d^2 Z^{m-2} dZ^{n-m} + \frac{n}{n-m} \cdot \frac{2m}{m-2} ZdZdZ^{m-2} dZ^{n-m}$$

Si dans cette valeur on pose m au lieu de n, 3 au lieu de m, on aura une valeur de d^3Z^m. Si dans la valeur de d^4Z^n on substitue les valeurs de dZ^m, d^2Z^m, d^3Z^m, on aura une nouvelle valeur de d^4Z^n. Si en opérant de la même façon on pose m au lieu de n, 4 au lieu de m, si on substitue dans d^5Z^n les valeurs de dZ^n, d^2Z^n, d^3Z^n, d^4Z^n, & qu'on continue d'une manière semblable à supposer toujours m au lieu de n, & successivement 5, 6, 7.... au lieu de m, & à diviser successivement les résultats par 1.2, 1.2.3, 1.2.3.4, 1.2.3.4.5, ... on a

$$\frac{dZ^n}{1.2} = \frac{n}{2.\overline{n-m}} Z^m dZ^{n-m}$$

$$\frac{d^2Z^n}{1.2.3} = \frac{n}{2.3.\overline{n-m}} Z^m d^2 Z^{n-m} + \frac{n}{2.3.\overline{n-m}} \cdot \frac{m}{m-1} ZdZ^{m-1} dZ^{n-m}$$

$$\frac{d^3Z^n}{1.2.3.4} = \frac{n}{2.3.4.\overline{n-m}} Z^m d^3 Z^{n-m} + \frac{2n}{2.3.4.\overline{n-m}} \cdot \frac{m}{m-1} ZdZ^{m-1} d^2 Z^{n-m}$$

$$+ \left\{ \frac{n}{2.3.4.\overline{n-m}} \cdot \frac{m}{m-2} Z^2 d^2 Z^{m-2} + \frac{n}{2.3.4.\overline{n-m}} \cdot \frac{m}{m-2} \frac{2}{1} ZdZ^{m-1} \right\} dZ^{n-m}.$$

$$\frac{d^4Z^n}{1.2.3.4.5} = \frac{n}{2.3.4.5.\overline{n-m}} Z^m d^4 Z^{n-m} + \frac{3n}{2.3.4.5.\overline{n-m}} \frac{m}{m-1} ZdZ^{m-1} d^3 Z^{n-m},$$

n n n

$$+\left\{\frac{3n}{2.3.4.5.\overline{n-m}}\,\frac{m}{m-2}\,Z^2d^2Z^{m-2}+\frac{3n}{2\ldots5.\overline{n-m}}\,\frac{m}{m-2}.\,\tfrac{2}{1}ZdZ^{m-2}\right\}d^2Z^{n-m}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\frac{n}{2\ldots5.\overline{n-m}}\,\frac{m}{m-3}Z^3d^3Z^{m-3}+\frac{2n}{2\ldots5.\overline{n-m}}\,\frac{m}{m+3}\,\tfrac{3}{2}ZdZ^2d^2Z^{m-3}\\+\frac{n}{2\ldots5.\overline{n-m}}\,\frac{m}{m-3}\,\tfrac{3}{1}Z^2d^2ZdZ^{m-3}+\frac{n}{2\ldots5.\overline{n-m}}\,\frac{m}{m-3}.\tfrac{3.2}{1.2}ZdZdZdZ^{m-3}\end{array}\right\}\times dZ^{n-m}$$

$$\frac{d^5Z^n}{1.2\ldots6}=\ldots.$$

Qu'on fasse $m=n-1$, & successivement $n=2, 3, 4, 5\ldots.$ savoir $n=2$ en $\frac{dZ^n}{1.2}$, $n=3$ en $\frac{d^2Z^n}{1.2.3}$, $n=4$ en $\frac{d^3Z^n}{1.2.3.4}$, ... & que l'on distribue les diviseurs pour dénominateurs des facteurs, qui sont précédés par le signe d, on aura

$$\frac{dZ^2}{1.2}=ZdZ$$

$$\frac{d^2Z^3}{1.2.3}=Z^2\frac{d^2Z}{1.2}+ZdZdZ$$

$$\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4}=Z^3\frac{d^3Z}{1.2.3}+ZdZ^2\frac{d^2Z}{1.2}+\left\{Z^2\frac{d^2Z}{1.2}+ZdZdZ\right\}dZ$$

$$\frac{d^4Z^5}{1.2.3.4.5}=Z^4\frac{d^4Z}{1.2.3.4}+ZdZ^3\frac{d^3Z}{1.2.3}+\left\{Z^2\frac{d^2Z^2}{1.2}+ZdZdZ^2\right\}\frac{d^2Z}{1.2}$$

$$+\left\{Z^3\frac{d^3Z}{1.2.3}+ZdZ^2\frac{d^2Z}{1.2}+Z^2\frac{d^2Z}{2}dZ+ZdZdZdZ\right\}dZ$$

$$+\quad\frac{d^5Z^6}{1.2.3.4.5.6}=\ldots\ldots.$$

. . . .

& en ordonnant par les puissances de Z.

$$\frac{dZ^2}{1.2} = ZdZ$$

$$\frac{d^2Z^3}{1.2.3} = Z^2\frac{d^2Z}{1.2} + ZdZdZ$$

$$\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} = Z^3\frac{d^3Z}{1.2.3} + Z^2\frac{d^2Z}{1.2}dZ + Z\left\{dZ^2\frac{d^2Z}{1.2} + dZdZdZ\right\}$$

$$\frac{d^4Z^5}{1.2.3.4.5} = Z^4\frac{d^4Z}{1.2.3.4} + Z^3\frac{d^3Z}{1.2.3}dZ + Z^2\left\{\frac{d^2Z^2}{1.2}\frac{d^2Z}{1.2}\frac{d^2Z}{1.2} + \frac{d^2Z}{1.2}dZdZ\right\}$$

$$+ Z\left\{dZ^3\frac{d^3Z}{1.2.3} + dZ^2\frac{d^2Z}{1.2}dZ + dZ\left(dZ^2\frac{d^2Z}{2} + dZdZdZ\right)\right\}$$

$$\frac{d^5Z^6}{1\ldots6} = \ldots\ldots$$

. . . .

Des opérations faites pour former cette dernière table on tire la loi suivante, que dans la valeur de $\frac{d^rZ^{r+1}}{1.2..r+1}$ le premier terme est $Z^r\frac{d^rZ}{1.2.r}$, le second s'obtient en différenciant dans la valeur de $\frac{Z^2}{1.2}$ seulement $\overline{r-1}$ de fois, & en multipliant par $Z^{\overline{r-1}}$ le troisième terme en différenciant $\overline{r-2}$ de fois les seules puissances de Z dans la valeur de $\frac{d^2Z^3}{1.2.3}$, & en multipliant par $Z^{\overline{r-2}}$, le quatrième en différenciant $r-3$ de fois les seules puissances de Z dans la valeur de $\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4}$ & en multipliant par $Z^{\overline{r-3}}$, & ainsi de suite. C'est pourquoi en renfermant entre [ ] $\frac{dZ^2}{1.2}$, $\frac{d^2Z^3}{1.2.3}$, $\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4}$, ...

. . . .

lorsqu'il faut différencier dans leurs valeurs les seules puissances de Z sans toucher au dZ, d^2Z, d^3Z,..... (voyez cet article au commencement) on aura

$$\frac{dZ^2}{1.2} = ZdZ$$

$$\frac{d^2Z^3}{1.2.3} = Z^2 \frac{d^2Z}{1.2} + Zd\left[\frac{dZ^2}{1.2}\right]$$

$$\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} = Z^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + Z^2 \frac{d^2}{1.2}\left[\frac{dZ^2}{1.2}\right] + Zd\left[\frac{d^2Z^3}{1.2.3}\right]$$

$$\frac{d^4Z^5}{1 \ldots 5} = Z^4 \frac{d^4Z}{1.2.3.4} + Z^3 \frac{d^3}{1.2.3}\left[\frac{dZ^2}{1.2}\right] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}\left[\frac{d^2Z^3}{1.2.3}\right] + Zd\left[\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4}\right]$$

$$\frac{d^5Z^6}{1 \ldots 6} = Z^5 \frac{d^5Z}{1.2.5} + Z^4 \frac{d^4}{1.2.3.4}\left[\frac{dZ^2}{1.2}\right] + Z^3 \frac{d^3}{1.2.3}\left[\frac{d^2Z^3}{1.2.3}\right] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}\left[\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4}\right]$$

$$+ Zd\left[\frac{d^4Z^5}{1.2.3.4.5}\right]$$

$$d^6 Z^7 = \ldots.$$

. . . .

Cela posé nommons S la somme des premiers membres, & en sommant les derniers termes, les pénultièmes &c. des seconds membres nous aurons.

$$S = ZdZ + Z^2 \frac{d^2Z}{1.2} + Z^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + Z^4 \frac{d^4Z}{1.2.3.4} + \ldots..$$

$$+ Zd\left[\frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \frac{d^4Z^5}{1.2.3.4.5} + \ldots..\right]$$

$$+ Z^2 \frac{d^2}{1.2}\left[\frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \frac{d^4Z^5}{1.2.3.4.5} + \ldots..\right]$$

$$+ Z^3 \frac{d^3}{1.2.3}\left[\frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \frac{d^4Z^5}{1.2.3.4.5} + \ldots..\right]$$

. . . .

et en substituant Z' au lieu de la première ligne, & S étant renfermé entre [ ] pour indiquer qu'il faut toujours différencier les seules puissances de Z dans la valeur de S on obtient

$$S = Z' + Z^d[S] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[S] + Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[S] + Z^4\frac{d^4}{1.2.3.4}[S] + \ldots \&$$

Faisons $T = Z^d[S] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[S] + Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[S] + \ldots$

et soit $S = Z' + T$, en différenciant les seules puissances de Z on aura

$$Z^d[S] = Z^d[Z'] + Z^d[T]$$

$$Z^2\frac{d^2}{1.2}[S] = Z^2\frac{d^2}{1.2}[Z'] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[T]$$

$$Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[S] = Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[Z'] + Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[T]$$

$$Z^4\frac{d^4}{1.2.3.4}[S] = Z^4\frac{d^4}{1.2.3.4}[Z'] + Z^4\frac{d^4}{1.2.3.4}[T]$$

Mais les premiers membres sont $= T$, les premiers termes des seconds $= Z''$, donc

$$T = Z'' + Z^d[T] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[T] + Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[T] + \ldots$$

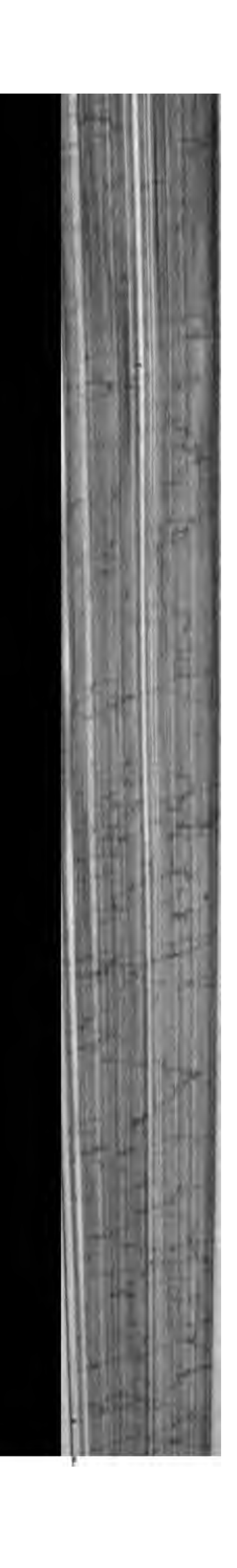
Comme de $S = Z' + Z^d[S] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[S]Z^3 + \frac{d^3}{1.2.3}[S] + \ldots$

en faisant $T = Z^d[S] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[S] + Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[S] + \ldots$

on a eu $T = Z'' + Z^d[T] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[T] + \ldots$

ainsi $T = Z'' + Z^d[T] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[T] + Z^3 d^3[T] + \ldots$

en faisant $V = Z^d[T] + Z^2\frac{d^2}{1.2}[T] + Z^3\frac{d^3}{1.2.3}[T] + \ldots$



donnera $U = Z''' + Zd[V] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}[V] + Z^3$

De même ayant fait

$$U = Zd[V] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}[V] + Z^3 \frac{d^3}{1.2.3}[V]$$

$$X = Zd[U] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}[U] + Z^3 \frac{d^3}{1.2.3}[U] +$$

$$Y = Zd[X] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}[X] + Z^3 \frac{d^3}{1.2.3}[X] + \ldots$$

$$U = Z^{IV} + Zd[U] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}[U] + Z^3 \frac{d^3}{1.2.3}$$

$$X = Z^{V} + Zd[X] + Z^2 \frac{d^2}{1.2}[X] + Z^3 \frac{d^3}{1.2.}$$

. . . .

D'où l'on a $S = Z' + T$, $T = Z'' + V$, V
$U = Z^{IV} + X$, $X = Z^{V} + Y$, ... on aura $S =$
$\frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^4}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \ldots = Z' + Z'' + Z''' +$

ou

$$Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \ldots = Z + Z' + Z''$$

6. *Théor.* Soit Z fonction de z, qu'on différe
& qu'on fasse

$$H = Z + HdZ + H^2 \frac{d^2Z}{1.2} + H^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + H^4 \frac{d^4}{1.2}$$

je dis que $H = Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + .$

Dém. Ayant fait les puissances successives de H
$+ H^2 \frac{d^2Z}{1.2} + H^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + \ldots$ (4), qu'on les substit
H dans la valeur de H, on aura

$$H = Z + dZ \left\{ Z + HdZ + H^2 \frac{d^2Z}{1.2} + H^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + \ldots \right\}$$
$$+ \frac{d^2Z}{1.2} \left\{ Z^2 + HdZ^2 + H^2 \frac{d^2Z^2}{1.2} + H^3 \frac{d^3Z^2}{1.2.3} + \ldots \right\}$$
$$+ \frac{d^3Z}{1.2.3} \left\{ Z^3 + HdZ^3 + H^2 \frac{d^2Z^3}{1.2} + H^3 \frac{d^3Z^3}{1.2.3} + \ldots \right\}$$
$$+ \frac{d^4Z}{1.2.3.4} \left\{ Z^4 + HdZ^4 + H^2 \frac{d^2Z^4}{1.2} + H^3 \frac{d^3Z^4}{1.2.3} + \ldots \right\}$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

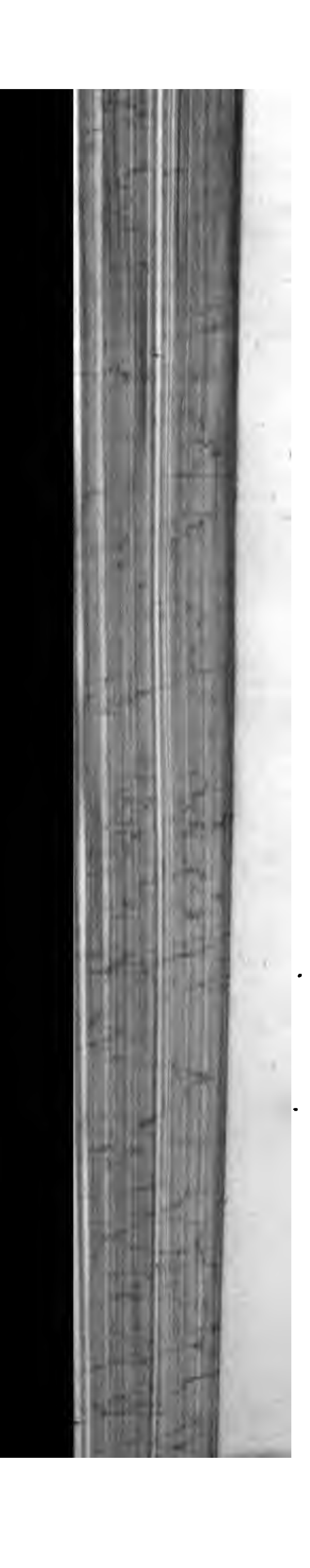
or Z est le premier terme, Z' la somme de la première colonne, $H\left(dZ\, dZ + dZ^2 \frac{d^2Z}{1.2} + dZ^3 \frac{d^3Z}{1.2.3} + \ldots\right)$ est la somme de la seconde colonne, & en prenant la valeur de Z', & en y différenciant les seules puissances de z la même somme sera égale à $H\,d\,[Z']$.

On a de même $H^2 \frac{d^2}{1.2}\,[Z']$ pour somme de la troisième colonne, $H^3 \frac{d^3}{1.2.3}\,[Z']$ pour somme de la quatrième, & ainsi de suite.

Donc $H = Z + Z' + Hd[Z'] + H^2 \frac{d^2}{1.2}\,[Z'] + H^3 \frac{d^3}{1.2.3}\,[Z'] + H^4 \frac{d^4}{1.2.3.4}\,[Z'] + \ldots$

En répétant les mêmes opérations, on aura successivement

$$H = Z + Z' + Z'' + Hd[Z''] + H^2 \frac{d^2}{1.2}[Z''] + H^3 \frac{d^3}{1.2.3}[Z''] + \ldots$$
$$H = Z + Z' + Z'' + Z''' + Hd[Z'''] + H^2 \frac{d^2}{1.2}[Z'''] + H^3 \frac{d^3}{1.2.3}[Z'''] + \ldots$$



$$H=Z+Z'+Z''+Z'''+Z^{iv}+Hd[Z^{iv}]+H^2$$

. . . .

Donc $H=Z+Z'+Z''+Z'''+Z^{iv}+Z^{v}+$

Mais $Z+Z'+Z''+Z'''+Z^{iv}+\ldots=Z+\frac{dZ^2}{1.2}+\frac{d^2Z}{1.2.}$

Donc $H=Z+\frac{dZ^2}{1.2}+\frac{d^2Z^3}{1.2.3}+\frac{d^3Z^4}{1.2.3.4}+$

7. *Théor.* Soit $y=k(z+\varphi y^m+\varphi' y^n+$ & k, φ, φ', φ'',.. ne soient pas des fonction

$$Z=\varphi k^m z^{rm}+\varphi' k^n z^{rn}+\varphi'' k^p z^{rp}+\ldots.$$

on aura $y=k(z+Z+\frac{dZ^2}{1.2}+\frac{d^2Z^3}{1.2.3}+\frac{d}{1.2}$ en différenciant z en Z.

Dém. Faisons $H=\varphi y^m+\varphi' y^n+\varphi'' y^p+$ & l'équation donnée soit $y=k(z+H)^r$. dans $H=\varphi y^m+\varphi' y^n+\varphi'' y^p+\ldots.$ cette lieu de y, on aura

$$H=\varphi k^m\ (z^{rm}+Hdz^{rm}+H^2\frac{d^2 z^{rm}}{1.2}+H^3\frac{d^3}{1.2}$$

$$+\varphi' k^n\ (z^{rn}+Hdz^{rn}+H^2\frac{d^2 z^{rn}}{1.2}+H\ \frac{d^3}{1.2}$$

$$+\varphi' k^p\ (z^{rp}+Hdz^{rp}+H^2\frac{d^2 z^{rp}}{1.2}+H^3\frac{d^3}{1.2.}$$

en additionnant les colonnes

$$\varphi k^m z^{rm}+\varphi' k^n z^{rn}+\varphi'' k^p z^{rp}+\ldots.=Z.$$

$$H(\varphi k^m dz^{rm}+\varphi' k^n dz^{rn}+\varphi'' k^p dz^{rp}+\ldots.)=H$$

$$H^2(\varphi k^m\frac{d^2 z^{rm}}{1.2}+\varphi' k^n\frac{d^2 z^{rn}}{1.2}+\varphi'' k^p\frac{d^2 z^{rp}}{1.2}+\ldots.)=$$

$$H^3\left(\varphi k^m \frac{d^3 z^{rm}}{1.2.3} + \varphi' k^n \frac{d^3 z^{rn}}{1.2.3} + \varphi'' k^p \frac{d^3 z^{rp}}{1.2.3} + \ldots\right) = H^3 \frac{d^3 Z}{1.2.3}$$

. . . .

Donc $H = Z + HdZ + H^2 \frac{d^2 Z}{1.2} + H^3 \frac{d^3 Z}{1.2.3} + \ldots$

Donc (6) $H = Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2 Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3 Z^4}{1.2.3.4} + \ldots$

Donc en substituant cette valeur dans $y = k(z + H)^r$ on aura

$$y = k\left(z + Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2 Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3 Z^4}{1.2.3.4} + \ldots\right)^r$$

8. *Probl.* Elever $P = z + xZ + x^2 \frac{dZ^2}{1.2} + x^3 \frac{d^2 Z^3}{1.2.3} + x^4 \frac{d^3 Z^4}{1.2.3.4} + x^5 \frac{d^4 Z^5}{1.2.3.4.5} + \ldots$ à la puissance n, en supposant Z fonction de z, & en différenciant z en Z.

Sol. Soit $P^n = z^n + Ax + Bx^2 + Cx^3 + Dx^4 + \ldots$ & on aura

$$A = \frac{n}{z} Z z^n$$

$$B = \frac{n-1}{2z} ZA + \frac{2n}{2z} \frac{dZ^2}{1.2} z^n$$

$$C = \frac{n-2}{3z} ZB + \frac{2n-1}{3z} \frac{dZ^2}{1.2} A + \frac{3n}{3z} \frac{d^2 Z^3}{1.2.3} z^n$$

$$D = \frac{n-4}{4z} C + \frac{2n-2}{4z} \frac{dZ^2}{1.2} B + \frac{3n-1}{4z} \frac{d^2 Z^3}{1.2.3} A + \frac{4n}{4z} \frac{d^3 Z^4}{1.2.3.4} z^n$$

. . . .

or $Zdz^n = \frac{n}{z} Zz^n = A$. En substituant cette valeur dans B, & en pratiquant les différenciations indiquées on a le même résultat qu'en exécutant les différenciations en $\frac{d}{1.2}(Z^2dz^n)$; donc $B = \frac{d}{1.2}(Z^2\,dz^n)$. En substituant dans C ces valeurs de A, B, & en effectuant les différenciations, & les opérations indiquées en $\frac{d^2}{1.2.3}(Z^3dz^n)$ on a $C = \frac{d^2}{1.2.3}(Z^3dz^n)$.

La nature des opérations qu'on doit faire est telle, qu'en continuant de la même manière on a toujours les résultats égaux. Donc $P^n = z^n$

$$+ x\frac{Zdz^n}{1} + x^2d\frac{Z^2dz^n}{1.2} + x^3d^2\frac{Z^3dz^n}{1.2.3} + x^4d^3\frac{Z^4dz^n}{1.2.3.4}$$

$$+ x^5d^4\frac{Z^5dz^n}{1.2.3.4.5} + x^6d^5\frac{Z^6dz^n}{1.2.3.4.5.6} + \dots$$

9. *Cor.* Donc ayant fait $x = 1$ la valeur de y du théorème (7) sera

$$y = k\,(z^r + \frac{Zdz^r}{1} + d\frac{Z^2dz^r}{1.2} + d^2\frac{Z^3dz^r}{1.2.3} + d^3\frac{Z^4dz^r}{1.2.3.4} + \dots)$$

10. *Théor.* Soit $y = k\,(z + \varphi y^m + \varphi' y^n + \varphi'' y^p + \dots)^r$,

d'où $y = k\,(z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \dots)^r$.

Si on substitue cette valeur dans l'équation précédente, les termes se détruisent réciproquement.

Dém. En extrayant de la valeur de y la racine r, & en l'élevant aux puissances m, n, p, ... on a

$$y^{\frac{1}{r}} = k^{\frac{1}{r}}(z + Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \dots)$$

$$y^m = k^m\left(z^{mr} + Zdz^{mr} + d\,\frac{Z^2 dz^{mr}}{1.2} + d^2\frac{Z^3\, dz^{mr}}{1.2.3} + \ldots\ldots\right)$$

$$y^n = k^n\left(z^{nr} + Zdz^{nr} + d\,\frac{Z^2\, dz^{nr}}{1.2} + d^2\frac{Z^3\, dz^{nr}}{1.2.3} + \ldots\ldots\right)$$

$$y^p = k^p\left(z^{pr} + Zdz^{pr} + d\,\frac{Z^2\, dz^{pr}}{1.2} + d^2\frac{Z^3\, dz^{pr}}{1.2.3} + \ldots\ldots\right)$$

. . . .

J'extrais la racine r de $y = k\,(z + \varphi y^m + \varphi' y^n + \varphi'' y^p + \ldots)^r$ pour avoir $y^{\frac{1}{r}} = k^{\frac{1}{r}}(\varphi y^m + \varphi' y^n + \varphi'' y^p + \ldots.)$, j'y substitue les valeurs précédentes de $y^{\frac{1}{r}}$, y^m, y^n, y^p, ... & en divisant les deux membres par $k^{\frac{1}{r}}$ commun, j'aurai

$$z + Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2Z^3}{1.2.3} + \frac{d^3Z^4}{1.2.3.4} + \ldots\ldots$$

$$= Z + \varphi k^m\left(z^{mr} + Zdz^{mr} + d\,\frac{Z^2\, dz^{mr}}{1.2} + d^2\frac{Z^3\, dz^{mr}}{1.2.3} + \ldots.\right)$$

$$+ \varphi' k^n\left(z^{nr} + Zdz^{nr} + d\,\frac{Z^2\, dz^{nr}}{1.2} + d^2\frac{Z^3\, dz^{nr}}{1.2.3} + \ldots.\right)$$

$$+ \varphi'' k^p\left(z^{pr} + Zdz^{pr} + d\,\frac{Z^2\, dz^{pr}}{1.2} + d^2\frac{Z^3\, dz^{pr}}{1.2.3} + \ldots.\right)$$

$+$ . . . .

Je somme les colonnes, & puisque

$$\varphi k^m z^{mr} + \varphi' k^n z^{nr} + \varphi'' k^p z^{pr} + \ldots = Z.$$

J'aurai $Z\,(\varphi k^m dz^{mr} + \varphi' k^n dz^{nr} + \varphi'' k^p dz^{pr} +) = Zdz = \frac{dZ^2}{1.2}$

$$\frac{d}{1.2}(Z^2 \times \overline{\varphi k^m dz^{mr} + \varphi' k^n dz^{nr} + \varphi'' k^p dz^{pr} +}) \ldots = d\,\frac{z^2 dZ}{1.2} = \frac{d^2Z^3}{1.2.3}$$

$$\frac{d^2}{1.2.3}(Z^3 \times \varphi k^m dz^{mr} + \varphi' k^n dz^{nr} + \varphi'' k^p dz^{pr} + \ldots) = d^2 \frac{Z^3 dz}{1.2.3} = \frac{d^3 Z^4}{1.2.3.4}$$

. . . .

c'est pourquoi le second membre est $z + Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2 Z^3}{1.2.3} + \ldots$ identique avec le premier, & par conséquent les termes se détruisent réciproquement.

11. *Cor.* L'équation $y = k(\Phi y^m + \Phi' y^n + \Phi'' y^p + \ldots)^r$ étant donnée, si l'on souhaite une série ordonnée par Z égale à la valeur de y, qu'on ordonne par z la série $y = k\left(z + Zdz^r + d\frac{Z^2 dz^r}{1.2} + d^2\frac{Z^3 dz^r}{1.2.3} + \ldots\ldots\right)$ & soit $y = Az^\alpha + Bz^\beta + Cz^\gamma + Dz^\delta + \ldots$ qu'on la substitue au lieu de y, & qu'on ordonne les termes par z. Les deux membres devant être identiques, les coèfficiens des mêmes puissances dans les deux membres seront aussi égaux, d'où, en égalant les coèfficiens des deux membres, on aura plusieurs équations, moyennant lesquelles on déterminera les coèfficiens A, B, C, D.

Cette méthode exige que les exposans α, β, γ, δ, ε, ... soient connus. Pour les trouver considérons la série $y = k\left(Z^r + Zdz^r + d\frac{Z^2 dz^r}{1.2} + d^2\frac{Z^3 dz^r}{1.2.3} + \ldots\right)$, & prenons les exposans de y en $Z = \varphi k^m y^{mr} + \varphi' k^n y^{nr} + \varphi'' k^p y^{pr} + \ldots$, & après cela les exposans de Zdz^r, $d\frac{Z^2 dz^r}{1.2}$, $d^2\frac{Z^3 dz^r}{1.2.3}$, ... mettons-les en ordre, & quoiqu'il puisse arriver, qu'ils ne manifestent aucune loi au commencement, néanmoins dans la suite ils s'arrangeront nécessairement dans une progression

arithmétique, & pour les trouver il suffira qu'on trouve les premiers termes.

Ce corollaire renferme toutes les règles que des Auteurs très-distingués ont données pour déterminer les séries du triangle analytique. De plus on en tire une loi sûre pour savoir dans quelle occasion, ayant deux suites égales

$$a + bx + cx^2 + dx^3 + \ldots = a' + b'x + c'x^2 + d'x^3 + \ldots .$$

on peut supposer que les coèfficiens des mêmes puissances de x sont égaux, & cela arrive toutes les fois qu'on peut regarder les deux séries comme valeur d'une troisième quantité obtenue par la théorie précédente.

12 *Probl.* Une équation quelconque à une ou plusieurs inconnues, dont même le nombre des termes soit infini, étant donnée, trouver la valeur d'une de ces inconnues.

Sol. Soient z, y les inconnues, φ, φ', φ'', ... ne soient point fonctions de y. On pourra donner à l'équation quelle qu'elle soit, la forme de $y = k\,(z + \varphi y^m + \varphi' y^n + \varphi'' y^p + ..)^r$, & en faisant $Z = \varphi k^m + z^{mr} + \varphi' k^n z^{nr} + \varphi'' k^p z^{pr} + \ldots$,

$$\text{on aura } y = k\left(z + Z + \frac{dZ^2}{1.2} + \frac{d^2 Z^3}{1.2.3} + \ldots\right)^r$$

$$= k\left(z + Z dz^r \frac{dZ^2 dz^r}{1.2} + d^2 \frac{Z^3 dz^r}{1.2.3} + ..\right) \text{ Art. 7. 9.}$$

C'est de là que dérivent toutes les suites ascendantes, & descendantes du triangle analytique en donnant à l'équation la forme précédente.

13. Une équation quelconque à une seule inconnue même de termes infinis, étant donnée, on aura autant de suites différentes pour la valeur de l'inconnue, qu'il y a de racines.

Dém. Soit une équation du degré m par ex. $a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+\dots tx^m=0$, (ce que nous dirons de celle-ci s'étend même au cas, que le nombre des termes soit infini), & s'il arrivoit qu'il manquât quelque terme dans le commencement, qu'on la rende complète par la substitution, qu'on transporte chaque terme où il y a x, dans le premier membre, & qu'on le réduise par la division à la seule x linéaire; l'équation étant du degré m, le nombre des termes avec x est m, & conséquemment on a le nombre m d'équations.

$$x=\frac{1}{b}\left(-a-cx^2-dx^3-ex^4-\dots-x^m\right)$$

$$x=\frac{1}{c}\left(-b-\frac{a}{x}-dx^2-ex^3-\dots x^{m-1}\right)$$

$$x=\frac{1}{d}\left(-c-\frac{a}{x^2}-\frac{b}{x}-ex-fx^2-\dots x^{m-2}\right)$$

. . . .

& après avoir fait selon l'article 7.me

pour la 1.re $Z=\frac{1}{b}\left(a-ca^2-da^3-ea^4-\dots-a^m\right)$

2.e $Z=\frac{1}{c}\left(-b-\frac{a}{b}-db^2-eb^3-\dots-b^{m-1}\right)$

3.e $Z=\frac{1}{d}\left(-c-\frac{a}{c^2}-\frac{b}{c}-ec-fc^2\dots-c^{m-2}\right)$

en différenciant a dans la première, b dans la seconde, c dans la troisième, & ainsi de suite, on aura pour la valeur de x autant de séries, que Z a des valeurs, qui égalent en nombre les transformations de l'équation, ou ses racines.

Puisque les valeurs successives de Z sont différentes, & qu'il ne s'évanouit que la première suite supposant $a=0$, que la seconde supposant $b=0$, que la troisième supposant $c=0$ &c. les suites successives seront nécessairement différentes. Donc &c.

14. *Cor.* Donc la caractéristique distinctive de ces suites successives est qu'en faisant successivement $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$, ... il n'y en a successivement qu'une seule qui devienne $= 0$.

On peut vraiment transformer l'équation donnée en d'autres manières en transportant chaque terme dans le premier membre, & en divisant par le coèfficient comme ci-dessus, & en employant l'extraction de la racine au lieu de la division, ou même l'une & l'autre pour le réduire à x linéaire; de quelle façon pourtant qu'on s'y prenne le terme sans x du second membre, qui doit nécessairement s'y trouver, ne pourra jamais être qu'un des coèfficiens a, b, c, d . . de l'équation donnée, & les suites qui en résulteront ne seront point différentes de celles qui en ont déjà résulté.

15. *Théor.* Les valeurs trouvées de x sont les racines de l'équation.

Dem. En substituant dans l'équation donnée chaque suite au lieu de x, les termes se détruisent réciproquement (10). Donc chaque suite est une racine: or les suites sont toutes différentes & en nombre égal à celui des racines (13). Donc les suites sont les racines de l'équation.

16. *Cor.* Les racines sont réelles ou imaginaires, & les suites convergentes, ou divergentes: si les suites sont convergentes, plus le nombre des termes qu'on somme est grand, plus la valeur de la racine représentée est exacte. Donc la valeur est réelle. Donc les suites convergentes représentent les racines réelles. Donc les divergentes expriment les racines imaginaires.

Supposons que deux séries l'une converge
divergente puissent donner une même racine r
elles représentent une même quantité, par la
sition de quelque coèfficient de l'équation $=0$,
dévenir $=0$ (14), & en conséquence être ordo
puissances d'un même coèfficient, & pour ce
coèfficient des termes semblables des deux séries
(11); donc l'une & l'autre seront divergentes, ce
tre la supposition.

17. *Théor.* Chaque série peut être considér
valeur d'une racine d'une équation de termes fin

Dém. Soit une série $z + a + b + c \ldots =$
$z^m + a' + b' + c' + \ldots$, $x^n = z^n + a'' + b''$
$x^p = z^p + a''' + b''' + c''' + \ldots$ & soient a, b,
ou non, fonctions de Z. Qu'on multiplie par φ,
prises pour fonctions à déterminer, les suites
valeurs de x^m, x^n, x^p ... & en ayant fait la som
donne par Z les termes de cette somme, & de
née, & les coèfficiens des puissances semblable
posés égaux, on aura plusieurs équations, qui
des termes, fonctions de φ, φ', φ'' ... qu'on déte
elles en prenant les exposans m, n, p comme d
lonté.

Par ce moyen on aura l'équation
$x = z + \varphi x^m + \varphi' x^n + \varphi'' x^p + \ldots$ de ter
infinis selon qu'ils résulteront du nombre fini ou
φ'', ... & $x = z + a + b + c \ldots$ sera un
l'équation trouvée.

18. *Corol.* Donc une suite divergente étant donnée pour la valeur d'une quantité, on ne pourra pas d'abord conclure, que telle quantité n'ait que cette valeur imaginaire : car la suite donnée pouvant être envisagée comme racine d'une équation, elle pourra avoir des racines réelles, qui seront autant de valeurs de la quantité donnée.

Conclure donc qu'en rencontrant une suite divergente, la quantité exprimée par la même suite est imaginaire, c'est inférer qu'une équation à racines imaginaires étant donnée, toutes ses autres racines sont imaginaires.

Tout cela s'étend même aux suites qu'on obtient, lorsque par la division on développe une fraction en séries, & dont le nombre est égal à celui des différens termes du dénominateur.

19. *Théor.* Si une fonction quelconque peut être regardée comme racine d'une équation, on ne peut réduire chaque quantité imaginaire à la forme de $M + N\sqrt{-1}$, où M & N soient des quantités finies.

Dém. Si une fonction quelconque peut être considérée comme racine d'une équation, toute quantité imaginaire pourra être représentée par une suite divergente P (16); donc si toute quantité imaginaire pouvoit être représentée par $M + N\sqrt{-1}$, où M, N fussent des quantités finies, $M + N\sqrt{-1}$ seroit $= P$, & $NN = (2M - P)P - MM$, & NN étant une quantité finie, $(2M - P)P - MM$ quantité plus grande que chaque donnée, à cause que P est telle, seroit une quantité finie égale à une plus grande que chaque donnée : ce qui est absurde.

Nous avons supposé (15.) l'équation réduite au com-



plément de ses termes; mais cette suppositi
nécessaire pour trouver les racines par des suite
tel cas il y a des séries, qui représentent plusi

20. *Théor.* Si dans une équation nombre m-
manque de suite, A dénotant une racine, il y
m de racines exprimées par $\sqrt[m]{A}$

Dém. Soit une équation quelconque .... $ex^n +$
$+ hx^{n-3} + \ldots = 0$. Soit ex^n un terme quelconq
qui suit immédiatement, gx^{n-2}, hx^{n-3}, ... les a
Q'on transporte dans le premier membre ex^n,
par e qu'on fasse

$$x^n = \frac{1}{e}(-fx^{n-1} - gx^{n-2} - hx^{n-3} - \ldots)$$

or s'il manque fx^{n-1} c'est-à-dire si l'on a $f = 0$ p
le second membre un terme sans x, il faudra d
& on aura x^2 dans le premier membre, s'il m
suivant, il faudra diviser par x^{n-3}, & on aura x
mier membre, & s'il en manque trois de suite i
par x^{n-4}, & il restera x^4 dans le premier memb
si nombre $m - 1$ de termes manque de suite
mier membre il restera x^m, & supposé le se
généralement.

$k^{\frac{1}{m}}(z + \varphi x^n + \varphi' x^p + \varphi'' x^q + \ldots)$ où Z, φ
coëfficiens de l'équation donnée, on aura

$$x^m = k^{\frac{1}{m}}(z + \varphi x^n + \varphi' x^p + \varphi'' x^q + \ldots)$$ d'où

$$x = k(z + \varphi x^n + \varphi' x^p + \varphi'' x^q + \ldots)^{\frac{1}{m}}$$

& en posant $\frac{1}{m} = r$, & faisant $Z = \varphi k^n z^{rn} + \varphi' k^p z^{\ldots}$

& en différenciant z on aura une suite que je nomme A'. Donc $x = A' = \sqrt[m]{A}$. Or quelque soit A, les valeurs de $\sqrt[m]{A}$ sont nombre m sans en exclure les imaginaires, & chaque valeur est une racine, parce qu'étant substituée elle fait que les termes de l'équation se détruisent (10). Donc $x = \sqrt[m]{A}$ représente nombre m de racines.

21. *Cor.* Donc s'il ne manque qu'un terme, & par conséquent $\sqrt[m]{A} = \pm \sqrt{A}$ il y aura deux racines, dont la somme $= 0$. Généralement s'il manque nombre u de termes non de suite, mais par intervalles, il y aura nombre u de binaires de racines, dans chacun desquels la somme des racines sera $= 0$.

Si nombre pair de termes manque de suite, & en conséquence m est impair à cause qu'une seule est la valeur réelle de $\sqrt[m]{A}$, & nombre $m - 1$ les imaginaires, l'équation aura une racine réelle, & $m - 1$ de racines imaginaires.

Si nombre impair de termes manque de suite, & que par conséquent m soit pair. Si A est négative, toutes les valeurs de $\sqrt[m]{A}$ étant imaginaires, il y aura nombre m de racines imaginaires.

Si A est positive, puisque deux sont les valeurs réelles, & nombre $m - 2$ les imaginaires de $\sqrt[m]{A}$, l'équation aura 2, racines réelles, & $m - 2$, racines imaginaires.

Ce qu'on vient de dire des racines réelles & imaginaires suppose que A soit convergente. Car si A est divergente il peut arriver le contraire, savoir que le nombre des réelles

posé ci-dessus soit celui des imaginaires, & que le nombre des imaginaires soit celui des réelles.

De cette théorie on peut déduire un grand nombre de théorèmes intéressans par rapport à l'analyse des équations, à la forme de leurs racines, & à l'expression des quantités incommensurables & imaginaires. Quant à moi il me suffit pour le présent d'avoir aplani la route, que les plus grands Mathématiciens avoient déjà frayée.

DE LA PIERRE HYDROPHANE DU PIÉMONT

PAR M.r LE DOCTEUR BONVOISIN

Lu le 28 mars 1785.

La pierre singulière qui perd son opacité dans l'eau pour devenir transparente, & qui redevient opaque dans l'état de siccité, a été jusqu'à présent si fort en réputation parmi les curieux d'Histoire naturelle, qu'on l'a portée à des prix excessifs *. On doit en attribuer la cause non seulement à la singularité du phénomène physique qu'elle présente, mais encore à la difficulté de la rencontrer parmi les corps de son règne. Aussi les Physiciens ont-ils eu rarement l'occasion de la soumettre à des expériences propres à expliquer les phénomènes qu'elle produit, & les Chimistes à des analyses convenables pour connoître la nature intime de ses principes, & la classer ensuite dans le genre & les espèces des corps à qui elle appartient. L'immortel Bergman en résumant le peu qu'on avoit dit à ce sujet, & en traitant quelques-unes de ces pierres qu'il eut le bonheur de se procurer, a beaucoup étendu nos connoissances **. Nous avons encore des observations & quelques expériences plus récentes que celles de Bergman : mais le peu qu'on a pu avoir de ce corps jusqu'à présent rare & pré-

* En 1774 on la paya cent ducats pour le cabinet du Palatinat. Bergman opusc. chim. tom. 2 pag. 57. Il n'y a pas même long-tems qu'un petit morceau de cette pierre a été vendu à Londres deux cents liv. sterl. Journal de Physique tom 21. pag. 133.

** *De lapide hydrophano*, loc. cit.



cieux, & la crainte de lui faire perdre s
les plus essentielles, ont empêché, comme
le Comte Razoumowski *, de pousser les
loin.

Ce sera donc faire plaisir aux Physic
leur annoncer que les recherches que j'ai e
les minéraux du Pays, m'ont fait découvrir d
fournissent des pierres changeantes en assez
tité pour tenter & varier les expériences à v
flatte qu'on ne me saura pas mauvais gré
à mon tour les observations & les expérier
occupations m'ont permis de faire sur l'hydro
mont. Je commencerai par décrire l'endroit
d'où on la tire, j'en donnerai ensuite l'analy
nirai par hasarder quelques conjectures sur sa

DESCRIPTION DES PIERRE

Qui contiennent l'hydrophane du Piémont & d
d'où on les tire.

Les pierres qui peuvent acquérir quelquefo
té de devenir transparentes dans l'eau, se ré
lon Bergman, aux opales, aux calcédoines
à la stéatite. Je possède une jade stéatiteus
d'olive blanchâtre & opaque, tirée de la v
près de Chatillon, laquelle change un peu

* *Mémoires de la Société de Sciences physiques de Lausanne.* To

Je ne doute point qu'on ne puisse trouver chez nous toutes les autres espèces, & peut-être même encore quelqu'une d'inconnue: car quoique notre pays ne soit guères connu, il est néanmoins un des plus intéressans pour l'observateur naturaliste.

Mais ce sera surtout les hydrophanes bien décidées que j'ai tirées de quelques espèces d'agate, qui feront l'objet de ce mémoire. Je dois seulement avertir avant d'entrer en matière que quoique les Auteurs ayent donné indifféremment à cette pierre le nom de *changeante dans l'eau*, *d'hydrophane*, & *d'oculus mundi*, cette dernière dénomination ne me paroît cependant convenir qu'aux véritables opales presqu'opaques qui ont la propriété de s'éclaircir & de devenir chatoyantes dans l'eau où elles acquièrent successivement diverses couleurs & cette espèce d'éclat qui leur peut faire mériter le nom autrement déplacé d'oeil du monde.

Nous avons ici la pierre cornée proprement dite qu'il faut bien distinguer des pierres & roches de corne de Vallerius & de M.r De Saussure: elle a une demi-transparence approchante de celle de la corne: c'est une fausse agate tendre de diverses couleurs, rarement nuancées, faisant peu de feu au briquet. Quelquefois elle est beaucoup transparente, fauve, grisâtre, ou bleuâtre, & peu tachetée. D'autres fois étant plus opaque, de couleur fauve, bleuâtre & marquetée de blanc, elle renferme des dendrites. On en rencontre de la laiteuse & d'un blanc très-beau & très-luisant: c'est alors du cacholong. Sa cassure est vitreuse; sa densité, son poli, son luisant & sa gravité spécifique sont ensemble en raison directe. Il y en a encore de si tendres, de si légères & de



si friables qu'elles ne méritent plus le nom de
quelquefois de la terre argileuse blanche & pulv
véritable Kaolin.

Les collines de Caselette, de Baudissé &
mont, où l'on trouve de la terre argileuse exce
poterie, les creusets & la porcelaine, nous fo
de ces agates singulières. Je décrirai mieux ci-a
des montagnes d'où elles dérivent; il suffit à
diquer que c'est aux pieds & dans les débris d
qu'on rencontre la pierre cornée, souvent en
quelquefois par couches : on la distingue aisé
ple vue par une croûte terreuse d'une blanc
dont tous les morceaux agatisés ou non sont
couverts.

Dans les blocs qui sont d'une densité ferm
cet enduit blanc ne surpasse pas l'épaisseur d'u
d'autres la croûte est beaucoup plus épaisse, &
condensant en pierre qu'insensiblement vers l

Ce n'est pas dans les agates qui sont d'un
presqu'uniforme qu'il faut chercher la pierre
mais dans les rognons dont le centre transpar
sensiblement & par degrés à l'opacité totale ve
rie. J'ai vu quelquefois des morceaux agatisés
près de la superficie, qui devenoient opaques v
ils contiennent aussi l'hydrophane. Ceux qui on
qui ont une couleur blanche & que j'ai nommé
sont ordinairement les meilleurs. Il y en a cepe
d'une couleur plus terne qui font aussi très-bien

Quoique Baudissé & Caselette produisent, c

de ces agates, je n'en ai cependant encore vu aucune qui contînt des pierres changeantes bien décidées. C'est surtout à la montagne dite Musinet (*Monte Asinaro*) située au nord & à la distance d'un petit mille de Caselette, qu'on en trouve d'excellentes. On les ramasse dans les ravins du terreau qui sert de base à cette colline ; & c'est précisément dans ceux qui se présentent les premiers que j'ai trouvé les meilleures. D. Rodrigue de Sousa, Ministre Plénipotentiaire de S. M. très-Fidelle, qui joint aux études de son emploi celle de la Physique, de la Chimie & de l'Histoire naturelle, m'invitant à observer les belles agates de cet endroit, qu'il avoit vues dans ses promenades toujours instructives, me fournit l'occasion favorable d'y découvrir l'hydrophane. Les Naturalistes connoissoient déjà l'existence de ces agates dans les lieux indiqués, mais personne ne se doutoit qu'il y eût de la pierre changeante. Je passe à présent à quelques observations.

Bergman dit qu'on trouve la pierre hydrophane 1.° près de la superficie des calcédoines: 2.° qu'elle est très-légère, & qu'elle n'arrive jamais à la double gravité spécifique de l'eau : 3.° qu'elle adhère aux lèvres & à la langue. Dans les morceaux de nos agates que j'ai désignés comme les plus propres à la contenir, elle se trouve toujours dans la partie qui est à côté du noyau transparent, situeé d'ordinaire près du centre. La gravité spécifique va d'accord avec celle que ce savant Auteur a indiquée. Mais pour la troisième condition, celle d'adhérer aux parties humides & poreuses de notre corps, l'hydrophane la possède dans certaines circonstances, & nullement dans d'autres. Cette qualité dépend de la propriété qu'elle a d'absorber l'eau, qui est la même que l'on connoît propre aux tuyaux ca-

pillaires, parce que notre pierre est en effet très-poreuse & remplie de petits trous imperceptibles; par conséquent cette vertu d'adhérer aux parties humides de notre corps lui appartient quand elle est sèche, & lui manque quand elle est totalement imprégnée d'eau, c'est-à-dire quand elle est devenue diaphane; car l'on sait, d'après l'observation exacte de cet illustre Auteur, qu'elle devient précisément transparente autant qu'elle remplit exactement tous ses pores d'eau, dont elle ne diffère pas beaucoup en gravité spécifique, puisqu'il y a d'ailleurs beaucoup de morceaux & d'autres pierres & terres qui ont la propriété d'adhérer aux lèvres sans pouvoir acquérir la transparence, parce qu'elles manquent plus ou moins de ces conditions.

Après ces observations, je vais déduire de la propriété principale de l'hydrophane deux corollaires qui serviront de guide & d'indice sûr pour la trouver, la distinguer & l'extraire des morceaux d'agate qui la contiennent.

Lors donc que vous aurez rencontré un bloc de pierre cornée qui aura les caractères indiqués, & surtout celui de n'être point uniforme, mais de passer insensiblement & par degrés de l'opacité à la transparence, s'il est récemment tiré d'un lieu humide, coupez-en la partie transparente qui se trouve le plus près de celle qui est opaque, vous trouverez ainsi un morceau d'hydrophane. Si au contraire votre agate est sèche, choisissez la partie opaque luisante qui est la plus près de la diaphane, vous aurez également votre pierre changeante. C'est le moyen dont je me suis servi, & qui m'a toujours réussi, dans la recherche de ces pierres; l'expérience seule décide ensuite du plus ou moins

de bonté & de perfection. J'espère qu'avec ces notions on pourra facilement trouver ailleurs cette pierre.

ANALYSE DE L'HYDROPHANE

Pour procéder à la recherche des principes constitutifs du cacholong hydrophane, je choisis les morceaux qui étoient les plus blancs, & qui devenoient plus facilement & plus parfaitement transparens dans l'eau. Je crus que la voie la plus sûre pour parvenir à ce but étoit de réduire ces morceaux en verre de cailloux, puisqu'alors les principes dissolubles se prêtent mieux & plus complétement à l'action des acides; mais, comme il est presqu'impossible, en se servant de creusets de fer qui sont les plus propres pour cette opération, que quelque portion de ce métal ne se mêle à la matière en fusion, j'ai craint avec raison de ne pouvoir l'évaluer au juste, en cas qu'il s'en trouvât naturellement dans le minéral que j'allois soumettre à l'analyse. Je résolus donc d'attaquer le fer par la simple voie humide, & de chercher par la méthode indiquée les autres principes avec le feu.

Je pris deux cents livres docismastiques d'hydrophane réduite en poudre très-fine sur *l'ardoise de Barge* *. Je les

* Ce qu'on appelle ici ardoise de Barge est une espéce de grès à grains très-fins & un peu micacé, ou une espèce de *gneis* blanc. Cette pierre qui se divise aisément en tables parfaitement aplaties, d'une largeur même de quelques pieds & d'une épaisseur depuis un demi-pouce jusqu'à un pouce, est d'une dureté & d'une compacité si forte, qu'elle surpasse de beaucoup les agates,



fis digérer pendant quatre à cinq jours dans
quantité d'esprit de sel très-pur. J'aidai enco
tion en exposant le mélange à un feu modér
tant, après l'évaporation, de nouvel acide mari
filtré la liqueur j'en édulcorai bien le résidu.
les liquides ensemble, & je les divisai en
égales.

J'introduisis dans la moitié de la liqueur
végétal phlogistiqué qu'il en falloit pour pré
J'obtins ainsi un grain & demi de bleu de I
ché & édulcoré.

J'employai de même l'alkali phlogistiqué
fer l'autre moitié de la dissolution, & l'aya
plusieurs portions je la soumis à diverses expé
dessein d'évaluer la quantité des terres so
cholong, mais d'en reconnoître les qualités

La dissolution de terre pesante ne me
précipité ; ce qui démontre que l'acide vitri
pas dans la composition de notre pierre.

L'alkali volatil mêlé avec une autre portion
un petit précipité qui ne pouvoit être que de la
ou de la magnésie : ayant ajouté à ce précipit
l'acide de vinaigre distillé, je m'apercus qu'il
point de terre magnésienne, & que par conséq
voit être que de la terre argileuse.

---

les cristaux de roche & les porphyres, de façon qu'elle est d'un usage bien avantageux pour le broyement & la porphyrisation des & des couleurs &c

Ayant épuré avec le filtre la liqueur du précipité obtenu par l'alkali volatil, j'y ai encore ajouté de l'acide du sucre; & j'ai obtenu un autre précipité, savoir de la terre calcaire sucrée.

Pour mieux vérifier l'existence de toutes ces terres, & pour en apprécier plus précisément la quantité, je mêlai trois cents livres docismastiques d'hydrophane pulvérisées avec le double d'alkali minéral pur & effleuri. Le mélange introduit dans une capsule de fer bien polie en dedans fut exposé à un feu médiocre & suffisant pour tenir le vaisseau rougi pendant l'espace de trois heures : ensuite ayant ôté le feu & laissé refroidir le creuset je retirai toute la matière, & après l'avoir réduite en poudre & mise dans un vaisseau de verre j'y mêlai une suffisante quantité d'acide marin pur, aidant la dissolution par le feu. Je séparai par filtre la matière non dissoute, laquelle bien pure & séchée pesoit 180 livres docismastiques, & avoit tous les caractères de la terre silicieuse. Je divisai la liqueur filtrée en trois parties égales, & ayant nouvellement introduit sur une de ces parties un peu d'acide vitriolique, je n'eus aucun précipité de spath pesant. La muria barotica mêlée avec une autre portion ne donna non plus aucun indice d'acide vitriolique préexistant. Enfin je m'assurai par les mêmes procédés que j'avois pratiqués sur la terre pure, que chacune de ces trois portions de liquide contenoit 34 livres environ de terre argileuse & 3 livres & demie de terre calcaire qui faisoient environ 7 livres & demie de chaux sucrée.

Évaluant aussi quelques livres de matière que j'avois per-

dues, il résulta que 100. livres docismastiques d'hydrophane contenoient

Terre silicieuse - - -	60 ½
Terre argileuse - - -	35 ¼
Terre calcaire - - -	3 ½
Fer - - - - -	0 ¼
	100 0

Bergman trouva des proportions différentes dans les hydrophanes qu'il analysa. Les corps peuvent donc paroître les mêmes par certaines qualités, quoiqu'ils n'ayent pas réellement les mêmes principes. Ce qui me surprend, c'est qu'il n'ait point trouvé de terre calcaire. Seroit-il possible qu'elles en continssent, & que ce grand-homme ne l'eût pas découverte? que trompé par la loi qu'il croyoit sûre que *l'acide du sucre devoit la déceler en quelqu'état qu'elle fût*, il eût employé l'acide saccarin dans une dissolution où il y avoit déjà excès de quelque acide minéral? * La chose ne paroît guère croyable; il est vrai qu'il n'avoit point aperçu, ainsi que je l'ai fait voir ailleurs **, les exceptions qu'il y avoit à la règle, mais aussi dans un autre endroit en détaillant le procédé qu'il suit pour l'analyse des pierres a-t-il évité cet inconvénient: ce qui fait présumer qu'il l'aura aussi évité dans cette autre occasion.

* Voyez ma dissertation sur l'acide phosphorique part. 1 pag. 336 & 337.
** Ibid.

CONJECTURES

Sur la formation des agates du Piémont & de l'hydrophane.

Après avoir décrit l'hydrophane tirée de nos cacholongs & avoir développé par l'analyse chimique les principes qui la constituent, je vais hasarder mon sentiment sur la manière dont elle se forme. Les qualités, le nombre & les proportions de ses principes me donneront quelques lumières dans cette recherche: mais ce sera surtout 1.° de l'observation exacte des changemens très-lents & presqu'imperceptibles que la nature fait subir aux corps adjacens: 2.° de la situation & position naturelle de notre pierre, & de ses divers états de perfection: 3.° de quelques autres observations & expériences détachées faites sur les terres qui entrent dans sa composition que je tirerai de fortes conjectures sur sa véritable formation.

Les montagnes qui bordent le Piémont au couchant de Turin, surtout celles qui s'étendent depuis Rivole jusqu'à Ivrée, sont presque toutes formées d'un amas énorme de pierres communément connues sous le nom de primitives: cela est vrai même à l'égard de celles qui se présentent les premières, & qui ne sont que des espèces de collines dont la plaine est entourée. Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans le détail des situations, des diversités & des nuances de toutes ces pierres; j'y pourrai peut être revenir un jour *, il me

* L'illustre Mr. de Saussure qui travaille depuis long-tems avec ardeur à la des-

suffit à cette occasion de dire que le Musinet, *Monte Asinaro*, qu'on rencontre au nord de Caselette aussi-bien que les montagnes de Castellamont & de Baudissé sont composées en grande partie d'une espèce de stéatite dure & ferrugineuse ou de serpentin, en quelques endroits de granit ou de porphyre avec du feld-spath & rarement avec du schörl, mais dont le ciment est toujours de la même stéatite d'un verd-sale & très-obscur & qui prend sa couleur du fer & qui attire ordinairement un peu le barreau aimanté.

Cette pierre qui est presque toute argileuse dans ces lieux donne, en se décomposant à sa superficie par le contact de l'air, une croûte blanche & terreuse. Les agens de l'atmosphère font éclater les plus grosses masses en de petits morceaux qui se subdivisant de plus en plus se couvrent à leur tour de cette croûte blanchâtre: entraînée peu à peu au pied de la montagne cette croûte forme avec les plus petits débris de la pierre qui la suivent, une base terreuse d'une couleur blanche jaunâtre & grisâtre revêtue de verdure végétale: c'est dans l'intérieur de cet atterrissement qu'on trouve nos agates & nos cacholongs.

Des ravins creusés dans cette terre par la chûte des eaux de pluie & de neige, mettent à découvert ces belles productions; les masses dont elles résultent sont ordinairement en rognons plus ou moins sphériques, mais très-raboteux, c'est-à-dire de la grosseur depuis un pouce jusqu'à sept à

cription des Alpes, pourra nous satisfaire à cet égard: quelques-uns de nos confrères ont aussi entrepris ces recherches, & en ont publié des essais qui font espérer qu'ils ne laisseront rien à désirer là-dessus.

huit & même plus : quelquefois au lieu de se trouver en rognons détachés, elles forment des veines aplaties de l'épaisseur de quelques pouces, & de la largeur de quelques pieds, mais toujours raboteuses à leur extérieur, ainsi que les rognons.

Ces veines dont la largeur est perpendiculaire se présentent comme des rayons inclinés à l'horizon de plus de 45 degrés, c'est-à-dire qu'ils suivent l'inclinaison du terrein.

Ce fossile particulier se reconnoît facilement à la simple vue, & se distingue très-aisément de toutes les autres terres & pierres par la blancheur éclatante, qu'il conserve toujours, du moins à la superficie.

Il n'est pas toujours agatisé ni également compacte, mais il passe par tous les degrés intermédiaires d'une terre friable jusqu'à la dureté d'une pierre qui donne des étincelles au briquet. La portion la plus légère est une terre argileuse très-blanche & excellente pour la porcelaine; elle fait la base de celle de Mr. Gioanetti. Une autre portion de cette terre se trouvant plus dure, plus pesante & plus difficile à être rompue, est encore grenue dans sa cassure. On en trouve des morceaux qui sont plus durs, & quoique blancs & opaques, ont déjà une cassure luisante & vitreuse. Il y en a beaucoup qui ont acquis une compacité & une densité encore plus forte, étant vraiment agatisés & demi-transparens. Bien des rognons ont tous ces degrés de consistance, c'est-à-dire que depuis la superficie qui est tendre & terreuse ils vont toujours en se condensant jusqu'au centre qui est totalement endurci, transparent & agatisé. Dans quelques-unes de ces pièces le centre n'est pas si compacte,



& l'agatisation est plus complète vers la su
ce cas même est toujours couverte d'un m
terre blanche & plus ou moins pulvérulente. Il
marquer que cet enduit étant quelquefois dan
ceaux plus ou moins agatisé & transparent c
animale, il se détache en partie, se roule c
d'un arbre, & forme des portions de tul
bloc d'agate.

Après avoir observé la marche exacte de
rations de la nature, je crois être en droit
l'argile est l'ingrédient & l'agent principal
de nos agates, & qu'elles ne sont par consé
corps de formation secondaire. Voici d'autr
qui vont me conduire à la même conclusi
à l'explication d'une partie de ces phénom
clusions seront tirées de la nature des p
tutifs de nos agates que j'examinerai en dé

Il est presque démontré que toutes les
nes des corps, outre les affinités qu'elles e
autres substances, ont entr'elles une attractio
pour cela qu'une goutte d'huile, d'eau, de
toujours plus ou moins la figure sphérique.
cette attraction a d'autant plus lieu qu'il
pêché par d'autres corps interposés ou par
tions, & que les parties homogènes sont
nes, impalpables ou dissoutes, & ont un vé
pre à favoriser leur arrangement naturel. T
sont capables d'exercer cette force quand
soutes, mais elles l'exercent difficilement lor

qu'en poudre suspendues dans quelque liquide, parce que la figure, la pesanteur, le volume de chacune de leurs parties s'y oppose. La terre argileuse étant pure devient quelquefois si fine, impalpable & légère dans l'eau, qu'elle y est presque dissoute, ressemblant à une espèce de gelée qui s'y tient suspendue en forme de nuée. C'est ainsi que ses parties homogènes peuvent s'attirer mutuellement, se réunir, s'arranger, se condenser insensiblement jusqu'à acquérir la densité pierreuse. Le Docteur Gioanetti, à qui je dois tout ce que je sais en chimie me fit voir, il y a long-tems, de l'argile préparée dans son laboratoire, laquelle sans le secours du feu s'étoit endurcie au point de faire presque feu contre l'acier. J'espère donner bientôt un mémoire sur la formation des variolites où je ferai voir encore mieux, par des expériences bien suivies, cette force d'attraction mutuelle des parties argileuses. Il me suffit pour le présent de retenir que l'argile seule ayant un véhicule convénient peut se condenser & s'endurcir par la force d'attraction que ses parties ont entr'elles.

Les alkalis fixes ont une action marquée sur la terre silicieuse: ils la dissolvent par voie sèche, ils l'attaquent aussi par voie humide, quoique plus lentement & difficilement. La terre calcaire étant une espèce d'alkali, ou une terre alkaline a aussi la propriété d'attaquer la terre silicieuse par voie sèche; ne l'attaqueroit-elle pas par la voie humide? Elle a sans doute le pouvoir de l'attaquer, mais elle ne l'exerce que lentement & petit à petit. C'est probablement pour cette raison que le sable silicieux pur est si essentiel pour former le bon mortier à bâtir. La chaux en dissolvant un peu la superficie du sable

s'unit si fortement qu'elle ne forme plus qu'un seul corps. C'est dans une pareille union des métaux que consiste l'art & l'étiologie des dorures & des étamages. C'est aussi par la propriété qu'a la terre calcaire pure de s'amalgamer au silex, que l'eau de chaux conservée long-tems dans des vaisseaux de verre en ternit leur superficie intérieure. C'est peut-être par la même raison que toutes les préparations calcaires introduites dans un verre le cassent ordinairement ou le font éclater.

Mais cette propriété des alkalis convient-elle seulement à la chaux, ou se trouve-t-elle aussi dans les autres terres alkalines? Il n'est pas douteux qu'elle réside aussi dans les autres, savoir dans la magnésie, la terre pesante, l'argile & les terres métalliques, c'est peut-être seulement avec plus ou moins d'activité selon les circonstances, & selon que ces terres participent plus ou moins de la nature des alkalis. On ne doit pas même hésiter à croire que cette force attractive non seulement a lieu entre chacune de ces terres & la terre silicieuse, mais encore entr'elles unies ensemble & la terre silicieuse, & réciproquement.

L'union artificielle par voie sèche, & la fusibilité du mélange de ces terres, qui de leur nature sont apyres démontrent assez clairement cette attraction mutuelle. En observant que les cristaux de roche, les feld-spath, les pierres précieuses, les agates, & autres substances ordinairement transparentes contiennent ces mêmes terres en diverses proportions, on sera persuadé que cette union a aussi lieu par voie humide; car c'est surement par cette voie, c'est-à-dire par l'action dissolvante & réciproque des terres alkalines avec les silicieuses que ces pierres ont pu se former, puisqu'on les trouve tou-

jours composées des unes & des autres quoique dans des proportions infiniment variées.

Ces propriétés des terres une fois connues, voilà qu'il se présente l'étiologie de la formation des pierres dures cristallisées ou non cristallisées sans avoir recours à la supposition d'acides inconnus qui ont dissous leurs parties constitutives; c'est dans les propriétés chimiques mêmes de ces parties principes qu'elle réside. Il est vrai que pour donner à ce sentiment tous les degrés de certitude dont il est susceptible il faudroit une synthèse bien décidée; *mais le tems qui n'est rien à la nature est tout pour l'homme*, le Chimiste n'en a pas assez pour répéter ces longues opérations dans son laboratoire: non obstant cela l'expérience que j'ai rapportée de Mr. Gioanetti, les observations, & les raisonnemens que j'ai produits, paroissent rendre la chose bien probable; si l'on avoit pu vérifier les essais de Mr. Achard sur les cristaux artificiels, elle seroit démontrée.

En faisant concourir le feu avec l'eau on pourroit peut-être abréger le travail de la nature. Bergman croit que la terre silicieuse peut seule se dissoudre dans l'eau tenue à une forte chaleur dans la machine de Papin. Ne pourroit-on pas aussi aider l'action dissolvante des terres alkalines sur cette même terre silicieuse en employant le même moyen? Je vais maintenant passer à d'autres réflexions.

Dans toutes les pierres dures transparentes ou cristallisées il entre toujours une portion de terre alkaline, & une autre de terre silicieuse. Les cristaux de roche qu'on croyoit être composés de terre silicieuse pure, contiennent aussi des terres alkalines. Les proportions de celles-ci sont encore plus fortes

dans les pierres précieuses; pourquoi toujours ce mélange? parce qu'il est l'agent seul de leur composition, à l'exclusion d'autres principes acides ou alkalins inconnus & supposés. Dans les spaths, les gypses, les stalactites à la composition desquels est nécessaire le concours d'un acide, la terre particulière y est quelquefois toute pure & exempte de tout mélange.

Les terres alkalines ont donc le pouvoir de dissoudre la terre silicieuse; & la terre silicieuse ayant un véhicule convénient, a encore la propriété de se rapprocher, se condenser & d'acquérir une grande compacité. D'après ces notions & les observations faites sur les montagnes qui produisent notre agate, on devinera aisément le procédé que la nature a suivi pour la former.

On a vu que dans ces endroits les serpentins & autres pierres à base stéatiteuse s'effleurissent à leur superficie; j'irois trop loin si je voulois expliquer à présent par quel mécanisme naturel cela se fait. Il faudroit examiner l'état & l'ensemble de tous les principes qui composent ces rocs & reconnoître l' action chimique de l'air & des autres principes aériformes sur chacun des principes de la pierre. L'on connoît assez l'affinité du phlogistique avec l'air pur; l'action de l'humidité sur les parties salines &c. L'on sait encore que bien souvent on n'a qu'à exclure un seul principe composant d'un corps pour faire que le rapport qui lie tous les autres principes qu'il contient soit aussi tout de suite absolument varié de sorte que tout se désunit pour se préparer à d'autres compositions, & à d'autres résultats tout-à-fait différens. Il me suffit de savoir, pour l'éclaircissement de la matière que je traite, que l'efflorescence

des serpentins est de nature argileuse, & qu'elle contient à peu près les mêmes principes & en pareille proportion que ceux qui constituent nos agates, nos cacholongs & la terre friable en bloc qu'on trouve dans la terre qui est à la base de ces montagnes. L'analyse chimique m'en a convaincu : qu'arrive-t-il donc ? les serpentins se brisant en petits morceaux se réduisent en une espèce de terre ou de gravier fin, jaunâtre qui s'accumule au pied de la montagne. La terre blanche argileuse qui s'effleurit à la superficie de ces petits débris & à celle des plus gros morceaux entraînée par les eaux de neige & de pluie &c. s'accumule casuellement dans les crevasses, dans les fentes & dans les trous du terreau où elle peut conserver ce qu'il lui faut d'eau pour pouvoir se condenser & s'y endurcir. Les parties silicieuses dissoutes par les terres alkalines peuvent s'y mêler, & puisque ces parties dans l'état de dissolution sont parfaitement liquides, loin d'en altérer & empêcher sa composition elles doivent par l'affinité démontrée s'y unir intimément & aider peut-être encore mieux le rapprochement de ses parties qui ne se perfectionne que très-lentement, si l'humidité nécessaire & constante, la tranquillité & les autres circonstances le permettent. Ces circonstances étant plus facilement permanentes dans l'intérieur des morceaux on observe que l' agatisation se fait ordinairement plus vîte dans leur centre que vers la superficie ; mais si quelqu'un de ces morceaux déjà trop séché reprend accidentellement l'humidité nécessaire & s'il la retient constamment à la superficie, alors la pétrification se perfectionne plutôt au déhors que dans l'intérieur.

Les circonstances du tems, des lieux, des accidens casuels servent à expliquer très-bien tous les divers états & toutes les variétés. Ici la pierre s'est formée uniformément & entiérement dans toutes ses parties : là quoiqu'endurcie elle n'a encore pu acquérir aucun degré de transparence, ni d'œil vitreux : ailleurs elle n'est encore qu'une terre friable. Bien des fois de gros blocs de serpentin enterrés dans les terreaux & à demi-décomposés ont donné latéralement assez de terre pour produire de l'agate à ses côtés.

J'en possède des morceaux qui sont une preuve de tout ce que j'avance ; on ne voit plus dans quelques-uns de ceux-ci que le squelette de la stéatite & du serpentin. Dans d'autres l'agate déjà toute formée retient encore des débris de sa matrice à demi-décomposée. J'en conserve un où le reste de la stéatite attaché à l'agate s'est converti en asbeste.

Les morceaux dont l'écorce mince pétrifiée s'est détachée de côté, se rétrécissant & formant des espèces de tuyaux semblables à ceux de la cannelle, ou de l'épiderme de quelques arbres, démontrent clairement la faculté que cette substance argileuse a de prendre la forme de gelée, de se condenser & de s'endurcir. La superficie extérieure de la couche superficielle de ces pierres naissantes se condensant plutôt que l'autre superficie de la même couche l'entraîne sur elle & la force à prendre la forme cylindrique.

Quelques auteurs voyant que des morceaux isolés de nos agates avoient une surface moins agatisée, plus tendre & plus friable, ont cru qu'au lieu de se condenser peu à peu & de se réduire en agates, elles se décomposoient & se réduisoient peu à peu en terre. On n'a qu'à visiter l'endroit

pour se convaincre du contraire. D'ailleurs je n'ai pas été le premier à apercevoir que les agates étoient ici dans leur accroissement & leur formation & nullement dans leur décomposition : Mr. le Docteur Gioanetti dont on connoît la sagacité dans la physique & les autres sciences naturelles, avoit déjà découvert cette vérité dans le tems que je commençois à apprendre de lui les premiers élémens de Chimie, & il en avoit même déjà parlé au Chevalier Borch avant que cet auteur fît son voyage en Sicile : quoiqu'il n'en eût point donné la théorie, il avoit pourtant très-bien aperçu la décomposition des serpentins de ces endroits & la naissance des agates, à laquelle la terre argileuse donnoit lieu.

Je crois être le premier à expliquer la formation des agates par l'affinité & la dissolution réciproque des terres qui la composent; les idées que j'en ai, me paroissent assez justes: je les soumets cependant au jugement éclairé des Savans, prêt à changer d'avis lorsqu'ils m'opposeront des faits, des observations & des expériences contraires & convaincantes.

On pourroit m'objecter que si la formation des agates dépendoit d'une véritable dissolution, elles devroient acquérir quelquefois une figure régulière, puisqu'il est presque prouvé que tous les corps qui peuvent réellement se dissoudre prennent aussi, en se condensant, des figures géométriques.

Je réponds que l'éspèce de gelée formée par l'argile s'y oppose ordinairement; que d'ailleurs la figure *mamelonée* qui n'est pas rare dans les agates, indique la tendance que ses parties ont aussi à s'arranger avec ordre; mais ce qui écarte absolument l'objection, c'est que j'ai un morceau de

stéatite dure, verdâtre & semblable à celle de Caselette qui est couvert à sa superficie & surtout dans ses trous & crevasses de véritable agate cristallisée en forme cubique *: cette agate plus dure & plus étincelante que celle de Caselette, est mamelonée & en forme de stalactite en beaucoup d'endroits, tandis que dans d'autres elle prend la figure cubique: ces cubes ne sont pas beaucoup saillans, ils s'annoncent seulement par leurs angles, dont les uns surmontent les autres. Toutes ces espèces d'agates réunies dans ce morceau, c'est-à-dire, l'amorphe, la mamelonée & la cubique sont partout couvertes de croûte blanchâtre, semblable à celle qui recouvre les cacholongs de Musinet. Bien plus, il est probable qu'elles résultent aussi de la décomposition des stéatites & serpentins de la même montagne, ou de ses environs. Car quoique cette pièce singulière ait été ramassée sur la colline de Turin, ce n'est surement pas de là que sa matrice a tiré son origine.

Les Collines à l'orient de cette ville étant calcaires & parsemées de coquillages maritimes jusqu'à leur sommet, ont en même tems beaucoup de pierres roulées & non roulées de nature primitive, & qui sont absolument les mêmes qui forment les amas de nos Alpes de l'occident. En concevant que ces pierres ont été transportées de ces endroits sur cette colline, lorsque sa surface étoit couverte des eaux, on a aussi lieu de croire que la stéatite qui fait

* Personne que je sache n'a encore parlé d'agate de figure régulière. Je dois aussi cet intéressant morceau au Ministre éclairé de la Cour de Portugal, qui m'a donné occasion de découvrir l'hydrophane de Musinet, il l'a trouvé lui-même au-dessus du couvent des Capucins situé sur la colline de Turin.

la base de notre précieux morceau, a subi le même transport, quoiqu'il puisse se faire que l'agate qui le recouvre, ait pris naissance après.

La connoissance de la formation des agates nous conduit, comme on le voit, à celle de l'agatisation des corps organisés & fossiles, comme les coquillages & les bois. Les Collines de Turin, des Langues & du Montferrat renferment beaucoup de bois pétrifié. C'est probablement la terre calcaire pure qui ou seule, ou avec le concours des autres terres alkalines en dissolvant la terre silicieuse en fait un mélange qui peut s'infiltrer dans les pores organiques, s'y figer & s'y endurcir.

Vu, permis d'imprimer
De SALUCES Président de l'Académie